СИСТЕМА ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ ПРИРОДНИЧОГО ХАРАКТЕРУ ЯК ЗАСІБ ФОРМУВАННЯ ЕВРИСТИЧНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ

Л.О.Соколенко,
канд. педагог. наук, доцент,
Чернігівський державний педагогічний університет ім. Т.Г.Шевченка,
м. Чернігів, УКРАЇНА

Доведена необхідність створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики та розкрито методичні засади, на основі яких створено цю систему.

Ключові слова: *прикладна задача, математична модель, евристична діяльність, розумові і практичні дії.*

Наповнення навчального процесу прикладними задачами є одним з головних шляхів реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу алгебри і початків аналізу.

Прикладні задачі - це задачі, які виникають поза курсом математики і розв'язуються математичними методами та способами, що вивчаються в шкільному курсі.

Проблема відбору ілюстративного матеріалу (сучасність, актуальність, тематика задач); розкритість питання здійснення взаємозв'язку математики з іншими шкільними предметами, зокрема біологією, хімією, а також медициною в плані прикладної спрямованості; розробленість методики навчання розв'язувати прикладні задачі з урахуванням розумових дій, що входять до складу діяльності при розв'язуванні задач; зміст навчального матеріалу курсу алгебри і початків аналізу, що відповідає чинній програмі з математики для загальноосвітніх навчальних закладів [1], стан проблеми у навчально-методичній літературі, зокрема у чинних шкільних підручниках та існуючих посібниках, і шкільній практиці переконують у необхідності створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики [3].

Метою статті *є обґрунтування необхідності створення системи прикладних задач для роботи в системі евристичного навчання математики.*

Створюючи цю систему, ми сформулювали специфічні вимоги до прикладних задач природничого характеру, які використовуються під час вивчення шкільного курсу алгебри і початків аналізу, та дидактичні вимоги до системи прикладних задач.

Прикладні задачі створеної системи задовольняють такі *методичні вимоги*: 1) задачі мають реальний практичний зміст який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань; 2) задачі відповідають шкільним програмам і чинним підручникам з курсу алгебри і початків аналізу щодо методів і фактів які будуть використовуватися в процесі їх розв'язування; 3) прикладні задачі природничого характеру демонструють практичне застосування математичних ідей в різних галузях природознавства, зокрема в біології, генетиці, екології, хімії, медицині, фармації; 4) зміст задач повинен викликати в учнів пізнавальний інтерес, давати можливість демонструвати ефективне використання математичних знань на практиці; 5) поняття і терміни задач мають бути відомі або інтуїтивно зрозумілі учням; 6) числові дані в прикладних задачах відповідають існуючим на практиці, тобто є реальними. У процесі розв'язування задач потрібно дотримуватись правил наближених обчислень, а також використовувати обчислювальні засоби, зокрема персональні комп'ютери.

Створена система прикладних задач задовольняє такі *дидактичні вимоги:* 1) відбір задач системи відповідає математичному змісту курсу алгебри і початків аналізу, на якому доцільно реалізувати прикладну спрямованість; 2) в основу класифікації задач системи покладені види математичних моделей, які створюються під час їх розв'язування або містяться в умовах окремих задач; 3) задачі системи відповідають їх функціям у процесі навчання математики; 4) існує можливість одержувати розв'язання задач системи не тільки незалежно від інших задач, а й, для деяких задач, на основі розв'язування попередніх; 5) вміння розв'язувати задачі одного типу полегшує розв'язування задач деяких інших типів; 6) відбір задач системи здійснено диференційовано для різних типологічних груп учнів; 7) задачі системи сприяють міжпредметному узагальненню набутих знань і вмінь; 8) тематика прикладних задач сучасна і актуальна; 9) під час розв'язування деяких типів задач може використовуватися алгоритмічний підхід; 10) до системи прикладних задач включені різні за змістом задачі, розв'язування яких зводиться до побудови однієї і тієї ж моделі; 11) передбачена можливість розв'язування деяких задач різними способами; 12) створена система задач сприяє оволодінню учнями прийомами як алгоритмічної так і евристичної діяльності.

Система задач поєднує задачі прикладного характеру, що приводять до математичних понять з прикладними задачами на застосування цих понять. До неї увійшли задачі прикладного характеру, які доцільно розглядати поряд з задачами чинних шкільних підручників. Система містить тринадцять типів задач: 1) задачі, в основу сюжету яких покладені загальнофункціональні поняття, що вивчались в основній школі; 2) прикладні задачі, математичні моделі яких включають показникову, логарифмічну, степеневу функції; 3) задачі в яких роль математичної моделі відіграють показникові та логарифмічні рівняння і нерівності; 4) задачі, які приводять до поняття похідної та задачі в розв'язанні яких це поняття відіграє першорядну роль; 5) прикладні задачі, в яких похідна застосовується: до дослідження на монотонність функції, яка відіграє роль математичної моделі, даної задачі; з метою дослідження функції на екстремум; з метою знаходження найбільшого і найменшого значень функції; під час дослідження функції за загальною схемою, на основі якого будується її графік; до обчислення наближеного значення функції; 6) задачі, які приводять до поняття первісної, та задачі в розв'язуванні яких це поняття відіграє першорядну роль; 7) задачі які приводять до поняття інтеграла; 8) задачі на застосування інтеграла у природничих науках; 9) прикладні задачі природничого змісту, що приводять до диференціальних рівнянь; 10) задачі природничого змісту на розв'язування диференціальних рівнянь; 11) задачі з комбінаторики; 12) прикладні задачі, в яких йдеться про випадкові події та їх імовірності; 13) статистичні задачі природничого змісту.

Серед прикладних задач на застосування математичних понять зустрічаються задачі, математична модель яких міститься в умові задачі, та задачі, розв'язування яких передбачає побудову моделі.

Прикладні задачі, математична модель яких міститься в умові задачі, вносять елемент зацікавленості в процес навчання, але їх розв'язування значно простіше у порівнянні з розв'язуванням неформалізованих прикладних задач.

Розумові та практичні дії, володіння якими необхідне для розв'язування цього типу задач, складають так званий <u>мінімум дій</u>, необхідний для розв'язування будь-якої прикладної задачі системи . До цього мінімуму відносяться такі розумові та практичні дії: 1) розчленування формулювання задачі на умови та вимоги; 2) виявлення в умові задачі об'єктів і їх характеристик (властивостей об'єктів, відношень між об'єктами); 3) співставлення умов з вимогами; 4) встановлення типу прикладної задачі; 5) виділення з умови задачі математичного співвідношення, яке складає математичну модель прикладної задачі; 6) вибір методу дослідження побудованої моделі;

7) створення на основі загальних правил (формул, тотожностей) або загальних положень (означень, теорем) алгоритму розв'язування формалізованої задачі; 8) розв'язування формалізованої задачі за створеним алгоритмом; 9) дотримування правил наближених обчислень, а також використання обчислювальних засобів у процесі розв'язування задачі; 10) переклад на змістовну мову прикладної задачі одержаних результатів розв'язання.

Під час розв'язування неформалізованих прикладних задач п'ята дія щойно згаданого мінімуму (виділення з умови задачі математичного співвідношення, яке складає математичну модель прикладної задачі) замінюється декількома розумовими і практичними діями, володіння якими необхідне для побудови математичної моделі, серед яких: 1) вибір даних, необхідних для розв'язування задачі (відокремлення істотних характеристик об'єктів від другорядних; оцінка повноти вихідної інформації; введення при необхідності числових даних, яких недостає; виділення параметрів; введення змінних; виявлення фактів, що викликають похибку; з'ясування точності даних задачі); 2) заміна вихідних термінів вибраними математичними еквівалентами; 3) встановлення математичних співвідношень між введеними змінними і параметрами задачі (безпосередня побудова алгебраїчної моделі); 4) вибір сукупності всіх можливих математичних співвідношень, що описують ситуацію задачі, тих які складають математичну модель; 5) переформулювання нестандартної задачі до еквівалентної їй стандартної; 6) поділ нестандартної задачі на декілька стандартних задач та ін. [2, 22].

Саме такі задачі і є безпосередньо засобом формування евристичної діяльності учнів. Згадана система прикладних задач природничого характеру складає основу нового посібника "Прикладні задачі в курсі алгебри і початків аналізу: практикум" [7].

Зупинимось на деяких типах прикладних задач створеної системи, які не розглядались у попередніх публікаціях, проілюструємо приклади задач цих типів та розглянемо методику навчання учнів їх розв'язуванню.

Розпочнемо з задачі, яку можна використовувати як на етапі повторення загальнофункціональних понять основної школи, зокрема знань про геометричну прогресію, так і на етапі формування нових функціональних понять.

Задача 2.3 (с.22). Одна рослина кульбаби (корневище) займає площу наближено $10\,м^2$ і дає за рік 100 летючих насінин. Скільки квадратних кілометрів площі покриють всі нащадки однієї особини кульбаби через 6 років за умови, що вона розмножується без перешкод у геометричній прогресії. Відомо, що площа поверхні суші земної кулі складає 148 млн. кв. км. Чи вистачить цим рослинам на сьомий рік місця на поверхні земної кулі?

Розв'язання. Нехай $S_0 = 10\ м^2$ – початкова площа, яку займає одна рослина кульбаби. Тоді $S_1, S_2, ..., S_n$ – площі, які покриють нащадки однієї кульбаби через 1, 2, ..., n років відповідно за умови, що рослина розмножується без перешкод у геометричній прогресії. При цьому

$$S_1 = S_0 \cdot 10^2,\ S_2 = S_1 \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^4,$$
$$S_3 = S_2 \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^6, \ldots,$$
$$S_n = S_{n-1} \cdot 10^2 = S_0 \cdot 10^{2n}.$$

Отже, $S_6 = 10 \cdot 10^{12} = 10^{13}\ (м^2)$.

Оскільки площа поверхні суші земної кулі складає $148 \cdot 10^6\ км^2 = 1{,}48 \cdot 10^{14}\ м^2$, то на сьомий рік на поверхні суші місця для цих рослин не вистачить, тому що $S_7 = 10^{15}\ м^2$.

Відповідь. За згаданих умов на сьомий рік місця на поверхні суші земної кулі для кульбаби не вистачить.

Розглянута задача фактично приводить до поняття *показникової функції* $S(n) = S_0 \cdot 10^{2n}$. Але одночасно для відповіді на поставлене питання можна було використати формулу n-го члена геометричної прогресії $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$, де $b_1 = 10^2$ (насінин), $q=100$. Тоді $b_7=10^2\cdot 100^6=10^{14}$ а $S_7=S_0\cdot b_7=10\cdot 10^{14}=10^{15}$ (м^2).

Показникова, логарифмічна та степенева функцій відіграють роль математичних моделей численних прикладних задач природничого характеру. Розглянемо приклад задачі хімічного змісту, використовуючи яку можна навчати учнів найпоширенішому способу розв'язування показникових рівнянь – *зведенню обох частин рівняння до спільної основи.*

Задача 2.9 (с.35). Залежність швидкості реакції від температури виражається формулою $v_{T_2}=v_{T_1}\gamma^{\frac{T_2-T_1}{10}}$, де v_{T_1}, v_{T_2} – швидкості при температурах T_1, T_2, γ – температурний коефіцієнт (правило Вант-Гоффа). На скільки градусів слід підвищити температуру, щоб швидкість хімічної реакції зросла у 8 разів, якщо температурний коефіцієнт $\gamma=2$?

Розв'язання. Оскільки швидкість реакції повинна зрости у 8 разів, то $\dfrac{v_{T_2}}{v_{T_1}}=8$, отже, маємо рівняння $2^{\frac{T_2-T_1}{10}}=8$. Використовуючи спосіб зведення обох частин рівняння до основи 2, одержимо $2^{\frac{T_2-T_1}{10}}=2^3$. Звідки $\dfrac{T_2-T_1}{10}=3$, $T_2-T_1=30(^0C)$.

Відповідь. Температуру слід підвищувати на 30 ^0C.

Введення означення *логарифмічного рівняння* та вивчення способів розв'язування логарифмічних рівнянь також повинно по-можливості супроводжуватись розглядом природничих проблемних ситуацій.

Задача 2.12 (с.38). В наслідок зростання температури води Північного моря виникла екологічна катастрофа – забруднення синьо-зеленими водоростями території довжиною біля 10 км (площа, на якій повністю вбито морське життя). Визначте середній приріст синьо-зелених водоростей протягом доби (у %) , якщо кожного місяця їх кількість збільшується у 10 разів.

Розв'язання. Використаємо формулу $l=l_0(1+p)^t$, де l – довжина забрудненої водоростями території в момент часу t, l_0 – початкова довжина забрудненої території, p – середній приріст водоростей протягом доби, виражений у %, t – час, вимірюється добами. Звідси, згідно даних задачі одержуємо рівність: 10(1+p)^{30}=100, якій рівносильна рівність $(1+p)^{30}=10$. Для визначення p можна піднести обидві частини рівняння до степеня $\dfrac{1}{30}$ і, виконавши певні перетворення, одержати $p=\sqrt[30]{10}-1\approx 0{,}079\approx 8(\%)$.

Можна діяти по-іншому. Пролагорифмувавши рівність $(1+p)^{30}=10$ за основою 10 і скориставшись властивістю логарифма, одержуємо: $30\lg(1+p)=1$, звідси $\lg(1+p)=\dfrac{1}{30}$. Тобто маємо рівняння в якому змінна міститься лише під знаком логарифма. Такі рівняння називають *логарифмічними.*

За означенням логарифма приходимо до тієї ж відповіді.

Відповідь. 8%.

Під час дослідження функції за загальною схемою з метою побудови їх графіків слід розглянути з учнями декілька прикладних задач. Це внесе елемент зацікавленості у навчальний процес і активізує пізнавальну діяльність учнів.

Задача 3.7 (с.54). При вливанні глюкози її кількість в крові хворого (виражена у відповідних одиницях) після t годин складає $C(t)=10-8e^{-t}$. Побудуйте графік $C(t)$ як функції часу при $t\geq 0$. Знайдіть $\lim\limits_{t\to\infty}C(t)$ – рівноважну кількість глюкози в крові.

Розв'язання. Областю визначення даної функції є всі невід'ємні числа ($t\geq 0$), $C(0)=2$. Для того щоб з'ясувати, який проміжок є множиною значень даної функції, знайдемо рівноважну кількість глюкози в крові хворого:

$$\lim_{t\to\infty}(10-8e^{-t}) = 10 - 8\lim_{t\to\infty}\frac{1}{e^t} = 10 \text{ (од.)}.$$

Отже, $E(C) = [2;10)$. Оскільки похідна $C'(t) = 8e^{-t} = \frac{8}{e^t}$ додатна, то функція $C(t)$ зростаюча на всій області визначення. Її графік зображено на рис. 18.

Відповідь. рівноважна кількість глюкози 10 одиниць.

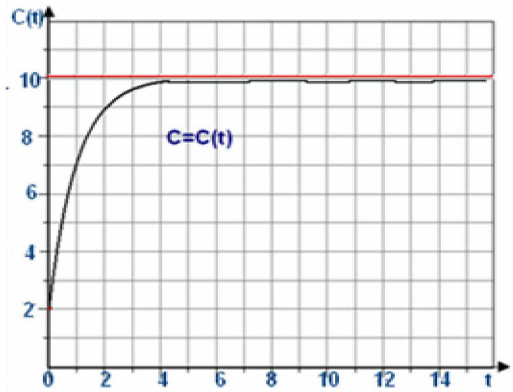

Рис. 18

Ми розглянули деякі з задач створеної нами системи прикладних задач природничого характеру, які разом з іншими задачами системи були апробовані під час проведення уроків з курсу алгебри і початків аналізу у Чернігівському обласному ліцеї для обдарованої сільської молоді та у ЗНЗ № 20, 27 м. Чернігова. Результати навчання свідчать про ефективність розробленої методики, а отже, корисні для учнів, викладачів та студентів фізико-математичних і природничих факультетів.

1. *Програми для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика. 5-12 класи. Міністерство освіти і науки України. – К.: Ірпінь, 2005. – 64с.*

2. *Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навч. посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128с.*

3. *Соколенко Л.О. Про необхідність створення системи прикладних задач природничого характеру для профільного навчання математики // Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. –Донецьк, 2005. – Вип. 24. – С.218-222.*

4. *Соколенко Л.О. Математичне моделювання біологічних, хімічних, медичних процесів і явищ у класах природничого профілю. – Дидактика математики: проблеми і дослідження: Міжнародний зб. наук. робіт. – Донецьк, 2006. – Вип. 25. – С.99-105.*

5. *Соколенко Л.О. Прикладні аспекти математики: Інтеграл та його застосування в класах природничого профілю. – Вісник Чернігівського державного педуніверситету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2006. – Вип. 42. – С.74-77.*

6. *Методичні засади побудови навчального посібника "Прикладні задачі природничого характеру в курсі математики старшої школи" / Л.О.Соколенко, Л.Г.Філон, В.О.Швець // Вісник Чернігівського державного педуніверситету. Серія: Педагогічні науки. –Чернігів, 2009. – Вип.60. – С.121-126.*

7. *Прикладні задачі в курсі алгебри і початків аналізу: практикум / Л.О.Соколенко, Л.Г.Філон, В.О.Швець. – К: НПУ ім. М.П.Драгоманова, 2009. – 112 с.*

Резюме. **Соколенко Л.А. СИСТЕМА ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ ЕСТЕСТВЕННОГО ХАРАКТЕРА КАК СРЕДСТВО ФОРМИРОВАНИЯ ЭВРИСТИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ УЧАЩИХСЯ.** *Доказана необходимость создания системы прикладных задач естественного характера для профильного обучения математике и раскрыты методические принципы, на основании которых создана эта система.*

Ключевые слова: *прикладная задача, математическая модель, эвристическая деятельность, умственные и практические действия.*

Summary. **Sokolenko L. SYSTEM OF APPLIED PROBLEMS WITH NATURAL CHARACTER AS MEANS OF STUDENTS' HEURISTIC ACTIVITY FORMATION.** *The necessity of creation the system of natural applied problems for profile training in mathematics is proved. The methodical principles, on the basis of which the system is created, are revealed.*

Keywords: *applied task, mathematical model, heuristic activity, mental and practical actions.*

Стаття представлена професором В.О.Швецом.

Надійшла до редакції 5.10.2009р.