Національний університет «Чернігівський колегіум»
імені Т.Г. Шевченка

Природничо-математичний факультет
Кафедра математики

Кваліфікаційна робота

освітнього ступеня «магістр»

на тему:

«Застосування технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі»

Виконала:

студентка 2 курсу, групи 61 з-фмт,

спеціальності

014 Середня освіта (Математика)

Неговська Марія Вячеславівна

Науковий керівник:

к.п.н., доцент Соколенко Л.О.

Чернігів 2025р.

Роботу подано до розгляду «_____» _____ 20___ року.

Студентка_____ _____

(підпис) *(прізвище та ініціали)*

Науковий керівник _____ _____

(підпис) *(прізвище та ініціали)*

Рецензент _____ _____

(підпис) *(прізвище та ініціали)*

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри математики.

Протокол № _____ від «____» _____20___ року.

Студентка допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри _____ _____

(підпис) *(прізвище та ініціали)*

АНОТАЦІЯ

Неговська, М.В. Застосування технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі. Кваліфікаційна робота освітнього ступеня «магістр». На правах рукопису. Спеціальність – 014 Середня освіта (Математика). Чернігів, 2025.

У кваліфікаційній роботі розкрито теоретичні засади інтерактивного навчання та обґрунтовано його дидактичну доцільність у процесі вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи. Узагальнено методичні рекомендації щодо діяльності вчителя під час організації та планування інтерактивного навчання. Проаналізовано чинні навчальні програми й підручники для 10–11 класів щодо можливостей застосування технологій інтерактивного навчання під час навчання змістової лінії «Геометричні величини». Представлено структуру уроку геометрії старшої школи із застосуванням інтерактивних технологій навчання та приклади її використання під час навчання змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи, а також дидактичні матеріали для навчання окремих тем цієї змістової лінії. Ефективність запропонованих підходів перевірено під час проведення окремих етапів педагогічного експерименту.

Ключові слова: інтерактивні технології навчання, геометричні величини, площа, колективно-групове навчання, кейс-стаді, мозковий штурм, мікрофон, розірваний ланцюжок.

SUMMARY

Nehovska, M.V. Application of interactive learning technologies in teaching the content line “Geometric quantities” in high school. Qualification work of the educational degree «master». On the rights of the manuscript. Specialty – 014 Secondary Education (Mathematics) – Chernihiv, 2025.

In the qualification thesis, the theoretical foundations of interactive learning are presented and its didactic relevance in teaching the content line “Geometric Quantities” within the senior secondary school geometry course is substantiated. Methodological recommendations for teachers’ activities in organizing and planning interactive learning are summarized. Current curricula and textbooks for Grades 10–11 are analyzed with regard to the possibilities of applying interactive learning technologies when teaching the content line “Geometric Quantities.” The structure of a senior secondary school geometry lesson incorporating interactive learning technologies is presented, along with examples of its application in teaching the content line “Geometric Quantities” in the senior secondary school geometry course, as well as didactic materials for teaching selected topics within this content line. The effectiveness of the proposed approaches was verified during specific stages of a pedagogical experiment.

Keywords: interactive learning technologies, geometric quantities, area, cooperative learning, case-study method, brainstorming, Microphone”, Broken chain”.

ЗМІСТ

ВСТУП……..…7

РОЗДІЛ 1. Теоретичні основи дослідження…….11

1.1. Історія виникнення і впровадження в навчальний процес технології інтерактивного навчання……..…11

1.2. Порівняння різних моделей навчання (пасивної, активної, інтерактивної)…….14

1.3. Суть інтерактивного навчання. Цілі, завдання та організація інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі…….16

1.4. Класифікація інтерактивних технологій навчання:……..18

1.4.1. Класифікація за метою уроку та формою організації навчальної діяльності (О. Пометун, Л. Пироженко)……..18

1.4.2. Класифікація за розподілом інтерактивних методів (В. Мельник)……..21

1.5. Діяльність вчителя під час організації та планування інтерактивного навчання змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі……...23

РОЗДІЛ 2. Методична модель пізнавального процесу в технології інтерактивного навчання та методика її використання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі…….25

2.1. Аналіз навчальних програм курсу геометрії старшої школи на предмет застосування технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини»……..25

2.2. Аналіз навчального матеріалу змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи, викладеного у чинних шкільних підручниках, навчально-методичних посібниках, з метою планування інтерактивного навчання…….27

2.3. Орієнтовна структура уроку геометрії старшої школи із застосуванням інтерактивних технологій навчання та приклади її використання….29

2.3.1. Етап мотивації……...29

2.3.2. Оголошення теми та очікування навчальних результатів…….30

2.3.3. Надання необхідної інформації……30

2.3.4. Інтерактивні впрви……....30

2.3.5. Рефлексія результатів……31

2.3.6. Підсумки……31

2.4. Застосування технології колективно-групового навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи……..46

2.5. Застосування технології опрацювання дискусійних питань під час навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи……..48

2.6. Застосування прийомів «Мозковий штурм» і «Мікрофон» під час навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи……..51

2.7. Застосування методу «Знаю – хочу дізнатись - навчаюсь» під час вивчення геометричних величин в курсі геометрії 11-го класу……...54

2.8. Застосування методу «Розірваний ланцюжок» під час навчання учнів доведення теорем теми: «Об’єм призми і циліндра»……...57

2.9. Застосування методу «кейс-стаді» під час вивчення «Об’єм паралелепіпеда»……67

2.10. Експериментальна перевірка окремих результатів дослідження..73

ВИСНОВКИ……77

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ……79

ВСТУП

У сучасних умовах реформування освітньої системи України та впровадження компетентнісного підходу до навчання все більшого значення має оновлення методичного інструментарію вчителя, спрямованого на активізацію навчально-пізнавальної діяльності учнів. Навчальний матеріал в старших класах є більш складним і потребує додаткової продуманої методики подачі для кращого засвоєння. Змістова лінія «Геометричні величини» охоплює засвоєння понять, пов’язаних із просторовими характеристиками об’єктів, та формування в учнів умінь їх обчислювати й використовувати в практичних завданнях. Засвоєння цих понять нерозривно пов'язане з розвитком просторового мислення, формуванням логіко-математичних умінь, аналітичних навичок, здатності до оцінювання результатів вимірювання, їх інтерпретації та побудови математичних моделей.

Одним із ефективних засобів підвищення якості освіти та формування ключових компетентностей є застосування інтерактивних технологій навчання, які можуть реалізувати особистісно орієнтований підхід, створити умови для активного співробітництва учасників освітнього процесу та забезпечити формування в учнів глибоких і системних знань.

Актуальність теми зумовлена тим, що в сучасній педагогічній науці та практиці продовжуються пошуки оптимальних шляхів підвищення якості математичної освіти шляхом впровадження інноваційних технологій навчання. Більшість досліджень зосереджуються на загальних аспектах інтерактивного навчання, залишаючи поза увагою специфіку його застосування в контексті математичних понять, що мають просторову інтерпретацію. Це зумовлює потребу у глибшому науково-методичному осмисленні можливостей інтерактивного підходу до навчання змістової лінії «Геометричні величини» та створення ефективних педагогічних рішень, адаптованих до реалій сучасної шкільної освіти. І ця робота спрямована на обґрунтування використання ін-

терактивних методів під час навчання змістової лінії «Геометричні величини» у старшій школі, розробку ефективних методичних підходів до їх впровадження та оцінку їх впливу на рівень навчальних досягнень учнів.

Роботи таких науковців та викладачів, як Єрмоленко А.Б. [15], Волкова Н.П. [6], Курило В.А. [24], Матяш О.І., Дьогтєва І.О. [28], Новоскольцева, А.Ю.; Нічишина В.В. [46], а також дослідження міжнародного рівня (наприклад, Alshatti SM, 2020) [64] підтверджують ефективність інтерактивних методів навчання у формуванні математичної компетентності школярів. Водночас недостатньо висвітленим у науково-методичній літературі залишається питання цілеспрямованого використання таких технологій саме в процесі вивчення геометричних величин у старшій школі.

Об'єктом дослідження є процес навчання змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи.

Предметом виступають методичні прийоми, технології та методи реалізації інтерактивного навчання у процесі навчання змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи.

Мета роботи полягає в створенні ефективної методики застосування технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи.

Для досягнення мети сформульовані наступні **завдання:**

- Визначити сутність та дидактичну цінність інтерактивного навчання в контексті шкільної математичної освіти.
- Систематизувати існуючі підходи до класифікації інтерактивних методів навчання.
- Проаналізувати методичні підходи до організації інтерактивної діяльності учнів при вивченні геометричних величин в старшій школі.
- Дослідити потенціал інтерактивних технологій для розвитку математичної компетентності учнів.

- Створити методику застосування технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи.
- Запропонувати методичну модель структури уроку з використанням інтерактивних методів.
- Оцінити ефективність запропонованої в кваліфікаційній роботі методики шляхом проведення педагогічного експерименту.

У процесі роботи використовуються теоретичні **методи** (аналіз, узагальнення, систематизація наукових джерел), емпіричні методи (спостереження, анкетування, бесіда), а також елементи педагогічного експерименту та методи аналізу результатів навчальної діяльності учнів.

Матеріал дослідження: Питаннями застосування інтерактивних технологій навчання, організації пізнавальної діяльності учнів, методики навчання геометрії займалися:

Борисюк З.В. [3], Васильєва Д.В. [5], Волошина С. В. [7], Зіненко І. М. [16] [17], Москвін П. П., Копетчук В. А., Дубасенюк О. А. [37] та інші. Аналіз науково-методичних джерел, навчальних програм з математики, чинних підручників з геометрії для 10–11 класів, а також опитування учнів і педагогічне спостереження стали основою для емпіричної частини дослідження.

Наукова новизна в рамках цього дослідження полягає в тому, що вперше:

- Обґрунтовано методичну доцільність та специфіку застосування інтерактивного навчання у процесі засвоєння змістової лінії «Геометричні величини»;
- Створено дидактичну модель уроку геометрії з інтеграцією інтерактивних методів;
- Розроблено та апробовано методичні прийоми і засоби, які сприяють підвищенню ефективності засвоєння геометричних величин учнями старшої школи;

- Уточнено педагогічні умови організації інтерактивного навчання та визначено їх вплив на рівень навчальних досягнень учнів.

Особистий внесок є у цілісному теоретико-практичному аналізі можливостей застосування інтерактивних технологій у процесі вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі. Розроблено методичну модель двох уроків з геометрії з елементами інтерактивного навчання, створено дидактичні матеріали, педагогічне спостереження та аналіз результатів дослідно-експериментальної роботи.

Практичне значення дослідження – це можливості впровадження розробленої методики в навчальний процес загальноосвітніх закладів. Сформовані дидактичні матеріали, структура інтерактивного уроку та запропоновані методичні прийоми можуть бути використані вчителями математики для підвищення ефективності засвоєння теми «Геометричні величини» у старших класах. Крім того, результати досліджень можуть бути застосовані при підготовці майбутніх учителів у системі педагогічної освіти.

Структура роботи включає вступ, два розділи, висновок, список використаних джерел та додатків. Список використаних джерел налічує 66 найменування.

Загальний обсяг кваліфікаційної роботи становить 87 сторінки.

РОЗДІЛ 1.
Теоретичні основи дослідження

1.1. Історія виникнення і впровадження в навчальний процес технології інтерактивного навчання

Ідеї, що лежать в основі інтерактивного навчання, мають глибоке історичне коріння. Ще в античності Сократ застосовував діалог як засіб пізнання: через запитання і відповіді учні самі доходили висновків. Платон пропонував навчати дітей через ігри, пісні та розмови, а Конфуцій створював атмосферу невимушеного обговорення, стимулюючи самостійне мислення учнів. Таким чином, ще в давнину були сформовані перші передумови для створення навчального процесу, що базується на взаємодії.

1. Початок XX ст. – 1950-ті роки

На початку XX століття ідеї активного навчання отримали розвиток у працях Джона Дьюї. Його концепція «навчання через діяльність» підкреслювала значення практичного досвіду учня як основи ефективного пізнання [10, с. 232]. Педагог наголошував на ролі середовища у формуванні інтелектуальних та емоційних навичок. Схожих поглядів дотримувались Ж.-Ж. Руссо, Й. Песталоцці, Е. Паркхерст (авторка «Дальтон-плану»), Дж. Ланкастер, які наголошували на важливості самостійної та групової діяльності учнів [15, с. 22].

У цей же період в Україні розроблялися власні моделі активного навчання. Зокрема, А. Ряпін у 1918 році впровадив у школах під Києвом і Житомиром ідею роботи в парах змінного складу — кожен учень проходив курс початкової школи за 3 роки. Учні вільно рухались, говорили між собою, навчали одне одного. Ця модель передбачала принцип «навчаючи інших — навчаєшся сам» [14, с.71].

Пізніше, у 30-х роках, у східноукраїнських школах впроваджувався бригадно-лабораторний метод: учні працювали в групах, розв'язували завдання і колективно обговорювали результати. Хоча методика мала потенціал для формування навичок співпраці, згодом вона була визнана неефективною через зниження ролі вчителя і проблеми з мотивацією, тому у 1932 році була офіційно скасована [15, с. 22].

2. Розвиток інтерактивних методів у середині XX століття (1950–1980-ті роки)

Після Другої світової війни розпочався новий етап розвитку інтерактивних технологій. Під впливом когнітивної психології Ж. Піаже, який підкреслював роль особистого досвіду в процесі пізнання, зросла увага до навчання як активного процесу [65, с. 71].

Джером Брунер запропонував ідею відкритого навчання — коли учень «відкриває» знання сам. Бенджамін Блум сформулював класифікацію освітніх цілей, де на найвищому рівні — здатність аналізувати, оцінювати й створювати. Б. Скіннер започаткував програмоване навчання — систему, що давала учневі індивідуалізований маршрут з негайним зворотним зв'язком.

У 1970-х роках почали розвиватися технології кооперативного навчання. Дослідники звернули увагу на ефективність роботи у малих групах, взаємодію між учнями як чинник підвищення мотивації і результативності навчання. З'явились перші моделі, орієнтовані на ситуаційне навчання, обговорення проблем, обмін думками.

3. Технологічний розвиток і поширення інтерактивного навчання (1990-ті – 2020-і роки)

З поширенням комп'ютерних технологій інтерактивне навчання стало частиною цифрового освітнього простору. З'явилися перші електронні платформи (*Moodle*, *Blackboard*), а також моделі змішаного навчання, які поєднували традиційні й дистанційні форми.

Було впроваджено мультимедійне навчання, використання інтерактивних презентацій, віртуальних лабораторій, симуляцій. Адаптивні освітні системи аналізували результати учнів і будували індивідуальні траєкторії засвоєння матеріалу.

У педагогічній практиці України цього періоду активно впроваджуються підходи, які систематизували й узагальнили О. Пометун і Л. Пироженко. Вони виділили інтерактивне навчання як окрему освітню технологію з чіткими принципами: рівноправна взаємодія вчителя й учня, навчання через співпрацю, моделювання життєвих ситуацій, використання прийомів дискусії, аналізу та колективного мислення [14, с.71].

Сучасні тенденції розвитку інтерактивного навчання (2020-ті – наш час)

Пандемія COVID-19 стала каталізатором для переходу на цифрові освітні платформи: *Zoom*, *Google Classroom*, *Microsoft Teams* стали звичними інструментами онлайн-уроків. У навчальний процес активно інтегруються елементи гейміфікації — вікторини, онлайн-квести, інтелектуальні ігри.

Водночас зросла роль персоналізації навчання — завдяки адаптивним технологіям і штучному інтелекту система може підлаштовувати рівень складності до індивідуального темпу учня.

Поширилось мобільне навчання (m-learning), де смартфон чи планшет стає основним освітнім інструментом. Паралельно розвиваються можливості віртуальної (VR) і доповненої реальності (AR), які дозволяють моделювати навчальні ситуації у 3D-середовищі — особливо в таких сферах, як інженерія, біологія, геометрія, історія.

Зростає популярність соціального навчання: учні працюють над проєктами, обговорюють завдання у чатах, створюють спільні презентації та документи в хмарних сервісах. Навчання стає гнучким, динамічним, відкритим до співпраці.

1.2 Порівняння різних моделей навчання (пасивної, активної, інтерактивної)

У процесі навчання застосовуються різні моделі, які відрізняються за способом взаємодії учнів з навчальним матеріалом. Традиційно виділяють три основні моделі навчання: пасивну, активну та інтерактивну. Кожна з цими моделями має свої переваги та обмеження, а також особливості застосування в різних умовах навчання. Для зручності порівняння показано також в таблиці 1.1, за основу була взята та доповнена таблиця Пометун О. І., Пироженко Л. В. [51, с.18].

- Пасивне навчання

Ця модель є найтрадиційнішою і базується на тому, що учень виконує роль слухача або спостерігача. Він приймає готову інформацію, не вступаючи у взаємодію з викладачем чи однокласниками. У центрі освітнього процесу — вчитель, який передає знання у формі лекцій, пояснень або демонстрацій. Зворотний зв’язок мінімальний, а критичне осмислення матеріалу — не обов’язкове. Основна мета — передати знання, які учень має відтворити.

Методи: лекції, читання текстів, демонстрації, перегляд відео.

Використання: підходить для засвоєння великого обсягу базової або теоретичної інформації, особливо у великих класах.

Обмеження: відсутність діалогу, низький рівень мотивації, відсутність умов для розвитку критичного мислення та креативності [14, с.72].

- Активне навчання

Активне навчання передбачає залучення учнів до роботи з матеріалом. Учень не лише сприймає знання, а й осмислює, застосовує їх на практиці, бере участь в обговореннях, аналізі, проєктній діяльності. Роль вчителя змінюється: він стає не лише джерелом знань, а й організатором навчальної діяльності. Учні мають змогу висловлювати власну думку, ставити запитання, іні-

ціювати дискусії. Це формує навички самостійності, відповідальності та аргументованого висловлення позиції.

Методи: діалог, дискусії, міні-проєкти, практичні завдання, вирішення проблемних ситуацій.

Використання: ефективне в класах із середньою кількістю учнів; сприяє глибшому розумінню теми.

Переваги: розвиток пізнавального інтересу, критичного мислення, усвідомлення особистої відповідальності за навчальний результат [14, с.72].

- Інтерактивна модель навчання

Інтерактивне навчання — це сучасний підхід, який базується на принципі співпраці, постійної комунікації та рефлексії. Тут усі учасники процесу — вчитель і учні — виступають як рівноправні суб'єкти навчання. Такий формат створює умови, за яких учні не просто засвоюють матеріал, а вчаться діяти: слухати інших, висловлювати свої думки, знаходити рішення в складних ситуаціях, приймати участь у колективному мисленні. Важливою особливістю є опора на життєвий досвід учнів, групову взаємодію та практичне застосування знань.

Методи: рольові ігри, кейси, «мозковий штурм», «мікрофон», «акваріум», моделювання життєвих ситуацій [14, с.72].

Використання: ефективне в умовах, де важливо сформувати навички співпраці, критичного аналізу, гнучкого мислення.

Переваги: учні стають активними учасниками, що приймають рішення, співпрацюють у командах, розвивають емоційний інтелект та соціальні навички.

Таблиця 1.1

Модель	Роль учня	Форми роботи	Зворотний зв'язок	Рівень активності
Пасивна	Слухач, спостерігач	Лекція, демонстрація	Мінімальний	Низький
Активна	Активний учасник	Обговорення, завдання	Середній	Середній
Інтерактивна	Співтворець, партнер	Групова діяльність, рольові ігри	Постійний	Високий

1.3. Суть інтерактивного навчання. Цілі, завдання та організація інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі

Інтерактивне навчання – це підхід до освіти, який ґрунтується на активній взаємодії між учасниками навчального процесу. На відміну від традиційного методу, де викладач виступає як основне джерело знань, інтерактивне навчання передбачає, що учні не просто отримують інформацію, а беруть безпосередню участь у її засвоєнні [57, с. 232].

Існує також інше трактування інтерактивного навчання. Це особливий спосіб організації навчальної діяльності, який передбачає чітко визначену мету — забезпечити комфортні умови для навчання, у яких кожен учень відчуває свою досягнуту успішність і розумову здатність [14, с. 73].

Інтерактивне навчання ґрунтується на залученні всіх учасників освітнього процесу до активної співпраці. Його мета — створити умови, у яких учні не просто слухають, а беруть участь: аналізують, діють, ставлять запитання, висловлюють думки та приймають рішення. Найчастіше для цього використовують рольові ігри, моделювання життєвих ситуацій, командну роботу та обговорення проблем.

На думку Комар О.А., інтерактивне навчання — це продумана система взаємодій, у якій активність учня така ж важлива, як і робота вчителя. Технологія базується на чітко організованих діях усіх учасників, а результат зале-

жить не лише від методики викладання, а й від того, наскільки учень залучений до процесу [22, с. 68].

Щоб інтерактивне навчання було ефективним, варто дотримуватись кількох ключових умов: у роботі мають брати участь усі учні; активність заохочується; робота організовується в малих групах (до 30 осіб), де кожен має свою роль. Учні також повинні вміти працювати в команді й дотримуватись загальних правил взаємодії [14, с.72].

Староста В.І. вважає, що досвідчений учитель математики має використовувати інтерактивні методи для оцінювання не тільки індивідуальних досягнень учнів, а й результатів колективної діяльності. Це дозволяє педагогові не лише виокремити індивідуальні успіхи, а й надати конструктивну оцінку роботи цілої групи, показуючи на шляхи розвитку та їх потенціал для подальшого навчання [57,с. 232].

Інтерактивне навчання дає змогу зробити тему «Геометричні величини» не лише теоретичною, а й прикладною. Замість простого відтворення формул учні вчаться аналізувати, порівнювати та застосовувати знання у реальних ситуаціях. Завдяки інтерактивним методам розвивається аналітичне мислення: учні самостійно шукають рішення, обирають відповідний підхід, обґрунтовують свої дії.

Робота у малих групах підвищує рівень залучення та дозволяє враховувати індивідуальні особливості кожного [14, с.72].

Ефективним є використання цифрових ресурсів, зокрема програм на зразок GeoGebra, які дозволяють створювати й досліджувати геометричні фігури в реальному часі. Учні бачать, як змінюється площа або об’єм при зміні параметрів, і це дає змогу краще осмислити зв’язок між теорією та практикою.

Організація уроків базується на засадах співпраці та активної участі всіх учнів. Мотиваційна частина може включати обговорення прикладів із повсякденного життя — як-от розрахунок площі приміщення чи об’єму єм-

ності. Такі ситуації створюють підґрунтя для глибшого осмислення навчального матеріалу. Прийоми «мозковий штурм» та «мікрофон» активізують клас: кожен має змогу висловитись, поставити запитання або запропонувати варіант рішення.

Завершення уроку передбачає рефлексію. Учні аналізують, що саме вдалося, що було складно, як можна покращити результат. Зворотний зв'язок від учителя й однокласників допомагає побачити сильні й слабкі сторони, а також навчає об'єктивно оцінювати як себе, так і командну роботу. Такий підхід не лише поглиблює знання з геометрії, а й розвиває важливі компетентності: вміння комунікувати, мислити критично, працювати разом і відповідати за спільний результат [59, с. 386].

1.4. Класифікація інтерактивних технологій навчання

Інтерактивні технології охоплюють велику кількість методів і форм роботи, тому для їх ефективного застосування важливо розуміти, як ці підходи структуровано. Чітка класифікація дозволяє обирати доречні форми взаємодії відповідно до змісту теми, цілей уроку та рівня підготовки учнів.

У цьому дослідженні використано дві найбільш поширені класифікації інтерактивних методів, які взаємно доповнюють одна одну. Перша — запропонована О. Пометун і Л. Пироженко — ґрунтується на формі організації навчальної діяльності та меті уроку. Друга, розроблена В. Мельником, поділяє методи за типом взаємодії в освітньому процесі, що дозволяє краще зрозуміти характер залучення учнів до роботи.

1.4.1. Класифікація за метою уроку та формою організації навчальної діяльності (О. Пометун, Л. Пироженко)

Під формою навчання розуміють зовнішню організацію навчального процесу, яка включає в себе визначення його структури, методів і способів

взаємодії учасників навчання. Відповідно з визначенням О. Пометун і Л. Пироженко виокремлюють кілька основних груп форм навчання [51, с.5]:

- Форми організації навчання в цілому , що починається з загальних принципів організації освітнього процесу;
- Форми організації навчальної діяльності учнів , що конкретизують, як саме відбувається навчання, включаючи індивідуальну, групову та фронтальну роботу.

Форми навчання можна класифікувати за кількома ознаками, зокрема:

За кількістю учнів:

- Індивідуальна форма — учень працює самостійно, без взаємодії з іншими учнями, зокрема під час виконання домашніх завдань або індивідуальних завдань.
- Групова форма — учні об'єднуються в малі групи для спільного виконання завдань, обговорення матеріалів, що дають можливість для спільного навчання та розвитку навичок командної роботи.
- Фронтальна форма — вся група учнів одночасно працює над одним завданням під керівництвом вчителя. Це традиційна форма, яка використовується в класно-урочній системі.

За місцем проведення навчання :

- Шкільне навчання — основна форма навчання в межах шкільної програми.
- Позашкільне навчання — організоване поза основними уроками, включає гуртки, факультети, курси для поглибленого вивчення певних предметів.
- Екстернат — вивчає самостійно опановує матеріал без постійної присутності в класі, але з періодичними перевірками та консультаціями з учителем.

За тривалістю навчання :

- Короткострокові форми навчання — мають обмежену тривалість, наприклад, окремі уроки або семінари.
- Довгострокові форми навчання

За формами організації навчальної діяльності учнів, сучасна дидактика виділяє чотири основні форми:

- Парна форма навчання — прийняття взаємодію між учнями або між вчителем і учнем. У такій формі учні можуть працювати в парах, що стимулює обмін ідеями, розвиток комунікативних навичок та активну участь у навчальному процесі.
- Групова форма навчання — учитель працює одночасно з усім класом. Весь клас об'єднаний для виконання загального завдання або для засвоєння певного матеріалу, що дозволяє вчителю керувати навчальним процесом і надавати допомогу учням у разі потреби.
- Кооперативна (колективна) форма навчання — у цій формі всі учні активно взаємодіють між собою, працюючи на спільну мету. Вони можуть навчатися одному, обговорюючи навчальні завдання, що сприяють розвитку навичок командної роботи та взаємодопомоги.
- Індивідуальна (самостійна) форма роботи учня — положення, що учень працює самостійно, виконуючи завдання без участі вчителя чи інших учнів. Ця форма дозволяє учням розвивати самостійність, вміння планувати свою діяльність і відповідальність за виконану роботу.

О. Пометун та Л. Пироженко зазначають, що розрізняють також кілька основних типів мети уроків [51,с.8]:

- Уроки вивчення нового матеріалу — на цих уроках учні ознайомлюються з новими поняттями, ідеями, теоріями.
- Уроки формування і вдосконалення вмінь та навичок — цей тип уроків покращення розвитку вмінь і навичок, що базуються на раніше засвоєних знаннях.

- Уроки закріплення та застосування знань — призначення цих уроків є закріплення вже вивченого матеріалу через виконання вправ і завдань.
- Уроки узагальнення і систематизації знань — учні підсумовують вивчений матеріал, узагальнюють і систематизують знання.
- Уроки контролю та корекції знань — на цих уроках перевіряється рівень засвоєння учнями матеріалу, а також це корекція знань.

1.4.2. Класифікація за розподілом інтерактивних методів (В. Мельник)

В. Мельник класифікує інтерактивні методи навчання за типами взаємодії, виділяючи три основні категорії: превентивні інтеракції , імітаційні інтеракції та неімітаційні інтеракції . Кожен із цих типів має свою специфіку та використовує в різних навчальних ситуаціях, сприяючи розвитку певних навичок та компетенцій в учнів [29,с.24].

1. Превентивні інтеракції включають методи, спрямовані на попередження можливих труднощів у навчанні та підготовку учнів до вирішення конкретних завдань:

- Тренінг — це активна форма навчання, під час якої учням забезпечують спеціально розроблені вправи для розвитку конкретних навичок чи умінь, які сприяють кращому засвоєнню матеріалу.
- Інтеракції — це різноманітні форми взаємодії між учасниками навчального процесу. Вони можуть включати комунікаційні вправи, рольові ігри або групові обговорення, що можуть учням активно залучатися до навчання.
- Консультації — індивідуальні або групові зустрічі з учителем, під час яких учням надають допомогу у вирішенні конкретних питань або проблем, які реалізуються в процесі навчання.

2. Імітаційні інтеракції передбачають відтворення реальних ситуацій, що дозволяє учням набувати практичного досвіду через симуляцію:

- Інсценізування — учні разом з учителем розігрують певні позиції, що дає їм можливість краще розібратися в предметі або тематиці, яку вони вивчають.
- Ділові ігри — ці ігри моделюють реальні ділові процеси, в яких учні забезпечують рольові функції, приймають рішення та взаємодіють з іншими учасниками в умовах, наближених до реального життя.
- Диспут — це форма навчання, де учасники обговорюють важливі питання, аргументуючи свою позицію. Це дозволяє розвивати навички критичного мислення та публічних виступів.
- Мозковий штурм — метод, за допомогою якого група учнів генерує ідеї та засоби вирішення певної проблеми. Усі учасники активно пропонують свої варіанти, що сприяють креативності та розвитку нових ідей.

3. Неімітаційні інтеракції спрямовані на розвиток аналітичних і дослідницьких навичок учнів, а також на застосування теоретичних знань у практичній діяльності:

- Проблемна лекція — це метод, при якому вчитель не просто викладає матеріал, а залучає учнів до аналізу та розв'язання певних проблем. Учні активно працюють над виконанням завдань під час лекції.
- Конференція — форма навчальної діяльності, коли учні презентують свої дослідження або ідеї з обраної теми та беруть участь в обговоренні наукових або практичних питань.
- Практикум — метод, який забезпечує виконання практичних завдань, що дозволяють учням отримати отримані теоретичні знання на практиці, вирішуючи реальні завдання.

1.5. Діяльність вчителя під час організації та планування інтерактивного навчання змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі

Організація інтерактивного навчання вимагає від учителя не лише знання методики, а й вміння гнучко планувати, передбачати труднощі та створювати умови для активної участі кожного учня. Це особливо важливо під час вивчення теми «Геометричні величини», яка передбачає не тільки засвоєння формул, а й розвиток просторового мислення, уміння аналізувати, співпрацювати та застосовувати знання на практиці. Вчитель у такому підході не просто подає матеріал, а керує процесом взаємодії, підтримує навчальну динаміку і допомагає учням відкривати зміст теми через практику, дослідження і діалог.

На етапі підготовки до уроку педагог обирає оптимальні форми і методи роботи: від індивідуальних завдань до групових проєктів. Важливо передбачити способи залучення всіх учнів до співпраці, надати їм можливість не тільки слухати, а й брати активну участь в обговоренні, пошуку рішень, аналізі варіантів. Ефективними є завдання, що моделюють життєві ситуації — наприклад, обчислення площі реального об’єкта або проєктування геометричної форми. Це дозволяє учням зрозуміти практичне значення знань і підтримує мотивацію до навчання [14, с.72].

Одним із ключових інструментів учителя є інтерактивні цифрові платформи. Програма *GeoGebra*, наприклад, дає змогу моделювати фігури, змінювати параметри, аналізувати властивості геометричних об'єктів у реальному часі. Це формує уявлення про зв’язки між величинами та спонукає до самостійних висновків [61, с. 64].

Під час організації інтерактивного заняття велике значення має форма роботи. Робота в парах, мікрогрупах або в командах сприяє розвитку навичок комунікації, аргументації, взаємодопомоги. У таких умовах учні вчаться не лише шукати правильні відповіді, а й слухати інших, пояснювати власну ду-

мку, погоджуватись або відстоювати інше бачення. Методи, які використовуються для цього (зокрема, «мозковий штурм», «мікрофон», дискусія або кейс-метод), будуть розглянуті детально у другому розділі.

Не менш важливим є завершальний етап уроку — рефлексія. Учні мають змогу осмислити свій шлях: що вдалося, над чим ще потрібно попрацювати, як змінювалося їхнє розуміння в процесі. Як зазначає Комар О. А. [22, с. 65], урок має бути не просто набором дій, а досвідом, який надихає і розкриває потенціал учнів.

Ще одним важливим елементом є оцінювання. У контексті інтерактивного підходу воно охоплює не тільки кінцевий результат, а й процес: активність учня, вміння працювати в команді, якість участі в обговоренні, уміння мислити нестандартно. Таке оцінювання більш гнучке і дозволяє врахувати зусилля кожного учня в загальному результаті групової роботи [14, с.74].

РОЗДІЛ 2.

Методична модель пізнавального процесу в технології інтерактивного навчання та методика її використання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі

2.1. Аналіз навчальних програм курсу геометрії старшої школи на предмет застосування технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини»

У школах 10–11 класи працюють за програмами, затвердженими наказом МОН №1407 від 23.10.2017 [38], [39]. Змістова лінія «Геометричні величини» у програмах геометрії для 10–11 класів (рівень стандарту та профільний) охоплює формування уявлень і вмінь, пов’язаних із довжинами, площами, об’ємами та площами поверхонь просторових фігур, а також практиками вимірювання, обчислення, порівняння і модельних перетворень (розгортки, перерізи тощо).

У програмі курсу «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія» для 10–11 класів, який вивчається на рівні стандарту, змістова лінія «Геометричні величини» реалізується через поступове розширення знань учнів про просторові фігури, їхні властивості та способи вимірювання. [38, с. 14-15] Така логіка змісту є діяльнісною за своєю природою: учень має не лише відтворити формули, а й узгодити модель вимірювання, задати одиниці та точність, обґрунтувати вибір способу і перевірити отримані значення на альтернативних поданнях фігури (переріз, розгортка тощо). Саме ці кроки відповідають суті інтерактивного навчання як організованої взаємодії учасників, у якій знання конструюються у спільному пошуку та аргументованому обговоренні.

В 10-му класі вивчають теми «Просторові геометричні фігури» та «Початкові уявлення про многогранники» у межах змістової лінії «Геометричні величини». У цих темах закладаються вимірювальні смисли майбутніх вели-

чин (довжини ребер, периметри граней, площі граней/поверхні в перспективі) та відпрацьовується перехід «просторова модель ↔ плоске подання» (зображення, переріз, розгортка). Інтерактивна організація доречна вже на етапі задання вимірювального змісту: колективне уточнення, що саме є об’єктом вимірювання (довжини ребер, периметри граней; у перспективі — площі), які припущення приймаються для моделі, як узгодити плоскі репрезентації з об’ємним об’єктом і де виникають похибки. Це створює підґрунтя для 11 класу, де ядро лінії розгортається у розрахунок площ поверхонь і об’ємів базових та комбінованих тіл, перевірку адекватності обчислень і інтерпретацію результатів у практичних контекстах [38; 39].

На профільному (поглибленому) рівні змістова лінія «Геометричні величини» опановується глибше: на геометрію відведено більше часу, тому поряд із базовими обчисленнями площ/об’ємів розширюється й ускладнюється «інструментарій» роботи з геометричними величинами [39]. На рівні стандарту акцент зроблено на практичних прийомах обчислення площ поверхонь і об’ємів (зокрема на розбитті фігур на простіші та використанні розгорток). Натомість на профільному рівні зміст ускладнюється задачами на співвідношення об’ємів подібних тіл і на знаходження площ поверхонь складених (комбінованих) фігур. Таке розширення змісту природно збільшує простір для інтерактивного навчання. Зокрема задачі на комбіновані фігури та співвідношення об’ємів подібних тіл доцільно опрацьовувати в парах і групах, через обговорення кількох можливих способів розв’язання та спільне обґрунтування вибору моделі, що сприяє не лише засвоєнню формул, а й усвідомленню їхнього змісту. Це створює реальне підґрунтя для впровадження колективно-групових форм роботи та цілеспрямованого опрацювання дискусійних питань

У цьому контексті інтерактивні технології навчання стають ключовим інструментом реалізації компетентнісного підходу, адже дозволяють поєднати вивчення геометричного матеріалу з активною практичною діяльністю

учнів, формуванням дослідницьких та комунікативних умінь. У наступних параграфах буде детально розглянуто, як інтерактивні технології можуть бути інтегровані в освітній процес для підвищення його ефективності та мотиваційної складової.

2.2. Аналіз навчального матеріалу змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи, викладеного у чинних шкільних підручниках, навчально-методичних посібниках, з метою планування інтерактивного навчання

У змістовій лінії «Геометричні величини» розглядаються питання площ поверхонь, об’ємів просторових тіл, побудови перерізів та масштабування.

У підручниках Г.П. Бевз «Геометрія. 10 клас. Рівень стандарту» [1] та «Геометрія. 11 клас. Рівень стандарту» [2] матеріал подано логічно і послідовно: від просторових відношень до обчислення площ і об’ємів багатогранників та тіл обертання. Формули подаються переважно у готовому вигляді, з подальшим тренуванням на задачах. У підручниках «Геометрія» Бевза Г.П. та ін. [8] [9] профільного рівня з’являється більше доведень та узагальнень, що дозволяє органічно застосовувати метод «розірваний ланцюжок» для відновлення логіки виведення формул, а також дискусійні методи, коли учні аргументовано відстоюють правильність того чи іншого способу розв’язання.

Підручник А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонського, М.С. Якіра «Геометрія. 10 та 11 клас. Рівень стандарту» [34] [35] вирізняється більшою кількістю прикладних задач, пов’язаних із побутом, будівництвом, вимірюванням ємностей. Наприклад [35, с.125, № 14,11; 14,11]. Під час їх розв’язування ефективними є «мозковий штурм» і «мікрофон», які допомагають швидко узагальнити формули або висунути гіпотези щодо способів обчислення. У підручниках профільного рівня А.Г. Мерзляка, Д.А. Номіровського, В.Б. Полонського та М.С. Якіра [30; 31; 32; 33] зміст теми «Геометричні величини» значно розширюється у порівнянні зі змістом теми курсу, який вивчається на рівні ста-

ндарту. Якщо у базовому рівні обмежуються вивченням об’ємів та площ поверхонь простих тіл (призми, піраміди, циліндра, конуса, кулі), то підручниках профільного рівня розглядаються комбінації тіл, надаються завдання на побудову складних перерізів за допомогою методу слідів, а також питання масштабування з аналізом залежності площі та об’єму від лінійних розмірів [33; 31]. Наприклад в 11 класі, автори вводять вправи, де необхідно дослідити властивості об’єму як адитивної величини, що готує учнів до розв’язування задач прикладного характеру. Наприклад вправа 14,2 та 14,3 [44, ст.151].

Такий підхід створює широкі можливості для використання інтерактивних методів, насамперед «кейс-стаді». Реалістичні завдання, що пропонуються в підручниках (наприклад, проектування резервуара або визначення оптимальних параметрів упаковки), можна перетворити на групові мінідослідження. Учні працюють із задачами на оптимізацію форми чи мінімізацію витрат матеріалів, обґрунтовують вибір формул і методів розрахунку, а потім презентують власні висновки.

У підручниках Є.П. Неліна, О.С. Долгової «Геометрія. 11 клас. Рівень стандарту» [44] значну частку займають вправи на доведення та формулювання узагальнень. У профільному курсі [42,] ці завдання стають ще різноманітнішими, з акцентом на складні перерізи й аналітичні міркування. Такі тексти найбільш вдало поєднуються з дискусійними методами: учням можна запропонувати обговорити твердження «будь-який переріз кулі є кругом», доводячи його або наводячи контрприклади [42, с. 121]. Подібна форма роботи розвиває здатність аналізувати, доводити і вести аргументовану математичну розмову.

У підручниках О.С. Істера «Геометрія. 11 клас. Профільний рівень» та «Геометрія. 10 клас. Профільний рівень» [18] [19] матеріал подається максимально широко: зрізані піраміди й конуси, сегменти та пояси кулі, метод слідів для побудови перерізів. Саме тут особливо доречно впроваджувати колективно-групове навчання: учні в малих групах опрацьовують різні типи тіл, а

згодом об’єднують результати, формуючи цілісну картину. Метод «ЗХД» («Знаю – хочу дізнатися – дізнався») допомагає структурувати матеріал і співвіднести нові знання з очікуваними.

Проведений аналіз приводить до таких висновків:

У проаналізованих підручниках для 10–11 класів теми змістової лінії «Геометричні величини» подані достатньо змістовно й структуровано, що сприяє підготовці уроків з застосуванням технологій інтерактивного навчання.

2.3. Орієнтовна структура уроку геометрії старшої школи із застосуванням інтерактивних технологій навчання та приклади її використання

Сучасний урок геометрії повинен поєднувати класичні дидактичні цілі з інтерактивними технологіями, які активізують пізнавальну діяльність і роблять навчання більш практико-орієнтованим. Спираючись на **класичну** схему інтерактивного уроку з додатку А, далі наведемо адаптовану для геометрії старшої школи структуру уроку [45, с. 75–77]. Мета — поєднати класичні дидактичні завдання з інтерактивними підходами, що активізують пізнавальну діяльність і забезпечують практикоорієнтованість навчання.

2.3.1. Етап мотивації

Вступний етап має створити атмосферу зацікавленості. Це може бути проблемне питання (*«Як архітектори розраховують площу фасаду?»*), демонстрація реальних предметів або коротка цитата, що підкреслює значення знань (*«Математика – ключ до розуміння світу»*). Для швидкого залучення застосовують метод «Мікрофон», демонстрацію 3D-моделей у GeoGebra чи коротке відео.

2.3.2. Оголошення теми та очікування навчальних результатів

Учитель формулює тему та разом із класом визначає цілі. Цей етап потрібен для того, щоб учні усвідомлювали мету своєї діяльності. Учитель може сам назвати тему або попросити когось із учнів прочитати її з дошки чи слайду, а також пояснити, чого саме школярі мають навчитися протягом заняття. Важливо окреслити, які види роботи передбачено на уроці та яким чином відбуватиметься оцінювання [51, с. 52]. Наприклад, викладач може зазначити: «Сьогодні ми розглянемо об’єм циліндра та конуса, наприкінці уроку ви зможете застосовувати відповідні формули, а я оціню вашу роботу за точність обчислень та активність у груповій діяльності». Для цього доцільно використати таблицю «ЗХД» (знаю – хочу дізнатися – дізнався), яка допомагає відслідковувати динаміку навчання.

2.3.3. Надання необхідної інформації

На цьому етапі варто щоб учні не лише слухали пояснення, а самі беруть участь у відкритті знань. Учитель ставить проблемне запитання, використовує динамічні моделі в GeoGebra чи інтерактивні презентації. Учні у парах або групах обговорюють побачене й формулюють висновки. Формула або правило має подаватись не як готовий результат, а як відкриття, зроблене спільно з класом.

2.3.4. Інтерактивні вправи

Центральною частиною є інтерактивна вправа, спрямована на засвоєння матеріалу і досягнення результатів уроку. Учитель проводить інструктаж, пояснює мету завдання, правила виконання, визначає час, необхідний для роботи [46, с. 7]. Учні об’єднуються в групи, виконують завдання, а педагог у цей час виступає організатором та фасилітатором: допомагає, спрямовує, ставить уточнювальні запитання, підтримує дискусію. Після завершення роботи відбувається презентація результатів, під час якої важливо оці-

нювати не лише правильність розв’язку, а й логіку міркувань та вміння співпрацювати. Наприклад, групи можуть розрахувати об’єми різних тіл і пояснити алгоритм обчислення класу. Приклади інтерактивних вправ:

- робота в групах із подальшою презентацією;
- «Мозковий штурм» для генерування ідей;
- метод «Розірваний ланцюжок» – відновлення послідовності доведення;
- кейс-метод – задачі з реального життя (будівництво, вимірювання, оптимізація).

2.3.5. Рефлексія результатів

Її метою є усвідомлення учнями власних досягнень та труднощів. Вчитель може використати дискусію, коротку письмову роботу, роботу в парах або колективне обговорення. Важливим є те, щоб учні мали змогу відповісти на запитання «Що я сьогодні зрозумів?», «Що було для мене найскладнішим?», «У чому я можу допомогти іншим?». Це сприяє формуванню навичок самооцінки та розвитку критичного мислення [22, с. 7].

2.3.6. Підсумки

Завершальним етапом є підбиття підсумків. Тут учитель разом із учнями узагальнює матеріал, підкреслює зв’язок між вивченим і вже відомим, а також окреслює перспективи подальшого навчання. На цьому етапі варто ставити відкриті запитання на зразок «Чому формула має саме такий вигляд?» або «Де ви можете застосувати це знання в реальному житті?». Підсумки не повинні зводитися лише до повторення, вони мають сприяти розумінню того, що отримані знання можна і потрібно використовувати далі.

Приклад конспекту уроку за орієнтовною структурою з використанням інтерактивних технологій:

Тема уроку: Об’єми та площі поверхонь тіл обертання

Мета:

***навчальна*:** узагальнити та систематизувати знання учнів з теми «Об’єми та площі поверхонь тіл обертання», показати практичне застосування вивченого матеріалу під час розв'язання задач;

***розвиваюча*:** розширити просторову уяву, точність роботи з одиницями виміру та вміння орієнтуватися у практичних ситуаціях; тренувати комунікацію й аргументацію під час командної роботи..

***виховна*:** виховна: формувати акуратність, наполегливість, культуру математичного мислення.

Обладнання: дошка, мультимедійна система, роздатковий матеріал.

Тип уроку: урок повторення, узагальнення і систематизації

Форма проведення: індивідуальна, фронтальна, групова.

Основні етапи уроку

І Організаційний момент

Учитель вітається з класом, відмічає присутність і перевіряє готовність до роботи (зошити, письмові прилади, доступ до матеріалів).

ІІ Мотивація уроку

Учитель:

«Згадайте свій тиждень. У кого був термос або пляшка? Хто купував морозиво в ріжку?

Для кожного з цих предметів скажіть одним реченням: що тут рахуємо в реальному житті — площу бічної поверхні чи об’єм — і навіщо?

Напр., термос — об’єм, щоб знати, скільки напою вміститься; ріжок — об’єм, щоб не перелити;

ІІІ. Актуалізація опорних знань

Міні-гра «Об’єм чи бічна?»

На дошці дві зони: «Об’єм» і «Бічна поверхня» з формулами та пропущеними літерами в них.

Учитель читає вголос ситуації. Завдання класу — визначити зону, формулу та сказати яких літер не вистачає.

•Команда стріт-арту обтягує рекламною плівкою колону в метро. Потрібно точно порахувати, скільки плівки замовити.

Обчислити площу бічної поверхні циліндра.

•У кав'ярні на кухні монтують металевий витяжний ковпак у формі конуса; Як зрозуміти скільки алюмінію вирізати з листа.

Обчислити площу бічної поверхні конуса для розкрою матеріалу.

•Джелатерія переходить з стаканчиків на вафельні ріжки і хоче порахувати, скільки порцій вийде з одного відра морозива.

Обчислити об'єм конуса одного ріжка, щоб оцінити кількість порцій.

• Майстерня збирає партію скляних новорічних снігових куль. Потрібно визначити, скільки залити суміші вода+гліцерин.

Обчислити об'єм кулі.

•Міський фестиваль ставить дзеркальну арт-кулю на площі, яку треба захистити прозорою плівкою.

Обчислити площу поверхні кулі для закупівлі плівки.

•Сім'я на дачі робить літній душ з дощової бочки. Щоб вистачило на всіх і вибрати бочку, треба знати, скільки води вмістить бочка.

Обчислити об'єм циліндра.

Таблиця 2.1

$S_б = 2\pi___H$	$V = _R^2H$
$S_б = \pi__l$	$V = _\pi R^2H$
$S = __\pi R^2$	$V = \frac{4}{3}\pi R$-

Відповідь:

Таблиця 2.2

$S_б = 2\pi RH$ - *циліндр* (колона) $S_б = \pi Rl$ - *конус* (витяжний ковпак) $S = 4\pi R^2$ - *куля* (дзеркальну арт-куля)	$V = \pi R^2 H$ - *циліндр* (дощова бочка) $V = \frac{1}{3}\pi R^2 H$ - *конус* (вафельні ріжки) $V = \frac{4}{3}\pi R^3$ – *куля* (склана новорічна куля)

III Оголошення теми та очікування навчальних результатів

Учитель оголошує тему: «Розв'язування задач з теми " Об'єми та площі поверхонь тіл обертання », після чого пропонує коротку взаємодію: «В одному реченні сформулюйте, чого ви хочете досягти сьогодні: що саме ми маємо навчитися обчислювати і як це перевіряти?». Кілька реплік учнів фіксуються дослівно, з них учитель формує узгоджену ціль уроку: свідомо визначати, яку величину обчислюємо для циліндра, конуса і кулі, коректно добирати потрібні дані з умови та обґрунтовувати алгоритм розв'язання з короткою перевіркою результату.

IV. Розв'язування завдань

Робота в парах (умови задач є авторською розробкою)

Пара 1. Теплоізоляція бойлера

Сервісна бригада утеплює вертикальний бойлер радіуса 0,40 м і висоти 1,20 м. Дно не закривають (стоїть на підставці), верх — так. Скільки квадратних метрів утеплювача потрібно на бічну поверхню і верхню кришку разом?

Рис 2.1.

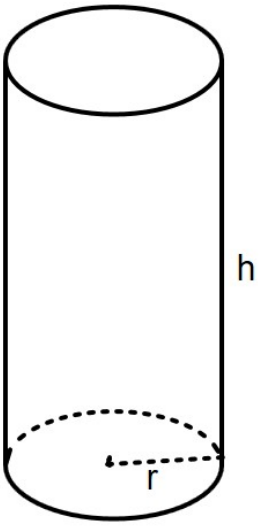


Рис 2.2.

Дано: r = 0,40 м, h = 1,20 м.

Знайти: S.

$S_б = 2\pi rh = 2\pi \cdot 0{,}40 \cdot 1{,}20 = 0{,}96\pi$ м²

$S_в = \pi r^2 = \pi \cdot (0{,}40)^2 = 0{,}16\pi$ м²

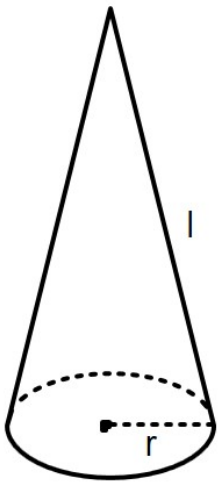
$S = S_б + S_в = 0{,}96\pi + 0{,}16\pi = 1{,}12\pi$ м²

Відповідь: $1{,}12\pi$ м²

Пара 2. Дорожній конус під фарбування

Автогосподарство перефарбовує сигнальні конуси: радіус основи 18 см, твірна 50 см. Скільки квадратних сантиметрів фарбування піде на один конус, якщо фарбують лише бічну поверхню?

Рис. 2.3.



Дано: r = 18 см, l = 50 см.

Знайти: $S_б$.

$S_б = \pi rl = \pi \cdot 18 \cdot 50 = 900\pi$ см²

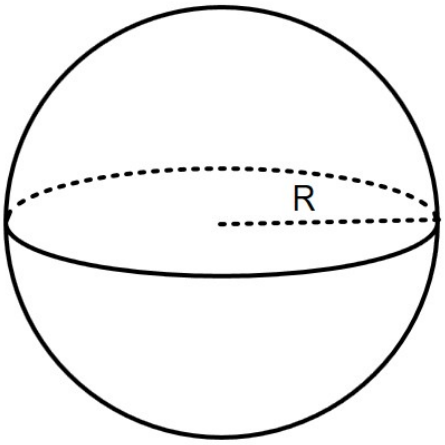
Відповідь: 900π см²

Рис. 2.4

Пара 3. Сферичний світильник

У магазині освітлення потрібно обклеїти плівкою кулеподібний плафон радіуса 20 см. Обклеюють усю поверхню плафона. Яка площа плівки потрібна?

Рис 2.5



Дано: R = 20 см.

Знайти: S.

$S = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 20^2 = 4\pi \cdot 400 = 1600\pi$ см²

Відповідь: 1600π см²

Рис 2.6

Пара 4. Паперовий стаканчик «to go»

Виробник перевіряє місткість стаканчика для кави: висота 12 см, верхній радіус 6 см, нижній радіус 4 см. В стаканчик варто наливати лише ¾ його об’єму. Скільки см^3 кави поміститься в стаканчик?

Рис 2.7

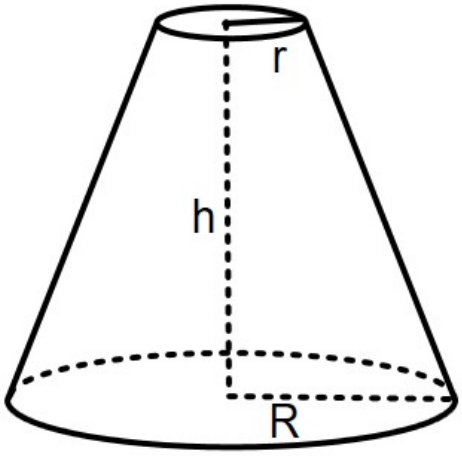


Рис 2.8

Дано: h = 12 см, R = 6 см, r = 4 см.

Знайти: $V_{\text{(об’єм кави).}}$

$V_{\text{зріз. к}} = (1/3)\cdot\pi\cdot h\cdot(R^2 + Rr + r^2) = (1/3)\cdot\pi\cdot 12\cdot(36 + 24 + 16) = 4\pi\cdot 76 = 304\pi$ см³

$V = (3/4)\cdot V_{фр} = (3/4)\cdot 304\pi = 228\pi$ см³

Відповідь: 228π см³

Пара 5. Жерстяна банка під повне друкування

Поліграфія рахує площу друку для банки радіуса 3 см і висоти 12 см. Малюнок іде на всю поверхню: бічна частина + обидві кришки. Яка повна площа друку?

Рис 2.9

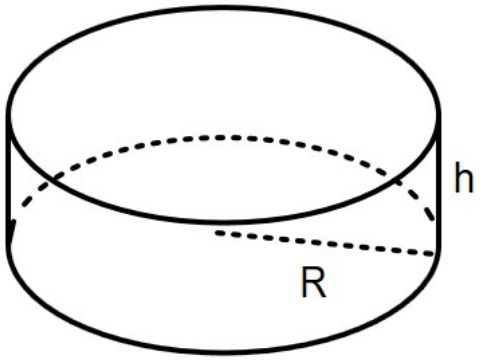


Рис 2.10

Дано: R = 3 см, h = 12 см.

Знайти: $S_{(п.п.)}$.

$S_б = 2\pi Rh = 2\pi \cdot 3 \cdot 12 = 72\pi$ см²

$S_{осн} = \pi R^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi$ см²

$S = S_б + 2 \cdot S_{осн} = 72\pi + 2 \cdot 9\pi = 90\pi$ см²

Відповідь: 90π см²

Пара 6 . Салатниця: скільки вміститься?

На шкільній ярмарці використовують пластикову салатницю у формі півкулі радіуса 6 см. Потрібно дізнатися, скільки рідини вона може вмістити «під край».

Рис 2.11

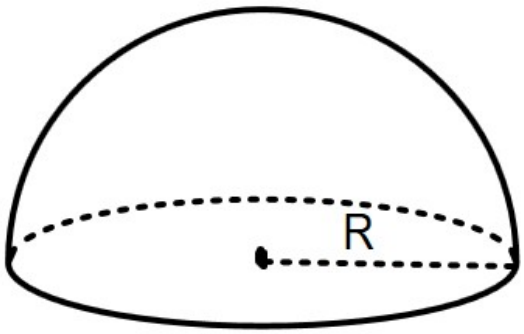


Рис 2.12

Дано: R = 6 см.

Знайти: $V_п$.

$V_{півкулі} = (1/2) \cdot (4/3) \cdot \pi \cdot R^3 = (2/3) \cdot \pi \cdot 6^3 = (2/3) \cdot \pi \cdot 216 = 144\pi$ см³

Відповідь: 144π см³

Пара 7. Етикетка

Поліграфія друкує етикетки для 20 циліндричних банок. Радіус банки 4 см, висота етикетки 8 см. Етикетка закриває лише бічну поверхню. Яка сумарна площа плівки потрібна?

Рис 2.13

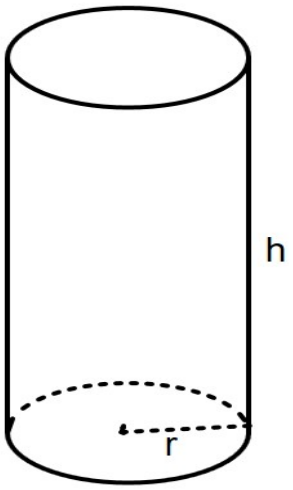


Рис 2.14

Дано: r = 4 см, h = 8 см, n = 20.

Знайти: S (загальна площа).

$S_{б(1)} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 4 \cdot 8 = 64\pi$ см²

$S = n \cdot S_{б(1)} = 20 \cdot 64\pi = 1280\pi$ см²

Відповідь: 1280π см²

Пара 8. Свічка «класична»

Пара 8. Свічка

Майстерня відливає свічку: циліндрична частина радіуса 2 см і висоти 18 см, зверху конічний носик з тим самим радіусом 2 см і висотою 6 см. Який загальний об’єм воску на одну свічку?

Рис 2.15

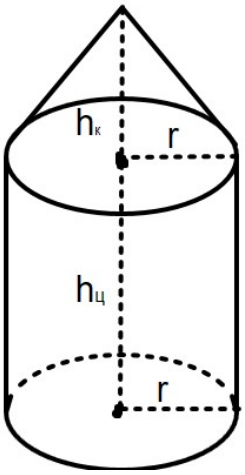


Рис 2.16

Дано: r = 2 см; $h_ц$ = 18 см; $h_к$ = 6 см.

Знайти: V.

$V_ц = \pi r^2 h_ц = \pi \cdot 2^2 \cdot 18 = \pi \cdot 4 \cdot 18 = 72\pi$ см³

$V_к = (1/3) \cdot \pi r^2 hк = (1/3) \cdot \pi \cdot 4 \cdot 6 = 8\pi$ см³

$V = V_ц + V_к = 72\pi + 8\pi = 80\pi$ см³

Відповідь: 80π см³

Пара 9. Крамниця декору фарбує конічне кашпо з круглим дном. Радіус основи 6 см, твірна 10 см. Потрібно порахувати повну площу фарбування (бічна + дно).

Рис 2.17

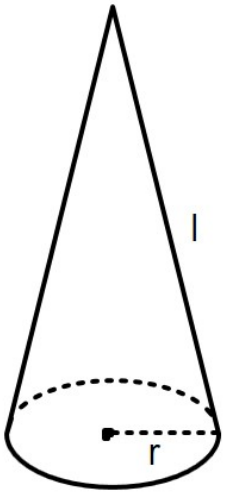


Рис 2.18

Дано: r = 6 см, l = 10 см.

Знайти: Sпов.

$S_б = \pi rl = \pi \cdot 6 \cdot 10 = 60\pi$ см²

$S_{осн} = \pi r^2 = \pi \cdot 6^2 = 36\pi$ см²

$S_{пов} = S_б + S_{осн} = 60\pi + 36\pi = 96\pi$ см²

Відповідь: 96π см²

Пара 10. Абажур для кав’ярні

Столяр робить абажур у формі зрізаного конуса: верхній радіус 6 см, нижній радіус 11 см, висота 12 см. Скільки квадратних сантиметрів матеріалу піде на бічну поверхню абажура (без кромок і основ)?

Рис 2.19

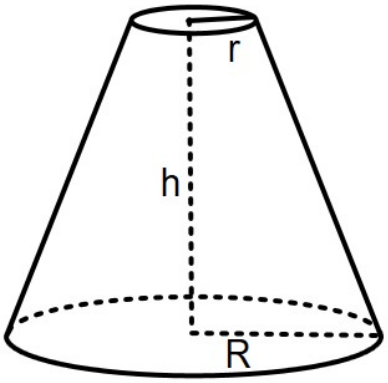


Рис 2.20

Дано: R = 11 см, r = 6 см, h = 12 см.

Знайти: $S_б$.

$l = \sqrt{(h^2 + (R - r)^2)} = \sqrt{(12^2 + (11 - 6)^2)} = \sqrt{(144 + 25)} = 13$ см

$S_б = \pi(R + r)\cdot l = \pi(11 + 6)\cdot 13 = 221\pi$ см²

Відповідь: 221π см²

2. Розв’язання задач

Задача 1: Кондитерська майстерня готує круглий мусовий торт у формі кулі. Для додавання додаткової начинки майстер зробив тонкий горизонтальний зріз на відстані d = 8 см від центра. Площа круга зрізу становить $S_к = 36\pi$ см². Знайти площу всієї поверхні торта S (щоб розрахувати глазур).

Рис 2.21

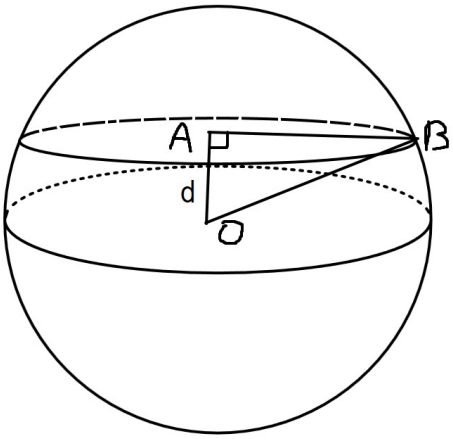


Рис 2.22

Дано: $S_к = 36\pi$ см², d = 8 см.

Знайти: $S_с$.

Розв’язання.

1) Знайдемо радіус круга зрізу:

$S_{к.з.} = 4\pi R^2$

$r^2 = S_к / \pi = 36 \rightarrow r = 6$ см.

2) З ΔBAO використаємо теорему Піфагора для перерізу кулі:

$R^2 = OB^2 = r^2 + d^2 = 6^2 + 8^2 = 36 + 64 = 100 \rightarrow$

$R = 10$ см.

3) Площа поверхні кулі:

$S_с = 4\pi R^2 = 4\pi \cdot 100 = 400\pi$ см².

Відповідь: $S = 400\pi$ см².

Задача 2 (на основі № 14.44 [19]):

Сторона прямокутника дорівнює α і утворює кут β із його діагоналлю. Прямокутник обертають навколо іншої сторони. Знайти площу повної

поверхні утвореного циліндра S.

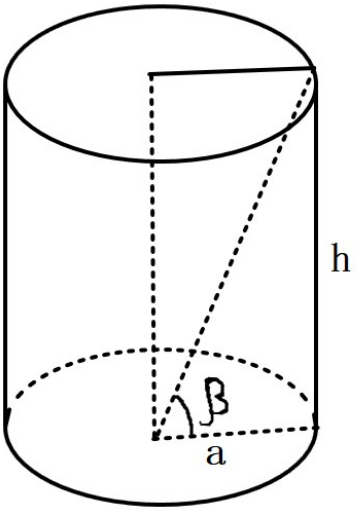


Рис 2.23

Дано: сторона α; кут між діагоналлю і цією стороною — β.

Знайти: $S_{п.п}$.

Розв'язання.

При обертанні навколо сторони b маємо циліндр:

радіус r = α, висота (з відношення в прямокутному трикутнику) h = α· tgβ.

Повна поверхня циліндра:

$S_{п.п} = 2\pi r(h + r) = 2\pi \cdot \alpha \cdot (\alpha \cdot tg\beta + \alpha) = 2\pi \cdot \alpha^2(1 + tg\beta)$.

Відповідь: $S = 2\pi \cdot \alpha^2(1 + tg\beta)$.

Інтерактив «Прізвище математика»

(правильні відповіді по черзі дають літери прізвища)

1) Радіус утвореного циліндра r дорівнює:

А) α → напиши літеру «К»

В) α· tgβ → напиши літеру «М»

2) Висота циліндра h дорівнює:

А) α → напиши літеру «Л»

В) α· tgβ → напиши літеру «Р»

3) Формула повної поверхні циліндра:

А) $S = 2\pi r(h + r)$ → напиши літеру «А»

В) $S = \pi r^2 h$ → напиши літеру «Н»

4) У нашому прямокутнику справедливо:

А) tgβ = h /a → напиши літеру «В»

В) tgβ = a/ h → напиши літеру «С»

5) Якщо β = 45°, то tgβ дорівнює:

А) 1 → напиши літеру «Ч»

В) $\sqrt{3}$ → напиши літеру «Ю»

6) Якщо $\alpha = 5$ см і $\beta = 45°$, то r дорівнює:

А) 5 см → напиши літеру «У»

В) $5\sqrt{2}$ см → напиши літеру «Я»

7) Для $\alpha = 5$ см, $\beta = 45°$ обчисли S:

$S = 2\pi \cdot \alpha^2(1+ \operatorname{tg}\beta) = 2\pi \cdot 25 \cdot (1+1) = 100\pi$.

Вибери правильне:

А) 100π → напиши літеру «К»

В) 50π → напиши літеру «Д»

Збери літери з пп. 1–7 по порядку.

Правильна відповідь дає прізвище українського математика XX ст., автора відомих поліномів і таблиць: К Р А В Ч У К → «КРАВЧУК».

КРАВЧУК

Михайло Пилипович Кравчук (1892–1942) — випускник Імператорського університету Св. Володимира (1914), видатний український математик і громадський діяч, академік ВУАН. У характеристиці, поданій до Всеукраїнської академії наук 1929 року для його обрання дійсним членом, наголошувалося, що фактично жодна вагома подія у становленні математичної науки в Україні не відбулася без його участі: від заснування перших українських шкіл у містах і селах, організації перших курсів та відкриття українських університетів (народного і державного) — до формування математичної термінології та наукової мови. У всіх цих процесах Кравчук відігравав одну з ключових і найактивніших ролей.

V Рефлексія

«3–2–1» Рефлексія

Короткі інструкції для учнів (на дошку)

1. Заповни «3–2–1» **самостійно й чесно**.
2. За потреби — **обговори в парі** та додай/уточни одну думку.

3. Здай учителю.

Бланк для учня

3. факти / ідеї / формули, які я сьогодні засвоїв(ла)

(Конкретно, без загальних фраз.)

1. ……
2. ……
3. ……

2. труднощі / типові помилки, яких я уникатиму

(Назви, чому вони виникали, і що робитимеш інакше.)

1. ……

→ План дії: ……

2. ……

→ План дії: ……

1 питання / запит / ціль на наступний урок

(Що хочу з'ясувати або відпрацювати?)

- Моє питання/запит:

  ……

- Моя міні-ціль: за 10 хв я зможу

  ……

Як учитель підсумує (видно учням)

- Вчитель вибирає бланки, швидко позначає теми-запити класу (3 найпопулярніші).
- Формує міні-групи підтримки: «можу допомогти» ↔ «потребую допомоги» на старті наступного уроку.
- Оголошує місточок: наступного разу почнемо з 3 хв тренажера саме по ваших запитах.

VI Підсумок

1) Що саме ми опрацювали сьогодні?

Відповідь (коротко):

- Розрізнення величин: $S_{біч}$, $S_{пов}$, V для тіл обертання (циліндр, конус, куля, зрізаний конус).

- Ключові формули та їх сенс (розгортка, «кришки/дно», твірна l).

- Практичне застосування: етикетка на банку ($S_{біч}$), фарбування/обшивка ($S_{пов}$), місткість (V).

Опорні формули:

Циліндр: $S_{біч} = 2\pi rh$; $S_{пов} = 2\pi rh + 2\pi r^2$; $V = \pi r^2 h$

Конус: $S_{біч} = \pi rl$; $S_{пов} = \pi rl + \pi r^2$; $V = (1/3)\pi r^2 h$

Куля: $S = 4\pi R^2$; $V = (4/3)\pi R^3$

Зріз. Конус: $l = \sqrt{(h^2 + (R - r)^2)}$; $S_{біч} = \pi(R + r)l$; $S_{пов} = \pi(R + r)l + \pi R^2 + \pi r^2$

2.4. Застосування технології колективно-групового навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи.

Технологія колективно-групового навчання це система організації уроку, за якої засвоєння навчального матеріалу відбувається через постійну взаємодію учнів у спільній діяльності. Вона передбачає, що клас працює над завданням не індивідуально, а в групах із подальшим узгодженням спільного результату для всього колективу. Така технологія поєднує пізнавальну, комунікативну й соціальну складові, спрямована на розвиток уміння аргументувати, слухати партнерів, домовлятися про спільне рішення, що особливо важливо під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» [51, с. 43].

У межах цієї технології вчитель заздалегідь планує структуру групової діяльності (об’єднання, виконання завдання, презентація, рефлексія), забезпечує чіткі інструкції, координує співпрацю й оцінює як індивідуальний, так і груповий внесок [61, с. 63]. Для підтримки активної взаємодії використовують відкриті запитання та прості інтерактивні форми («мікрофон», мозковий штурм, «навчаючи – вчуся» тощо), які дозволяють залучити до роботи кожного учня [51, с. 44].

Приклад застосування технології колективно-групового навчання:

№ 3.2 [32] Розглянь піраміду MABC, зображену на рисунку 2.4.1

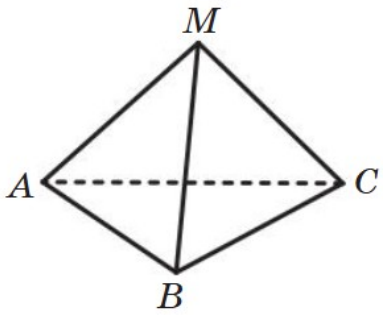


Рис 2.24

Визнач і запиши:

- яка фігура є основою піраміди;
- яку точку слід вважати вершиною піраміди;
- які многокутники утворюють бічні грані піраміди;
- які відрізки є бічними ребрами піраміди;
- які відрізки належать до ребер основи піраміди.

Застосування технології колективно-групового навчання

Організація: клас об’єднується у малі групи (по 4 особи).

Ролі в групі: спікер (озвучує результати), секретар (записує), аналітик (пояснює логіку), контролер (перевіряє точність назв і позначень).

Етап 1. Мотивація та постановка проблеми

Учитель: *«Перед вами рисунок піраміди MABC. Згадайте, з яких елементів складається піраміда. Що називають основою, вершиною, бічними гранями та ребрами?»*

Кожна група коротко повторює означення, формулюючи власними словами.

Етап 2. “Мозковий штурм”

Групи висловлюють ідеї: які точки, відрізки й площини на рисунку відповідають кожному з елементів піраміди.

Учитель записує ключові варіанти на дошці без оцінювання — мета — зібрати всі припущення.

Етап 3. Колективне уточнення

Учитель спрямовує дискусію запитаннями:

«Що є спільним для всіх бічних граней?»

«Яка точка не належить основі?»

«Скільки всього ребер у піраміди?»

Групи співвідносять свої відповіді з означеннями, узгоджують спільний варіант.

Етап 4. Представлення результатів (робота спікера)

Одна група озвучує, решта доповнює або коригує.

Відповідь (колективне рішення):

1. Основа — трикутник ABC.
2. Вершина — точка M.
3. Бічні грані — трикутники AMC, AMB, BMC.
4. Бічні ребра — відрізки MA, MB, MC.
5. Ребра основи — AB, BC, AC.

Етап 5. Рефлексія

Учитель ставить запитання:

«Що допомогло нам визначити елементи піраміди? Чи могли ми помилитися, плутаючи бічні ребра з ребрами основи?»

Групи коротко формулюють висновки у вигляді незакінчених речень:

1. Я зрозумів(ла), що …
2. Найскладніше було …

2.5. Застосування технології опрацювання дискусійних питань під час навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи.

Технологія опрацювання дискусійних питань – це спосіб організації навчання, за якого засвоєння матеріалу відбувається через цілеспрямовану дискусію навколо проблемного запитання. Учитель створює ситуацію, що

має кілька можливих розв’язань або різні підходи до пояснення, а учні мають зіставити позиції, навести докази й дійти обґрунтованого висновку [51, с. 64]. Така технологія поєднує пізнавальну, емоційну й соціальну активність: учні не просто відтворюють матеріал, а критично його осмислюють, пов’язують із власним досвідом і вчаться аргументувати свою думку [12].

Для змістової лінії «Геометричні величини» ця технологія є особливо продуктивною, оскільки геометричні поняття спираються на аналітичне й логічне мислення, вимагають доведень, порівнянь і вміння бачити математичні закономірності в реальних об’єктах. Дискусія допомагає учням краще зрозуміти зміст формул площ і об’ємів, відрізняти коректні міркування від інтуїтивних, але помилкових суджень [51, с. 64].

Ефективне застосування технології опрацювання дискусійних питань передбачає чітке проблемне запитання без наперед заданої єдиної відповіді, обов’язкове аргументування висловлювань («На що ти спираєшся? Як міркував?»), фокус на ідеях, а не на «перемозі» в суперечці, а також підсумок, у якому фіксуються або узгоджене рішення, або аргументовані розбіжності. Типовими етапами такого уроку є: постановка проблеми, формування позицій і гіпотез, аргументація та логічний доказ, обговорення й рефлексія результатів [27, с. 179].

Приклад:

- Постановка проблемного питання.

«Якщо збільшити всі лінійні розміри тетраедра втричі, то його об’єм збільшиться також утричі?».

- Формування позицій і висунення гіпотез.

«Так, бо всі сторони стали більшими — отже, і об’єм має зрости»;

«Ні, бо об’єм пов’язаний із трьома вимірами, отже, збільшується не втричі, а більше».

- Аргументація та логічний доказ.

На цьому етапі групи обчислюють співвідношення об’ємів подібних тіл: $V_2 = k^3 \cdot V_1$

Таким чином, учні самостійно доводять, що твердження помилкове: при збільшенні лінійних розмірів у 3 рази об’єм збільшується у 27 разів.

- Обговорення й рефлексія.

Групи по черзі коротко презентують висновок і ключовий розрахунок (посилання на $V_2 = k^3 \cdot V_1$). Клас ставить уточнювальні запитання, порівнює стратегії доведення, відмічає сильні кроки та місця, де втрачалась логіка. Разом фіксуємо типові помилки: плутанина між лінійним масштабом k і масштабом об’єму k^3, ігнорування одиниць виміру, некоректне формулювання твердження.

Учитель підсумовує: при збільшенні всіх лінійних розмірів у 3 рази об’єм зростає у 27 разів; пропонує «перенесення» результату — учні називають інші значення k і миттєво прогнозують, як зміниться об’єм ($k = 2 \rightarrow 8$ разів, $k = 1{,}5 \rightarrow 3{,}375$ разу).

Завершуємо міні-рефлексією: «Що в нашому доведенні було вирішальним?» і «Як уникати плутанини між k та k^3 надалі?».

Деякі форми які можна використати для технології опрацювань дискусійних теми «Геометричні величини»:

1. Метод «Позиційна шкала»

Учням пропонують твердження, щодо якого можливі різні ступені згоди. Кожен обирає свою позицію («повністю згоден», «частково згоден», «сумніваюся», «не згоден») і коротко її аргументує. Це дає змогу швидко зібрати спектр думок і перейти до глибшої дискусії.

2. Метод «Займи позицію»

Ефективно під час вивчення властивостей фігур. Учитель формулює запитання або суперечливе твердження, а учні обирають одну з позицій (наприклад, «так», «ні», «важко сказати») та обґрунтовують свій вибір, спираю-

чись на означення, теореми й приклади.3. «Дебати» з геометричним змістом [51, с. 79]

3. «Дебати» з геометричним змістом [51, с. 79]

Для старшокласників доцільно проводити короткі дебати на геометричні теми (наприклад, порівняння різних способів обчислення об’єму, доцільності тієї чи іншої моделі фігури). Учні працюють у командах, готують аргументи «за» і «проти», після чого відстоюють свою позицію в регламентованій дискусії.

4. Метод «Ток-шоу»

Обговорення організовується у форматі телевізійної передачі: є «ведучий» (учитель або учень) і «експерти», які представляють різні погляди на геометричну проблему (наприклад: «Чому куля вважається найвигіднішою формою резервуара?»). Учасники по черзі висловлюють аргументи, ставлять запитання одне одному, а наприкінці «ведучий» разом із класом узагальнює ключові висновки та пов’язує їх з теоретичним матеріалом теми «Геометричні величини».

Отже, технології опрацювання дискусійних питань є важливим засобом розвитку критичного мислення та пізнавальної активності учнів під час вивчення геометрії. Вони допомагають глибше зрозуміти зміст геометричних понять через діалог, аргументацію та спільний пошук розв’язання. Використання методів «Позиційна шкала», «Займи позицію», «Дебати», «Ток-шоу» формує вміння логічно міркувати, доводити твердження, пов’язувати формули з реальними об’єктами й оцінювати коректність різних підходів. У результаті учні не лише запам’ятовують матеріал, а й набувають досвіду наукового мислення, важливого для сучасної математичної освіти.

2.6. Застосування прийомів «Мозковий штурм» і «Мікрофон» під час навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії старшої школи.

Метод «мозковий штурм» є універсальним прийомом генерування ідей, пошуку нестандартних рішень і формування гіпотез. Під час його застосування учні вчаться швидко висувати припущення, не боячись помилок, колективно досліджувати можливі пояснення й відрізняти математично обґрунтовані ідеї від випадкових [40, с. 4] . Зазвичай виділяють такі етапи: коротке проблемне запитання вчителя, вільне висування ідей без критики, колективний відбір раціональних пропозицій та узагальнення результатів у вигляді стислого «банку» робочих підходів [51, ст.51].

Прийом «Мікрофон» спрямований на те, щоб дати змогу кожному учню коротко висловитися щодо заданого питання. Він допомагає розвивати усне математичне мовлення, впевненість в аргументації та навички рефлексії. Організаційно це послідовне висловлення учнів за правилом «коротка відповідь без коментарів», після чого вчитель узагальнює думки класу й формулює головну ідею [51, ст.50].

Методи «Мозковий штурм» і «Мікрофон» доцільно поєднувати в межах одного уроку: спочатку — швидка актуалізація знань через індивідуальні відповіді («мікрофон»), далі — колективний пошук способів розв’язання задачі за допомогою «мозкового штурму», що забезпечує перехід від особистих уявлень до спільного осмислення та узагальнення.

Приклад застосування прийому «Мозковий штурм»:

№3.32 [32] Чи можна стверджувати, що коли всі грані многогранника — рівні квадрати, то цей многогранник — куб?

Учитель:

— Уявіть (опуклий) многогранник, усі грані якого — рівні квадрати.

— Чи завжди це куб?

— Протягом 2–3 хвилин висловлюємо всі ідеї, навіть найсміливіші.

— Пам’ятайте: *не критикуємо*, а *доповнюємо* один одного.

Учні (приклади ходу ідей учнів під час штурму правильних і ні):

«Якщо всі грані квадрати, то ребра рівні — мабуть, це куб.»

«Але може бути прямокутний паралелепіпед…»

«Якщо всі ребра однакові, то це куб, але якщо кути між ребрами не прямі — ні.»

«Куб — це, можливо, окремий випадок такого многогранника.»

Учитель:

— Добре. Тепер спробуймо узагальнити висновок.

Підсумковий висновок:

Для (опуклого) многогранника: якщо всі його грані — рівні квадрати, то цей многогранник є кубом.

Коротко: у вершині опуклого многогранника), в кожній вершині сходяться 3 квадрати, і така фігура має будову куба.

Приклад застосування прийому «Мікрофон»:

Учні по черзі відповідають передаючи умовний мікрофон.

Тема: Просторові фігури. Початкові відомості про многогранники

Клас: 10

Запитання та приклади відповідей:

1. Що називають просторовою фігурою?
   — Просторова фігура — це геометричне тіло, яке займає певну частину простору й має об’єм.
2. Яка фігура називається многогранником?
   — Многогранник — це тіло, обмежене скінченною кількістю многокутників.
3. Як називають многокутники, що утворюють поверхню многогранника?
   — Це його грані.
4. Що спільного мають дві сусідні грані?

— Вони мають спільну пряму — це ребро многогранника.

5. Як називається точка, де сходяться кілька ребер?

— Така точка — це вершина многогранника.

6. Який многогранник має всі грані квадратами, а всі ребра — однакової довжини?

— Куб.

7. Чим призма відрізняється від піраміди?

— У призми дві паралельні грані — основи, а в піраміди лише одна основа й усі бокові грані сходяться у вершині.

8. Що утворює бічну поверхню призми?

— Паралелограми, які з’єднують відповідні сторони основ.

9. Як називають призму, в якій усі ребра перпендикулярні до основи?

— Пряма призма.

10. Який многогранник має шість граней, дванадцять ребер і вісім вершин?

— Куб або прямокутний паралелепіпед.

11. Чим відрізняється правильна піраміда від неправильної?

— У правильної основа — правильний многокутник, а вершина розташована над його центром.

12. Яку фігуру утворює перетин піраміди площиною, паралельною основі?

— Многокутник, подібний до основи.

13. Які просторові фігури не є многогранниками?

— Тіла з кривими поверхнями: циліндр, конус, куля.

14. Що є спільного між кубом і прямокутним паралелепіпедом?

— У них по шість граней, дванадцять ребер і вісім вершин, але в кубі всі грані квадратні, а в паралелепіпеді — прямокутні.

15. Як можна перевірити, чи фігура є многогранником?

— Якщо всі її грані — плоскі многокутники, які утворюють замкнену поверхню, то це многогранник.

2.7. Застосування методу «Знаю – хочу дізнатись - навчаюсь» під час вивчення геометричних величин в курсі геометрії 11-го класу.

Сучасна методика навчання математики передбачає активну участь учня в освітньому процесі, де він не просто сприймає знання, а самостійно їх конструює. Одним із найефективніших прийомів такого типу є метод «Знаю – Хочу дізнатись – Навчаюсь» (англ. *Know – Want – Learn*, KWL), запропонований Донною Огл (*Donna Ogle*, 1986) як стратегія розвитку критичного та метакогнітивного мислення [47].

Метод KWL належить до метакогнітивних стратегій навчання, оскільки спонукає учнів усвідомлювати власний процес пізнання: що вони вже знають, чого хочуть навчитися і чого реально навчилися після завершення уроку.

Як зазначає Наджех Альсалхі у журналі *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education* [64], KWL допомагає «активізувати попередній досвід учнів, формулювати цілі навчання та відстежувати особистий прогрес».

Традиційно метод реалізується через таблицю із трьома стовпцями:

Таблиця 2.3

Знаю (K)	Хочу дізнатись (W)	Навчаюсь (L)
Учні фіксують відоме з теми — визначення, властивості, формули, приклади.	Формулюють питання, що потребують з’ясування або викликають труднощі.	Після вивчення теми узагальнюють нові знання, відповідають на свої запитання, роблять висновки.

Методика дозволяє вчителю оцінити вихідний рівень знань, а учням — усвідомити власний розвиток від етапу передзнання до осмисленого результату.

Згідно з експериментальними дослідженнями [64], використання KWL у навчанні природничих дисциплін значно підвищує академічні результати й мотивацію учнів у порівнянні з традиційними методами.

Рівень досягнень експериментальної групи перевищив контрольну, а ставлення до навчання стало істотно позитивнішим.

Аналогічні висновки отримали Данламі та ін.. у дослідженні впливу KWL на успішність з геометрії: середній бал учнів експериментальної групи становив 23,52 проти 14,69 з максимально можливих 40 у контрольній, що підтверджує статистично значущу перевагу методу. Різниця становила близько +8,83 бала (≈ +22 % підвищення успішності). Автори відзначають, що KWL «дозволяє учням самостійно формулювати гіпотези і встановлювати зв’язки між поняттями площі, об’єму й форми» [66].

Таким чином, KWL поєднує елементи активного навчання й саморефлексії, а його ефективність підтверджена численними емпіричними дослідженнями у галузі STEM-освіти.

Приклад 1. Тема: Об’єм і площа поверхні кулі

Мета:

– актуалізувати знання учнів про фігури обертання;

– сформувати поняття об’єму й площі поверхні кулі;

– розвивати вміння встановлювати зв’язок між відомими формулами.

Хід роботи:

Учні обговорюють, що знають про кулю, заповнюють першу графу.

Формулюють запитання у другу графу.

Після пояснення нового матеріалу заповнюють третю графу. Приклад:

Таблиця 2.4

Знаю (K)	**Хочу дізнатись (W)**	**Навчаюсь (L)**
Куля утворюється при обертанні кола навколо діаметра.	Як вивести формулу для об'єму кулі?	$V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$
Радіус — відстань від центра до поверхні кулі.	Як пов'язана площа кулі з площею кола?	$S = 4\pi r^2$
Поверхня кулі гладка, без граней.	Який зв'язок між кулею та циліндром?	$V_{куля} = \frac{2}{3} \cdot V_{циліндра}$

Приклад 2. Тема: Об'єми та площі поверхонь тіл обертання (узагальнення)

Мета:

– систематизувати знання про циліндр, конус, кулю;

– показати взаємозв'язок між їхніми формулами площі та об'єму. Приклад:

Таблиця 2.5

Знаю (K)	Хочу дізнатись (W)	Навчаюсь(L)
Формула об'єму циліндра — $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.	Чому об'єм конуса менший за об'єм циліндра?	$V_{конуса} = \frac{1}{3} \cdot V_{циліндра}$
Конус утворюється при обертанні прямокутного трикутника.	Як знайти площу бічної поверхні конуса?	$S_{біч} = \pi \cdot r \cdot l$
Формула об'єму кулі — $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3$.	Як співвідносяться об'єми кулі та циліндра?	$V_{куля} = \frac{2}{3} \cdot V_{циліндра}$

2.8. Застосування методу «Розірваний ланцюжок» під час навчання учнів доведення теорем теми: «Об’єм призми і циліндра»

Метод «Розірваний ланцюжок» застосовується для розвитку логічного мислення, оскільки дозволяє учням з'єднувати частини доказу, поступово відновлюючи весь ланцюг міркувань. Цей метод належить до інтерактивних технологій пізнавального типу, адже поєднує елементи проблемного навчання, колективної взаємодії та дослідницької діяльності. Учень виступає не пасивним спостерігачем, а активним «співавтором» доказу — він самостійно встановлює зв’язки між твердженнями, формулами та геометричними властивостями.

Суть прийому полягає в тому, що учням пропонується доведення або розв’язання, у якому порушено логічний порядок дій, пропущено окремі кроки або переплутано твердження. Завдання — відновити правильну послідовність, пояснюючи, чому саме цей порядок є логічно виправданим.

У процесі виконання вправи вчитель може:

1. дати учням фрагменти доведення у довільному порядку;
2. запропонувати знайти зайві або недоречні кроки;
3. запропонувати доповнити відсутні аргументи чи формули;
4. організувати роботу в парах або малих групах, де кожна група відновлює свою частину ланцюга, а потім обговорюється спільний результат.

Далі розглянемо теореми, їх доведення (взяті з [9]) та приклад застосування методу «Розірваний ланцюжок».

Теорема [9, с.229] . Об’єм прямої призми дорівнює добутку площі її основи на висоту.

$V = S_o \cdot h$

Доведення:

Розглянемо пряму призму, в основі якої лежить прямокутний трикутник. До неї можна приєднати другу таку саму призму, розташовану дзеркально, щоб утворився прямокутний паралелепіпед (Рис. 2.8.1).

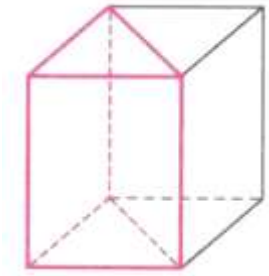


Рис 2.25

Якщо позначити об’єм призми через V, площу її основи через S_0, а висоту через h, то для створеного паралелепіпеда відповідні величини будуть:
об’єм 2V, площа основи $2S_0$, а висота залишиться тією ж h.

Оскільки відомо, що об’єм прямокутного паралелепіпеда обчислюється за формулою $V = S_0 \cdot h$, то для утвореної фігури матимемо:

$2V = 2S_0 \cdot h$

Звідси дістаємо:

$V = S_0 \cdot h$

Розглянемо пряму n-кутну призму ($n > 3$) із площею основи S та висотою h. Таку призму зручно розбити (наприклад, діагональними перерізами) на кілька трикутних призм; кожну з них, за потреби, можна далі подати як суму призм, в основах яких лежать прямокутні трикутники (Рис. 2.8.2).

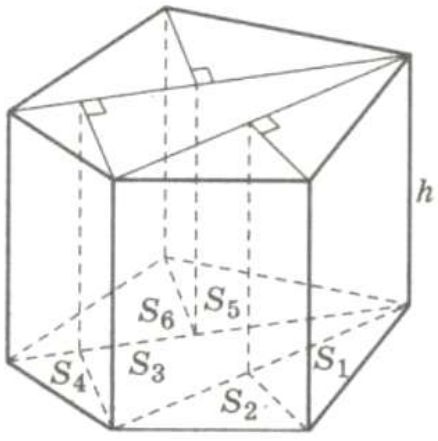


Рис 2.26

У підсумку дістанемо скінченну сукупність з k прямих призм однакової висоти h.

Позначимо площі їхніх основ через S_1, S_2, …, S_k. Оскільки перерізи лише «перекладають» площу без втрати, маємо:

$S_1 + S_2 + \ldots + S_k = S$.

Об’єм вихідної призми дорівнює сумі об’ємів усіх складових трикутних призм. Для кожної з них об’єм обчислюється як добуток площі основи на висоту, отже:

$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_k = S_1 \cdot h + S_2 \cdot h + \ldots + S_k \cdot h = (S_1 + S_2 + \ldots + S_k) \cdot h = S \cdot h$.

Отже, для будь-якої прямої призми справджується формула об’єму:

$V = S \cdot h$.

Теорему доведено.

Застосування методу «Розірваний ланцюжок»

Мета

- відновити логіку доведення формули об’єму призми;
- навчитися пояснювати кожен крок доказу коротко і точно;
- відрізняти суттєві кроки від «зайвих» тверджень.

Опорна теорема

Формула: $V = S_0 \cdot h$,

де S_0 — площа основи призми, h — її висота.

Матеріали

- Набір карток (вирізати/роздати групам). У кожній картці — ОДНА теза.
- Маркери/стікери для побудови остаточного ланцюжка на дошці.

Картки (перемішані)

A. «Позначимо площу основи призми через S_0, а висоту — через h.»
B. «Призму можна розбити на простіші тіла однакової висоти (напр., на трикутні призми).»
C. «Об’єм кожної трикутної призми дорівнює добутку площі її основи на висоту: $V_i = S_i \cdot h$.»
D. «Сума площ основ усіх складових призм дорівнює площі основи вихідної призми: $S_1 + S_2 + \ldots + S_k = S_0$.»

E.«Склавши об’єми частин, дістанемо об’єм усієї призми:

$V = V_1 + V_2 + \ldots + V_k$.»

F. «Тому $V = (S_1 + S_2 + \ldots + S_k)\cdot h = S_0\cdot h$ — що й треба було доказати.»

Дистрактори (зайві/необов’язкові):

X1. «Площа бічної поверхні не впливає на об’єм, отже її слід спершу обчислити.»

X2. «Якщо збільшити всі ребра удвічі, то об’єм теж збільшиться удвічі.»

X3. «Формула для паралелепіпеда інша, тому до призми її застосовувати не можна.»

Інструкція для учнів

1. Розкладіть картки A–F у логічному порядку доведення.
2. Кожен крок коротко прокоментуйте (1–2 речення): *чому саме цей крок зараз доречний?*
3. Визначте, які картки є зайвими (X1–X3) та поясніть, чому.
4. Запишіть підсумковий ланцюг доведення у зошит.

Очікуваний порядок (ключ) і міні-коментар

1. A. Вводимо позначення S_0, h — без них неможливо сформулювати результат.
2. B. Розбиття на «зручні» частини з однаковою висотою — підготовка до додавання об’ємів.
3. C. Для кожної частини: $V_i = S_i\cdot h$ — опираємося на відому формулу для простої призми.
4. D. Площа основи великих і «дробних» призм узгоджується: сума S_i дорівнює S_0.
5. E. Складаємо об’єми частин: $V = \Sigma V_i = \Sigma(S_i\cdot h)$.
6. F. Виносимо h: $V = (\Sigma S_i)\cdot h = S_0\cdot h$. Готово.

Чому дистрактори зайві/помилкові:

- X1. Бічна площа не входить у формулу об’єму; її обчислення нічого не дає для доведення.

- X2. Невірне узагальнення: при масштабуванні у k разів об’єм змінюється у k^3 разів, а не у k.
- X3. Формула для паралелепіпеда є окремим випадком тієї ж ідеї $V = S_0 \cdot h$; за потреби її можна використати як інтуїтивну опору, а не «заборону».

Варіації складності

- Базовий рівень: прибрати дистрактори; залишити 4–5 ключових карток.
- Профільний рівень: додати картку про граничний перехід до циліндра (аналогія з призмою з великою кількістю граней), або вимогу пояснити, чому додавання об’ємів коректне.

Міні-рефлексія (1 хв)

Напишіть одне речення: *яка ланка ланцюжка була для мене найменш очевидною і чому?*

Теорема [9, с.230] Об’єм циліндра дорівнює добутку площі його основи на висоту.

$V = S \cdot h$

Доведення (через вписані та описані призми)

Нехай маємо циліндр з площею основи S і висотою h. Упишемо в нього правильну n-кутну призму, а навколо того самого циліндра опишемо правильну n-кутну призму (Рис. 2.27.).

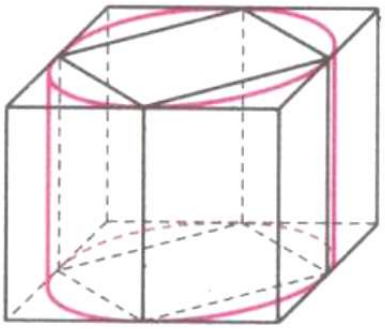


Рис 2.27

Позначимо площі основ цих призм через S_n (для вписаної) та S'_n (для описаної).

Оскільки вписана призма повністю міститься в циліндрі, а циліндр — усередині описаної призми, об’єми задовольняють подвійній нерівності:

$S_n \cdot h < V < S'_n \cdot h$.

За відомими властивостями правильних багатокутників, коли n зростає, фігури «ущільнюються» до круга, тому

$S_n \to S$ і $S'_n \to S$ (за $n \to \infty$).

Отже, у подвійній нерівності і ліва, і права частини наближаються до $S \cdot h$. Єдиний можливий «втиснутий» між ними граничний об’єм — це

$V = S \cdot h$.

Теорему доведено.

Наслідок

Якщо радіус основи r, то $S = \pi \cdot r^2$, звідси

$V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

«Розірваний ланцюжок» (приклад індивідуального застосування)

Формат без груп: кожен учень отримує смужку з фрагментами доказу, перемішує їх і самостійно відновлює порядок. Час — 3–4 хв. Далі — швидка самоперевірка за ключем та міні-коментар (1–2 речення), чому саме так.

Картки-фрагменти (перемішати перед роздачею)

A. Упишемо в циліндр правильну n-кутну призму, а навколо нього опишемо правильну n-кутну призму.

B. Позначимо площі основ: S_n — у вписаної, S'_n — в описаної; висота в обох призм h.

C. Вписана призма всередині циліндра, циліндр — всередині описаної призми.

D. Тому маємо подвійне порівняння об’ємів: $S_n \cdot h < V < S'_n \cdot h$.

E. Коли n зростає, багатокутники прямують до круга, тож $S_n \to S$ і $S'_n \to S$.

F. Межі подвійної нерівності збігаються: $S_n \cdot h \to S \cdot h$ і $S'_n \cdot h \to S \cdot h$.

G. Отже, значення V, «затиснуте» між ними, дорівнює $S \cdot h$.

H. Висновок: $V = S \cdot h$. (Наслідок: за $S = \pi \cdot r^2$ маємо $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$.)

Дистрактори (непотрібні твердження, щоб відсікти):
X1. Спершу знайдемо площу бічної поверхні циліндра — саме вона визначає об’єм.
X2. Для великих n об’єм вписаної призми перевищує об’єм циліндра.

Ключ (правильний порядок)

A → B → C → D → E → F → G → H

Чому дистрактори неправильні:

- X1. Об’єм визначається площею основи та висотою, бічна поверхня тут не використовується.
- X2. Навпаки: вписана призма менша за циліндр, описана — більша.

Бланк відповіді (зразок для роздруку)

1. мій порядок: ☐A ☐B ☐C ☐D ☐E ☐F ☐G ☐H
2. формула підсумку (переписати акуратно у зошит):
   $V = S \cdot h$ і $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$
3. міні-коментар (1–2 речення): яка ланка була найменш очевидною і чому?

«Розірваний ланцюжок» у роботі в парах

Тема: *Об’єм циліндра. Інтегральний підхід*

Мета застосування методу

Забезпечити усвідомлене розуміння учнями логіки виведення формули

$V=\pi \cdot r^2 \cdot h$

через послідовне відновлення доведення, що базується на використанні інтеграла як межі сум площ поперечних перерізів. Робота в парах сприяє розвитку математичного мовлення, аргументації та взаємоперевірки.

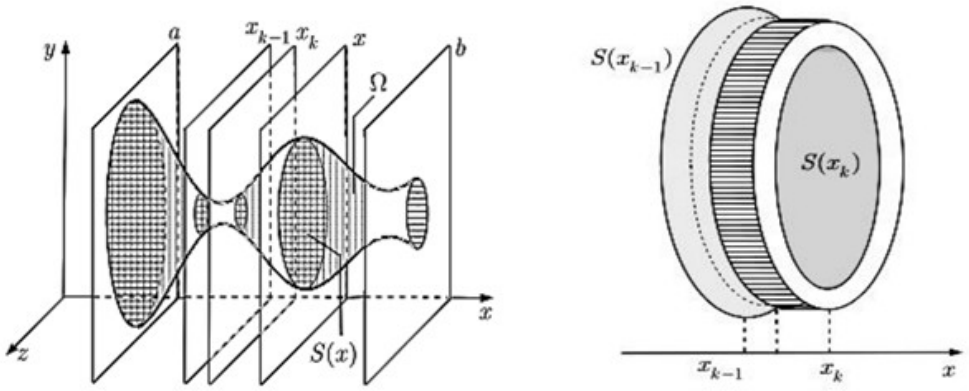
1. Мотиваційне пояснення (перед роздачею карток)

Учитель коротко пояснює, що будь-яке тіло можна розглядати як сукупність тонких шарів.

На рисунку 2.8.4 (а, б) показано, як тіло розбивається площинами, перпенди-

кулярними осі Ox.

Це дає змогу уявити об’єм як суму об’ємів елементарних шарів.



а) б)

Рис 2.28 *Побудова об’єму через послідовні перерізи:*
а)тіло між площинами x = a і x = b;
б) один елементарний шар об’єму $\Delta V_k \approx S(x_k)\cdot\Delta x$.

Хід роботи:

1. Організаційний етап

Учні об’єднуються в пари. Кожна пара отримує набір карток (А–Н та дистрактори Х1–Х3).

Завдання — разом проаналізувати їх зміст і встановити правильну логічну послідовність доведення формули об’єму циліндра.

2. Картки з твердженнями (перемішані)

А. Циліндр розміщено так, що його вісь збігається з віссю Ox. Площини основ — x = 0 та x = h.

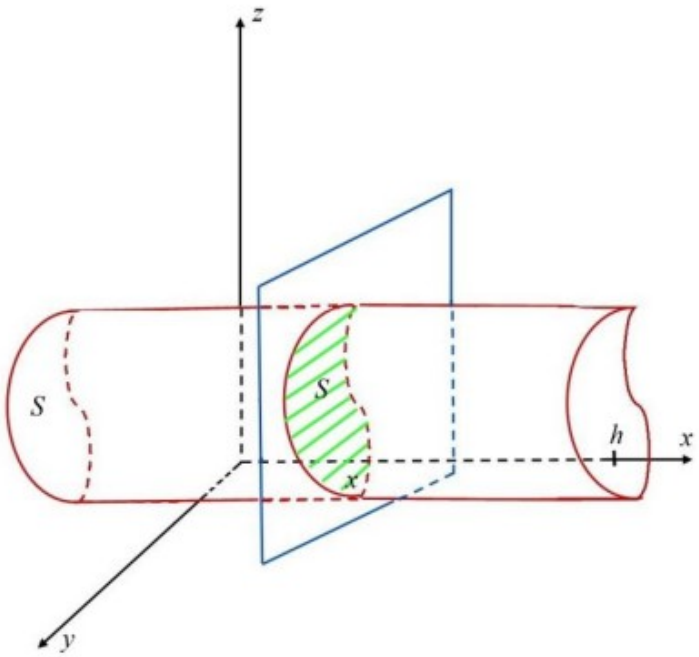


Рис 2.29 *Поперечний переріз циліндра площиною, перпендикулярною осі Ox*

B. Переріз циліндра площиною, перпендикулярною до осі Ox, для будь-якого x є кругом.

C. Площа кожного такого перерізу не змінюється й дорівнює площі основи:

$S(x) = S_0 = \pi \cdot r^2$.

D. Для наближеного обчислення об’єму поділимо циліндр на n тонких шарів однакової товщини Δx.

E. Об’єм одного шару можна оцінити як добуток площі його основи на висоту шару:

$\Delta V_k \approx S(x_k) \cdot \Delta x$.

F. Сумуючи всі частини, одержимо наближену суму об’ємів:

$V \approx S(x_1) \cdot \Delta x + S(x_2) \cdot \Delta x + \ldots + S(x_n) \cdot \Delta x$.

G. Якщо збільшувати кількість шарів до нескінченності (а $\Delta x \to 0$), наближена сума переходить у точний інтеграл:

$V = \int_0^h S(x) \cdot dx$.

H. Підставляючи $S(x) = \pi \cdot r^2$, маємо:

$V = \int_0^h \pi \cdot r^2 \cdot dx = \pi \cdot r^2 \cdot x \,|_0^h = \pi \cdot r^2 \cdot h$.

Отже, об’єм циліндра дорівнює добутку площі його основи на висоту.

3. Дистрактори (зайві твердження)

X1. Для знаходження об’єму потрібно спочатку визначити площу бічної поверхні.

X2. Оскільки форма циліндра не змінюється, інтеграл тут не застосовується.

X3. Площа перерізу зменшується з висотою, тому її потрібно виражати як функцію x.

4. Алгоритм дій для пари

1. Кожен учень читає набір карток самостійно.
2. Один пояснює логіку обраного кроку, інший перевіряє, чи узгоджується він з попереднім.
3. Якщо є сумнів — пара аргументує вибір і перевіряє послідовність за змістом формул.
4. Після обговорення пари прикріплюють картки на дошку (або у спільний документ) у погодженому порядку.
5. Учитель після виконання завдання демонструє правильний ланцюг і коротко пояснює його сенс.

5. Правильна послідовність

A → B → C → D → E → F → G → H

X1. Помилкове твердження, оскільки площа бічної поверхні не впливає на об’єм. Для обчислення об’єму циліндра використовується лише площа основи, а не бічної частини.

X2. Неправильно, бо інтеграл застосовується для будь-якого тіла, навіть якщо його форма не змінюється. У випадку циліндра інтеграл просто спрощується, адже S(x) стала.

X3. Хибне судження, адже площа перерізу циліндра не змінюється з висотою — усі перерізи однакові. Таке твердження було б правильним лише для конуса, але не для циліндра.

6. Перевірка та обговорення

Учні порівнюють свій порядок із правильним, обговорюють відмінності. Кожна пара має коротко пояснити:

- чому саме S(x) є сталою величиною;
- як від суми переходять до інтеграла;
- чому результат $V = \pi \cdot r^2 \cdot h$ збігається з геометричною інтерпретацією об’єму.

7. Рефлексія (письмово, 2–3 речення)

«Який крок у доведенні виявився для нас найскладнішим?» «Що змінилося у розумінні інтеграла після виконання цього завдання?»

2.9. Застосування методу «кейс-стаді» під час вивчення «Об’єм паралелепіпеда»

Метод кейсів (case-study) — технологія навчання через аналіз реальної або змодельованої життєвої ситуації. Як зазначає О. В. Петренко, кейс-метод забезпечує перехід від пасивного засвоєння матеріалу до активної пізнавальної діяльності, у якій учень виступає дослідником, аналітиком і співтворцем рішення [50, с. 46].

Технологія кейс-стаді передбачає поєднання теорії з практикою на основі ситуаційного аналізу, що вимагає від учня вміння визначати проблему, пропонувати можливі варіанти її розв’язання й аргументувати вибір найоптимальнішого. У статті Н. Крутової та співавт. підкреслюється, що використання методу case-study в математичній освіті дає змогу організувати продуктивну співпрацю вчителя та учнів, сприяє розвитку критичного мислення й формує навички практичного застосування математичних знань [23, с. 28–29].

Подібної думки дотримується і платформа «Нова українська школа», де наголошується на важливості поступового «занурення» у метод кейсів — від простих завдань до комплексних ситуацій, що вимагають колективного аналізу, обговорення та прийняття рішень [13].

Як зазначає Н. А. Черненко, задачі з практичним змістом підсилюють інтерес учнів до математики, коли вони бачать зв’язок між формулою і реальним життям [60, с. 74].

А В. О. Швець та А. В. Прус наголошують, що прикладна спрямованість курсу стереометрії має ґрунтуватися на моделюванні побутових і виробничих ситуацій, де математичні обчислення є інструментом прийняття рішень [63, с. 58].

Мета кейс-завдання

- усвідомити зв’язок між формулою об’єму паралелепіпеда і практичними вимірами простору;
- сформувати вміння аналізувати реальну ситуацію, відбирати необхідні дані, робити обґрунтовані висновки;
- розвивати логічне мислення, просторову уяву, вміння співпрацювати в групі.

Приклад організації методу: Кейс-ситуація “Транспортування товару”

Сюжет:

Учням пропонується ситуація: місцеве підприємство замовило упаковку дерев’яних ящиків для транспортування керамічної плитки. Необхідно визначити, скільки плиток уміститься в одному ящику, щоб під час перевезення вони не пошкодилися та не залишалось вільного простору.

Вихідні дані:

Відомо, що розмір плитки — 30 см × 20 см × 1 см, а розміри ящика — 60 см × 40 см × 25 см.

Необхідно обчислити:

об’єм ящика;

об’єм однієї плитки;

кількість плиток, які можна розмістити в ящику;

обґрунтувати, чи доцільно змінити розміри упаковки, щоб уникнути пустот.

Хід виконання кейсу

І етап. Вступне обговорення (актуалізація знань).

Учитель пропонує пригадати формулу для об’єму паралелепіпеда:

$V = a \cdot b \cdot c$,

де a, b, c — виміри сторін.

Далі учні формулюють, як ця формула може бути застосована для обчислення об’єму упаковки, контейнера або складського приміщення.

ІІ етап. Аналіз ситуації.

Пари або малі групи обговорюють, що потрібно знати для прийняття рішення: які величини вимірюються в сантиметрах, які дані треба перевести в метри, як визначити, скільки об’єктів поміститься всередині.

Під керівництвом учителя формулюється алгоритм дій.

ІІІ етап. Розрахунки.

1) $V_1 = 60 \cdot 40 \cdot 25 = 60\,000$ см³ — об’єм ящика;

2) $V_2 = 30 \cdot 20 \cdot 1 = 600$ см³ — об’єм плитки;

3) $n = V_1 / V_2 = 100$ плиток.

Після отримання результату учні обговорюють можливі похибки вимірювання, залишки простору, способи розміщення.

IV етап. Обговорення та прийняття рішення.

Кожна пара презентує своє рішення: чи залишиться вільне місце, чи потрібно змінити розміри ящика.

Учитель заохочує різні підходи: наприклад, використання прокладок або зміна товщини стінок.

V етап. Рефлексія.

Учні відповідають на запитання:

– Що допомогло визначити кількість плиток у ящику?

– Які знання з геометрії ми застосували?

– У яких ще життєвих ситуаціях можна використати обчислення об’єму паралелепіпеда?

Згідно з рекомендаціями НУШ, учитель на початковому етапі роботи виступає членом команди, допомагаючи учням структурувати інформацію, а згодом переходить у роль фасилітатора, який лише спрямовує дискусію [13].

5.24. [63, с. 82] Під час уроку учні отримують завдання з реального життя: магазин побутової хімії замовляє упаковки для прального порошку. Відомо, що коробка має розміри 14 см × 3,5 см × 19,5 см. Порошок займає 80 % об'єму коробки. Потрібно знайти фактичний об'єм прального порошку в упаковці

Хід роботи з кейсом (робота в парах)

І етап. Аналіз ситуації.

Учні обговорюють, що відомо: форма упаковки — прямокутний паралелепіпед, тому об'єм знаходять за формулою

$V = a \cdot b \cdot c$.

Далі потрібно врахувати, що заповнення становить лише 80 % (тобто 0,8 частини від повного об'єму).

ІІ етап. Розрахунки.

$V_1 = 14 \cdot 3{,}5 \cdot 19{,}5 = 955{,}5$ см³ – повний об'єм коробки;

$V_2 = 0{,}8 \cdot 955{,}5 = 764{,}4$ см³.

Отже, у коробці міститься приблизно 760 см³ прального порошку.

ІІІ етап. Обговорення.

Пари обговорюють, чому виробники не заповнюють коробку повністю (залишають простір для повітря, запобігають висипанню, забезпечують візуальний об'єм).

IV етап. Рефлексія.

Учні роблять висновок, що вміння працювати з відсотками та об'ємом паралелепіпеда допомагає аналізувати побутові ситуації — розрахунок упаковки, тари, ємностей тощо.

5.26. [63, с. 83] На уроці геометрії учні отримують практичне завдання: виробнику потрібно визначити, скільки картону піде на виготовлення упако-

вки для соку у формі прямокутного паралелепіпеда, і яка буде місткість цієї тари.

Відомо, що висота упаковки — 20 см, а сторони основи дорівнюють 6 см і 9 см.

Хід виконання (робота в парах або малих групах)

І етап. Аналіз умови.

Учні з'ясовують, що потрібно знайти:

площу поверхні паралелепіпеда — щоб визначити кількість матеріалу;

об'єм — щоб дізнатися, скільки соку може вміститися.

Нагадують формули:

$S = 2(ab + bc + ac)$

$V = a \cdot b \cdot c$

ІІ етап. Обчислення.

$S = 2(6 \cdot 9 + 9 \cdot 20 + 6 \cdot 20) = 2(54 + 180 + 120) = 2 \cdot 354 = 708$ см²

$V = 6 \cdot 9 \cdot 20 = 1080$ см³

Отже, потрібно 708 см² матеріалу для виготовлення упаковки, а її місткість становить 1080 см³, тобто трохи більше 1 літра.

ІІІ етап. Обговорення ситуації

Учні обговорюють:

– Чи відповідає така тара стандартному літровому пакету?

– Як змінилися б результати, якби товщина картону була значною і займала частину об'єму?

– Які матеріали використовують для упаковок цього типу та чому важливо враховувати площу поверхні при проєктуванні?

5.61. [63, с. 87] На складі для відпуску зернових відходів використовують два прямокутні ящики з однаковими основами. Відомо, що один із них вміщує 50 кг зерна. Висота другого ящика у 1,5 раза більша, ніж у першого. Потрібно визначити його місткість.

Хід роботи з кейсом (індивідуальна або парна робота)

І етап. Аналіз ситуації.

Учні усвідомлюють, що маса (або місткість) ящика пропорційна його об'єму, а при однакових основах об'єм змінюється прямо пропорційно висоті:

$V_2 / V_1 = h_2 / h_1$

де $h_2 = 1{,}5 \cdot h_1$.

ІІ етап. Розрахунок.

$V_2 = 1{,}5 \cdot V_1 = 1{,}5 \cdot 50 = 75$ кг.

Отже, другий ящик може вмістити 75 кг зернових відходів.

ІІІ етап. Обговорення

Чому маса (місткість) змінюється прямо пропорційно висоті, якщо основи рівні?

Як би змінився результат, якби всі лінійні розміри ящика збільшилися в 1,5 раза (тобто не лише висота)?

(Тоді об'єм зріс би в $1{,}5^3 = 3{,}375$ рази, тобто місткість становила б 168,75 кг.).

2.10. Експериментальна перевірка окремих результатів дослідження.

З метою визначення доцільності використання інтерактивних технологій під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» було організовано педагогічний експеримент у 11 класі Количівського ліцею Іванівської сільської ради Чернігівського району Чернігівської області під керівництвом старшого вчителя математики вищої категорії Шанойло Наталії Володимирівни під час вивчення тем «Конус» «Куля. Сфера».

Під час перевірки спочатку вивчалась тема «Конус». Робота була спрямована на формування в учнів цілісного уявлення про конус як тіло обертання. Спираючись на рисунки та моделі в GeoGebra, учні простежували, як прямокутний трикутник, що обертається навколо одного з катетів, утворює

конус; виділяли на моделі основу, вершину, вісь, висоту, твірну та бічну поверхню Рис. 2.10 .

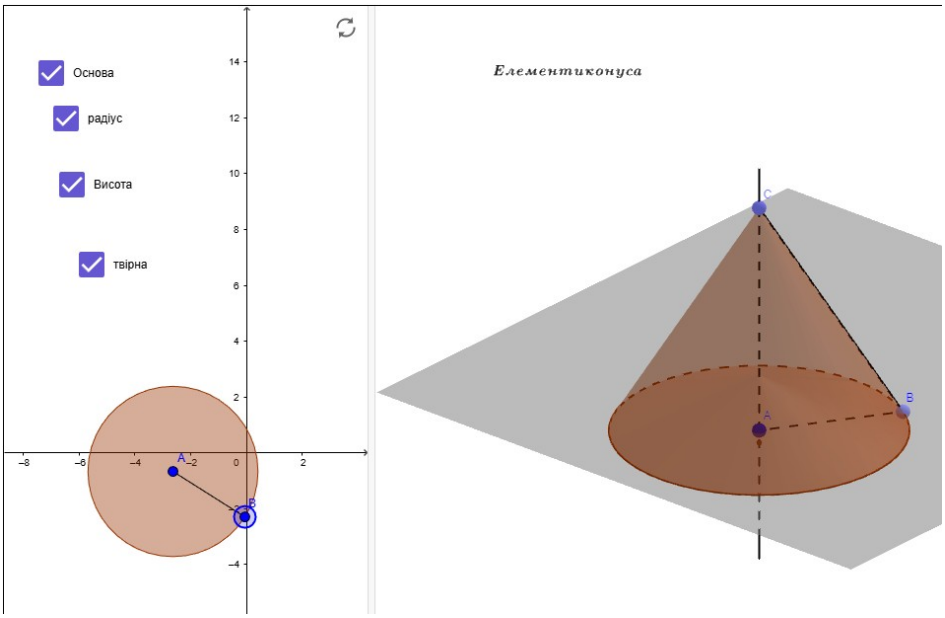


Рис 2.30. *Елементи конуса*

Далі було застосовано стратегію «Знаю – хочу дізнатись – навчаюсь» (KWL): учні індивідуально перші дві колонки таблиці, фіксуючи, що саме вони вже знають про тіла обертання, і які запитання виникають щодо будови та властивостей конуса (наприклад, «чим твірна відрізняється від висоти?», «як на моделі впізнати вісь конуса?»). Це дозволило актуалізувати попередній досвід та окреслити навчальні цілі з позиції самих учнів.

В практичному опрацюванні матеріалу разом з класичними задачами з підручника були впроваджені задачі із застосуванням методу кейс-стаді: школярам запропонували деякі задачі розглянуті в розділі 2,3 (конічне кашпо, сигнальний конус), до яких потрібно було дібрати геометричну модель, визначити, які елементи фігури є суттєвими (радіус основи, твірна), і пояснити, як за допомогою формул бічної на повної поверхонь конуса можна знайти відповідь. Під час обговорення кейсу учні працювали з моделями й рисунками, позначали на них основу, вершину, вісь, висоту, твірні, вербально описували отриману фігуру. Наприкінці уроку поверталися до третьої колонки таблиці «навчаюсь»: фіксували, які запитання з переліку «хочу дізнатись»

уже отримали відповідь, які нові поняття засвоїли і що залишилося незрозумілим. Така побудова заняття дала змогу поєднати елементи самодіагностики та практично орієнтованого кейс-аналізу в межах вивчення теми «Конус». На початку наступного уроку з цієї теми було використано прийом «Мікрофон»: учні по черзі відповідали на короткі запитання, передаючи умовний «мікрофон» запитання та відповіді до якого наведені в додатку Б. Таке швидке «коло» висловлювань дало змогу актуалізувати ключові елементи конуса, виявити, що саме запам’яталося учням

На наступному етапі формувального експерименту опрацьовувалась тема «Куля. Сфера». Як і в попередньому випадку, робота розпочиналася з методу «Знаю – хочу дізнатись – навчаюсь». Учні заповнювали перші дві колонки таблиці, фіксуючи, що вони вже пов’язують із кулею та сферою (м’яч, бульбашка, планета, ялинкова прикраса), та формулюючи запитання: «чим куля відрізняється від сфери?», «що вважають радіусом, а що діаметром?», «як площина може перетинати сферу?». Це дозволяло виявити наявні уявлення й типові хибні ототожнення (наприклад, коли будь-який круг на рисунку називають «колом сфери»), а також окреслити індивідуальні запити учнів щодо нового матеріалу.

Далі зміст уроку вибудовувався навколо дискусійного запитання:

«Чи завжди доцільно моделювати реальний об’єкт кулею, чи іноді достатньо лише сферичної поверхні?». Учні, спираючись на приклади футбольного м’яча, прозорої кулі-лампи, моделі Землі на підставці, кульки, що лежить на столі, аргументували свій вибір моделі (куля чи сфера), коротко пояснюючи, де суттєвим є «наповнення» тіла, а де важливіша тільки поверхня. Під час обговорення вони працювали з рисунками, позначали центр і радіус сфери, пригадували випадки перетину сфери площиною. Також разом з завданнями з підручника була дана задача про мусовий торт-кулю та задача про плафон з пункту 2.3 з якою учні успішно впорались. Наприкінці уроку учні поверталися до третьої колонки таблиці «навчаюсь», відзначаючи, які

запитання з розділу «хочу дізнатись» отримали відповідь, як саме вони тепер розрізняють кулю й сферу, та які моменти потребують додаткового опрацювання. Такий підхід дав змогу поєднати життєвий досвід учнів із формальними означеннями та забезпечити більш усвідомлене засвоєння теоретичного матеріалу.

Для узагальнення результатів після кожної теми вкінці були проведені самостійні роботи один з варіантів яких наведений у додатку В. Діти успішно впорались з обома самостійними і засвоїли тему також вчителем була помічена вища мотивація учнів, що свідчить про ефективність впроваджених в уроки прийомів.

У висновку це дає підстави вважати запроваджений комплекс інтерактивних методів (групова робота, дискусійні запитання, прийоми «Мікрофон», «Знаю – хочу дізнатись – навчаюсь») педагогічно доцільним. За спостереженнями посилилася навчальна мотивація: учні частіше виявляли ініціативу під час обговорення, охочіше виконували додаткові завдання прикладного змісту та відзначали, що тема стала для них «зрозумілішою й цікавішою».

ВИСНОВКИ

У кваліфікаційній роботі реалізовано поставлену мету – обґрунтувати й перевірити можливості технологій інтерактивного навчання під час вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в курсі геометрії старшої школи. У теоретичній частині уточнено зміст понять «інтерактивне навчання», «інтерактивна технологія», «інтерактивний урок геометрії», показано, що вони узгоджуються з компетентнісним підходом і орієнтують учителя не лише на передачу знань, а й на розвиток уміння аргументувати, співпрацювати, застосовувати геометричні факти у практичних ситуаціях.

Розроблено систему методичних рішень для тем, пов’язаних з об’ємами та площами поверхонь тіл обертання й многогранників. Запропоновано фрагменти уроків, у яких поєднуються колективно-групова робота, опрацювання дискусійних питань, метод «кейс-стаді», а також прийоми «розірваний ланцюжок», «мозковий штурм», «мікрофон», «Знаю – хочу дізнатись – навчаюсь» тощо. Приклади демонструють, як на одному уроці можна поєднати пояснення нового матеріалу з активною взаємодією учнів, рефлексією та перенесенням знань у практичні контексти.

Експериментальна перевірка окремих результатів дослідження., проведена у 11 класі Количівського ліцею, підтвердила доцільність запропонованої методики. Спостереження за роботою на уроці засвідчили підвищення навчальної мотивації: зросла активність у дискусіях, з’явилася готовність ставити запитання, пропонувати власні способи розв’язання задач, пов’язувати геометричні величини з реальними об’єктами. Також самостійні роботи після тем засвідчили, що учні засвоїли тему.

Отримані результати дозволяють розглядати розроблену методику як практично значущий інструмент удосконалення вивчення змістової лінії «Геометричні величини» в старшій школі. Вона може бути використана вчителями математики як цілісна система або джерело окремих прийомів і сценарі-

їв уроків. Перспективу подальших досліджень убачаємо в розширенні кількості інтерактивних задач і кейсів, розробленні цифрових ресурсів для підтримки групової роботи та вивченні довготривалого впливу інтерактивних технологій на формування математичної компетентності старшокласників.

Список використаної літератури

1. Бевз Г.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти) / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – Київ: Видавничий дім ”Освіта”, 2018. – 288 с.
2. Бевз Г.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти) / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз. – Київ: Видавничий дім ”Освіта”, 2019. – 272 с.
3. Борисюк З. В. Інтерактивні методи навчання у сучасному освітньому процесі. Розвиток професійної майстерності педагога в умовах нової соціокультурної реальності : матеріали IV Міжнар. наук.-практ. конф. (м. Тернопіль, 29 квіт. 2021 р.). Тернопіль, 2021. С. 53–56.
4. Бурда М.І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія): підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти / М.І. Бурда, Т.В. Колесник, Ю.І. Мальований, Н.А. Тарасенкова. — К. : УОВЦ «Оріон», 2018. — 272 с.
5. Васильєва Д.В. Кооперативне навчання математики та роль підручника в його реалізації. Проблеми сучасного підручника. 2023. № 30. С. 32–46.
6. Волкова Н. П. Інтерактивні технології навчання у вищій школі : навч.-метод. посіб. Дніпро : Ун-т імені Альфреда Нобеля, 2018. 360 с.
7. Волошина С. В. Методична розробка на тему: «Методика розв’язування задач з геометрії». URL: https://naurok.com.ua/metodichna-rozrobka-na-temu-metodika-rozv-yazuvannya-zadach-z-geometri-123264.html (дата звернення: 14.02.2025).
8. Геометрія (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / [А.П. Єршова, В.В. Голобородько, О.Ф. Крижановський, С.В. Єршов]. – Харків: Вид-во “Ранок”, 2018.

9. Геометрія. Профільний рівень: підручн. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г.П. Бевз, В.Г. Бевз, В.М. Владіміров, Н.Г. Владімірова. – К.: Видавничий дім “Освіта”, 2018.272 с.
10. Д’юї Д. Демократія й освіта. Львів : Літопис, 2003. 294 с.
11. Державний стандарт профільної середньої освіти. 25.07.2024 р. №851 // www.mon.gov.ua
12. Дмитренко В. Г. Сучасний урок: застосування інтерактивних методів навчання | Шкільне життя. Шкільне життя. URL: https://www.schoollife.org.ua/607-2019/ (дата звернення: 09.11.2025).
13. Дьоміна І. Як почати використовувати метод кейсів на уроках // Нова українська школа. URL: https://nus.org.ua/2018/12/15/yak-pochaty-vykorystovuvaty-metod-kejsiv-na-urokah/ (дата звернення: 14.02.2025).
14. Енциклопедія педагогічних технологій та інновацій / Автор-укладач Н.П. Новолокова.-2-ге вид. – Х.: Вид.група «Основа», 2012. С.71-77.
15. Єрмоленко А.Б.. Біла Церква. Інтерактивні технології навчання: електронний навчальний курс: БІНПО, 2022. 37 с.
16. Зіненко І. М. Визначення структури математичної компетентності учнів старшого шкільного віку. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2009. № 2. С. 165–174.
17. Зіненко І. М. Особливості вивчення математики в старшій профільній школі за умов впровадження компетентнісного підходу // Проблеми сучасної педагогічної освіти. Педагогіка і психологія. 2013. Вип. 40(1). С. 135–140.
18. Істер О.С. Геометрія: (профіл. рівень): підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / Олександр Істер, Оксана Єргіна. – Київ: Генеза, 2018.- 368 с.
19. Істер О.С. Геометрія: (профіл. рівень): підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Олександр Істер, Оксана Єргіна. – Київ: Генеза, 2019.- 288 с.

20.Істер О.С. Математика: (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти / О.С. Істер. – Київ: Генеза, 2018.-384 с.

21. Комар О. А. Підготовка майбутніх учителів до застосування інтерактивної технології у професійній діяльності. Зб. наук. пр. Херсон. держ. ун-ту. Пед. науки. 2014. Вип. 65. С. 243–247.

22.Комар О. А. Застосування інтерактивних технологій на уроках математики. Психолого-педагогічні проблеми сільської школи. 2004. № 9.

23. Крутова Н., Тимчина Н., Тимчина В. Технологія case-study у продуктивному навчанні математики в новій українській школі. Нова педагогічна думка. 2023. Т. 1, № 113. С. 26–32.

24. Курило В. А. Впровадження інноваційних технологій на уроках математики. Балаклія, 2014. 37 с.

25.Курс|Геометрія.10клас|ВШО.URL:https://lms.eschool.net.ua/courses/course v1:UIED+Geometry 10th grade+2020/course/(дата звернення: 26.02.2025).

26.Курс|Геометрія.11клас|ВШО.URL:https://lms.eschool.net.ua/courses/course v1:UIED+Geometry 11th grade+2020/course/ (дата звернення: 26.02.2025).

27. Лосєва Н., Непомняща Т., Панова А. Інтерактивні технології навчання математики : навч.-метод. посіб. для студентів. Київ, 2012. 228 с.

28. Матяш О., Дьогтєва І. Інтерактивні технології в процесі формування знань та умінь учнів з геометрії. Сучасні інформаційні технології та інноваційні методики навчання в підготовці фахівців : методологія, теорія, досвід, проблеми. Вінниця, 2006. С. 59–62.

29.Мельник В. В. Інтеракція в освітньому процесі: технологія організації. Управління школою. 2006. № 13. С. 15–34.

30. Мерзляк А.Г. Геометрія: початок навч. на поглибл. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мер-

зляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2018.-272 с.

31. Мерзляк А.Г. Геометрія: початок навч. на поглибл. рівні з 8 кл., проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2019.-240 с.
32. Мерзляк А.Г. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2018.-240 с.
33. Мерзляк А.Г. Геометрія: проф. рівень: підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2019.-204 с.
34. Мерзляк А.Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту: підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 256 с.
35. Мерзляк А.Г. Математика: алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А.Г. Мерзляк, Д.А. Номіровський, В.Б. Полонський та ін. — Х. : Гімназія, 2019. — 208 с.
36. Методи, прийоми, форми та засоби розвитку пізнавального інтересу учнів старшої школи на уроках математики. Освіта. Інноватика. Практика. 2022. Т. 10, № 3. С. 23–31.
37. Москвін П. П., Копетчук В. А., Дубасенюк О. А. Теоретико-методичні аспекти навчання математичних дисциплін : монографія. Житомир, 2018. 395 с.
38. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10–11 класів закладів загальної середньої освіти. Рівень стандарту. Математика в рідній школі. 2017. № 10. С. 2–10.

39. Навчальна програма з математики для учнів 10–11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL: https://mon.gov.ua (дата звернення: 14.02.2025).

40. Назаренко О. І. Використання інтерактивних методів навчання студентів філологічних спеціальностей в умовах кредитно-модульної системи [Електронний ресурс]. – Режим доступу: https://nvd.luguniv.edu.ua/archiv/NN21/13noivts.pdf (дата звернення: 27.02.2025).

41. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень):підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти / Є.П. Нелін.- Харків: Вид-во “Ранок”, 2018. -240 с.

42. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень):підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти / Є.П. Нелін, О.Є. Долгова.- Харків: Вид-во “Ранок”, 2019. -208с.

43. Нелін Є.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 кл. закл. загал. Серед. освіти) / Є.П. Нелін. – Харків: Вид-во ”Ранок”, 2018.-328 с.

44. Нелін Є.П. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 11 кл. закл. загал. Серед. освіти) / Є.П. Нелін, О.Є. Долгова. – Харків: Вид-во ”Ранок”, 2019.-304 с.

45. Новолокова Н. П. Енциклопедія педагогічних технологій та інновацій. Харків : Основа, 2012. 176 с.

46. Новоскольцева А. Ю., Нічишина В. В. Методика розробки і проведення уроків математики з використанням ігрових ситуацій. Наукові записки молодих учених. 2018. № 2.
URL: https://phm.cuspu.edu.ua/ojs/index.php/SNYS/article/view/1529 (дата звернення: 14.02.2025).

47. 17 прийомів розвитку критичного мислення, адаптованих для школярів. Освіта Нова. 2019. URL: https://osvitanova.com.ua/posts/1331-17-

pryiomiv-rozvytku-krytychnoho-myslennia-adaptovanykh-dlia-shkoliariv (дата звернення: 14.02.2025).

48. Палієва С. І. Інтерактивні методи і прийоми на уроках математики / упоряд. І. Кирдей. Київ : Ред. газет природничо-математичного циклу, 2014. 112 с.
49. Пастернак А. В. Метод кейс-стаді при вивченні геометрії учнями 7–11 класів [Електронний ресурс]. URL: https://archer.chnu.edu.ua (дата звернення: 14.02.2025).
50. Петренко О. В. Кейс-стаді як елемент адаптивного навчання [Електронний ресурс] // Педагогічні науки: теорія та практика. 2023. № 15. С. 45–52. URL: https://pednauk.cusu.edu.ua (дата звернення: 14.02.2025).
51. Пометун О. І., Пироженко Л. В. Сучасний урок. Інтерактивні технології навчання. К.: Видавництво А.С.К., 2004. 192 с.
52. Пометун О., Пироженко Л. Інтерактивні технології навчання: теорія, практика, досвід. К., 2002. 135 с
53. Репенко Л. Б. Інтерактивні технології навчання. Наукові записки молодих учених. 2018. № 2. С. 10.
54. Саган О. В. Гейміфікація як сучасний освітній тренд. Педагогічні науки. 2022. Т. 2, № 100. С. 12–18.
55. Слєпкань З. І. Методика навчання математики : підручник. 2-ге вид., допов. і переробл. Київ : Вища шк., 2006. 582 с.
56. Слєпкань З. І. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. Тернопіль : Підручники і посібники, 2004. 240 с.
57. Староста В.І. Технології інтерактивного навчання: сутність, класифікація. Науковий вісник МНУ імені В. О. Сухомлинського. Педагогічні науки. № 1 (64). 2019 .С.232–237.
58. Тягай І. М. Інтерактивні методи навчання як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів на практичних заняттях з аналітичної

геометрії / І.М. Тягай, Т.М. Махомета // Вісник Черкаського університету : наук. журн. – Черкаси : «ЧНУ імені Богдана Хмельницького»,2013. – №17. – С. 118 – 125.

59. Федосєєв С. Е. Інтерактивне навчання математики: ключові поняття. Педагогічні науки: теорія, історія, інноваційні технології. 2014. Т. 5, № 39. С. 382–390.

60. Черненко Н. А. Задачі практичного змісту з геометрії: 9–11 класи. Київ : Шкільний світ, 2011. 128 с.

61. Чорна І., Мельничук Л., Татарин О. Використання інтерактивних технологій в освітньому процесі під час викладання природничо-математичних дисциплін. Молодий вчений. 2022. №6 (106). С. 61–64.

62. Швець В. О. Теорія та методика навчання математики у старшій профільній школі : курс лекцій. Київ : Вид-во УДУ ім. М. Драгоманова, 2024. 504 с.

63. Швець В. О., Прус А. В. Теорія і практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії : навч. посіб. Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. 156 с.

64. Alshatti S. M. The Effects of the Use of the Know-Want-Learn Strategy (KWL) on Fourth Grade Students' Achievement in Science at Primary Stage and Their Attitudes towards it [Електронний ресурс]. ResearchGate.2020.URL:https://www.researchgate.net/publication/338655255 (дата звернення: 14.02.2025).

65. Piaget J. The Psychology of Intelligence. London : Routledge, 1950. 216 p.

66. View of Effects of Know-Want-Learn (KWL) Strategy on Retention in Geometry among Upper-Basic Students in Kaduna North, Nigeria [Електронний ресурс]. Open Journal Systems.URL:https://jeredajournal.com/index.php/home/article/view/260/187 (дата звернення: 22.02.2025).

67. Неговська М.В., Соколенко Л.О. Структура уроку геометрії старшої школи із застосуванням інтерактивних технологій навчання та приклади її використання. **Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання :** Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю студентів, аспірантів і молодих учених (18 листопада 2025 р., м. Чернігів). Чернігів : НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2025. С. 94.

ДОДАТКИ

ДОДАТОК А

Класична орієнтовна структура уроку геометрії старшої школи із застосуванням інтерактивних технологій навчання [45, с. 75-77].

Етап	Мета	Прийоми, методи, рекомендації
Мотивація	Сфокусувати увагу учнів на проблемі та викликати інтерес до теми.	коротка розповідь учителя; бесіда; демонстрування наочності; прості інтерактивні прийоми: «мозковий штурм», «мікрофон», «криголам» тощо.
Оголошення теми та очікуваних навчальних результатів	Забезпечити розуміння учнями змісту їхньої діяльності на уроці: чого мають досягти й чого від них очікує вчитель.	**Рекомендації (за О. Пометун):** назвати тему уроку або попросити когось із учнів її прочитати; якщо назва містить нові слова чи проблемні питання — звернути на них увагу; запропонувати учням сформулювати очікувані результати, узгодити їх у класі; за потреби вчитель оголошує результати й критерії оцінювання; пояснити, які види роботи будуть виконуватися й як їх оцінюватимуть.
Надання необхідної інформації	Дати учням стільки інформації, щоб на її основі вони могли виконати практичні завдання за мінімально короткий час.	міні-лекція; читання тексту підручника; ознайомлення з роздатковим матеріалом; опанування інформації за допомогою технічних засобів навчання чи інших видів наочності; застосування інформаційних технологій.
Інтерактивна вправа	Засвоєння навчального матеріалу та досягнення результатів уроку.	**Рекомендації:** інструктування щодо мети вправи, правил виконання, послідовності дій і часу; об’єднання в групи; виконання завдання, де вчитель виступає організатором/помічником/ведучим дискусії, намагаючись надати учасникам максимум можливостей для самостійної роботи й навчання у співпраці; презентація результатів виконання вправи.

Рефлексія результатів	Усвідомлення отриманих результатів.	індивідуальна робота; робота в парах або групах; дискусія; усна розповідь; письмовий звіт; колективне обговорення.
Підсумки	Прояснити зміст зробленого, підбити підсумок засвоєння знань і встановити зв'язок між тим, що вже відомо, і тим, що потрібно вдосконалювати надалі.	**Рекомендації: перша стадія** — ставити відкриті запитання (Як? Чому? Що?); виражати почуття; наполягати на описовому, а не оцінному характері коментарів; говорити про зроблене, а не про те, що «мало б бути». **Друга стадія** — з'ясовувати причини (Чому? Як? Хто?); провокувати відповіді (Чому цього немає? Що було б, якщо?); шукати альтернативні пояснення (Чи є інша можливість?); добирати додаткові приклади; наводити думки незалежних експертів. **Третя стадія** — спонукати учнів узяти на себе зобов'язання щодо подальших дій.

ДОДАТОК Б

Прийом «Мікрофон» (тема: Конус).

1) Запитання: Що називають конусом?

Відповідь: Конус — це тіло, утворене всіма відрізками, що сполучають точки круга (основи) з однією точкою, яка не лежить у площині цього круга (вершиною).

2) Запитання: Яка фігура є основою конуса?

Відповідь: Основа конуса — круг.

3) Запитання: Як називається точка, що не лежить у площині основи?

Відповідь: Вершина конуса.

4) Запитання: Як називається відрізок, що сполучає вершину з центром основи?

Відповідь: Вісь конуса.

5) Запитання: Що називають висотою конуса?

Відповідь: Висота конуса — це перпендикуляр, опущений з вершини на площину основи (його довжина).

6) Запитання: Як називається відрізок від центру основи до точки на колі основи?

Відповідь: Радіус основи конуса.

7) Запитання: Що таке твірна конуса?

Відповідь: Твірна — відрізок, що сполучає вершину конуса з будь-якою точкою кола основи.

8) Запитання: Як називається бічна поверхня конуса?

Відповідь: Бічна поверхня конуса — поверхня, утворена всіма твірними.

9) Запитання: Який переріз конуса площиною, що проходить через вісь?

Відповідь: Осьовий переріз — рівнобедрений трикутник.

10) Запитання: Яка фігура є розгорткою бічної поверхні конуса?

Відповідь: Сектор круга.

11) Запитання: Чим конус відрізняється від піраміди?

Відповідь: У конуса основа — круг і бічна поверхня гладка (без граней), а в піраміди основа — багатокутник і бічні грані — трикутники.

12) Запитання: Як називають конус, у якого вісь перпендикулярна до площини основи?

Відповідь: Прямий конус.

13) Запитання: Які основні елементи конуса можна назвати?

Відповідь: Основа (круг), вершина, вісь, висота, радіус основи, твірна, бічна поверхня.

14) Запитання: Як називається відстань від вершини до будь-якої точки кола основи (як величина)?

Відповідь: Довжина твірної.

15) Запитання: Що є лінією межі основи конуса?

Відповідь: Коло основи.

ДОДАТОК В

Самостійні роботи з тем «Конус», «Куля. Сфера»

Початковий рівень

1 Конус - це

А) многокутник Б) тіло обертання

В) многогранник Г) геометричне тіло

2.Осьовий переріз конуса - це ...

А) еліпс Б) прямокутник В) трикутник Г) рівнобедрений трикутник

3. (з кількома правильними відповідями)Елементи конуса

А) вершина Б) вісь В) твірна Г) ребро

Д) апофема Е) висота

4. Чи може осьовий переріз конуса бути трикутником з кутами 35°, 40°, 95°

А) так Б) ні

5.Площина, паралельна площині основи конуса, перетинає конус по...

А)колу Б)кругу В)діаметру Г)прямій

6.На якому з малюнків зображено конус?

Середній рівень

7.Якщо радіус основи конуса дорівнює R, а висота - H, то твірна дорівнює:

$\sqrt{H^2 + R^2}$. $\sqrt{H^2 - R^2}$. $\sqrt{H^2 - 4R^2}$. $\sqrt{H^2 + 4R^2}$.

8.Обчислити площу основи конуса , якщо діаметр конуса 10 см

А) 25 π см2 Б) 100 π см2 В) 5 π см2 Г) 10 π см2

9.Конус отримали при обертанні прямокутного трикутника, площа якого 12см2. Радіус основи конуса дорівнює 4 см. Знайти висоту конуса.

А) 12 см Б) 6 см В) 3 см Г) 7 см

Високий та достатній рівень

10.Твірна конуса дорівнює 8 см і утворює з площиною основи кут 30°. Знайдіть:

1) радіус основи і висоту конуса;

2) площу осьового перерізу конуса.

11. Висота конуса відноситься до його твірної, як 3 : 5, а радіус основи конуса дорівнює 12 см. Знайдіть площу повної поверхні конуса.

Самостійна робота з теми «Куля і сфера»

ВАРІАНТ1

1. Знайти діаметр кулі , якщо радіус 7,5 см.

2. Знайти радіус сфери, якщо діаметр 3,8 см.

3. Радіус сфери 6 см. Може чи ні відстань між двома деякими точками, що належать сфері, бути 0,1 см?

4. Радіус кулі 5 см. Знайти площу великого круга кулі.

5. До кулі, радіус якої 4 см, проведено дотичну площину. На площині взято точку Р, яка знаходиться на відстані 3 см від точки дотику кулі та площини. Знайти відстань від точки Р до центра кулі.

6. Куля дотикається до всіх сторін трикутника зі сторонами 15 см, 15 см, 24 см. Відстань від центра кулі до площини трикутника 3 см. Знайти радіус кулі.