Конечно, нельзя безоговорочно утверждать, что предлагаемая методика применима к любой задаче статики упругого тела. Однако в работе [5] доказано, что для любой пары непрерывных ограниченных функций F_1 и F_2, определенных на гладкой части поверхности, и для любого $\varepsilon > 0$ существует гармонический полином P_m степени m, для которого:

$$|F_1 - P_m| < \varepsilon; \quad \left|F_2 - \frac{\partial}{\partial n} P_m\right| < \varepsilon. \tag{26}$$

Это косвенно доказывает, что существует достаточно широкий класс функций перемещений, по крайней мере для осесимметричных задач теории упругости, для описания которых достаточно задания одной гармонической функции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Крутков, Тензор функций напряжений и общие решения в статике теории упругости, Изд-во АН СССР, М. — Л., 1949.
2. В. М. Деев, О формах общего решения пространственной задачи теории упругости, выраженных при помощи гармонических функций, ПММ, т. XXIII, вып. 6, 1959.
3. М. М. Лаврентьев, О задаче Коши для уравнения Лапласа, Изв. АН СССР, сер. матем., т. 20, 1956.
4. М. М. Лаврентьев, О некоторых некорректно поставленных задачах, Новосибирск, 1966.
5. С. Н. Мергелян, Гармоническая аппроксимация и приближенное решение задачи Коши для уравнения Лапласа, УМН, т. 11 : 5(71), 1956.
6. Р. Латтес, Ж.— Л. Лионс, Метод квазиобращения и его приложения, «Мир», М., 1970.
7. А. Н. Тихонов, Об устойчивости обратных задач, ДАН СССР, т. 39, 1943.

Поступила 29.III 1971 г.
Харьков, УЗПИ

УДК 517.946

О функции Грина общей эллиптической граничной задачи с псевдодифференциальными граничными условиями

И. А. Коваленко, Я. А. Ройтберг

Функция Грина общих дифференциальных задач исследовалась недавно различными методами в работах [1—5]. Данная работа посвящена доказательству существования и изучению свойств гладкости по совокупности переменных вплоть до границы области вектор-функции Грина общей эллиптической задачи с произвольными (вообще, псевдодифференциальными) неоднородными граничными условиями. Наша методика использует теоремы о полном наборе гомеоморфизмов, установленные для рассматриваемого здесь случая в [6, 7], и является дальнейшим развитием методики, примененной в [1]. Она позволила исследовать разность функций Грина основной и возмущенной задач. Отметим, что порядки рассматриваемых здесь граничных выражений произвольны (они могут, в частности, быть выше порядка уравнения). В данной работе для простоты рассматриваем эллиптические задачи для одного уравнения. Случай систем будет рассмотрен в другой работе.

1. Пусть G — ограниченная область пространства R^n, ∂G — ее граница. Для действительного $p \in (1, \infty)$ и целого $l \geqslant 0$ обозначим через $H^{l,p}(G)$ пространство С. Л. Соболева; $H^{-l,p'}(G) \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1\right)$ — пространство, двойственное к $H^{l,p}(G)$ относительно скалярного произведения в $L_2(G)$ (см. [8]); $\|u\|_{l,p}$ — норма в $H^{l,p}(G)$. Для целого $l \geqslant 0$ $B^{l-\frac{1}{p},\,p}(\partial G)$ — пространство следов функций из $H^{l,p}(G)$ на ∂G с нормой $\langle\!\langle \varphi \rangle\!\rangle_{l-\frac{1}{p},\,p} = \inf \|u\|_{l,p}$, где inf берется по всем $u \in H^{l,p}(G)$, равным φ на ∂G; $B^{-\left(l-\frac{1}{p}\right),\,p'}(\partial G)$ — двойственное к $B^{l-\frac{1}{p},\,p}(\partial G)$ пространство относительно скалярного произведения в $L_2(\partial G)$. Если t — нецелое, то определим пространство $H^{t,p}(G)$ и $B^{t-\frac{1}{p},\,p}(\partial G)$ (нормы в этих пространствах обозначим $\|\cdot\|_{t,p}$ и $\langle\!\langle \cdot \rangle\!\rangle_{t-\frac{1}{p},\,p}$) с помощью комплексной интерполяции соответственно между $H^{[t],p}(G)$, $H^{[t]+1,p}(G)$ и $B^{[t]-\frac{1}{p},\,p}(\partial G)$, $B^{[t]+1-\frac{1}{p},\,p}(\partial G)$ (см. [8]). (α, v) — обозначает скалярное произведение в $L_2(G)$ или значение функционала $\alpha \in H^{-s,p}(G)$ на элементе $v \in H^{s,p'}(G)$; аналогично $\langle \beta, \varphi \rangle$ — скалярное произведение в $L_2(\partial G)$ или значение функционала $\beta \in B^{-s,p}(\partial G)$ на элементе $\varphi \in B^{s,p'}(\partial G)$. Как и в [9—12, 6, 7, 13], обозначим через $\widetilde{H}^{l,p}(G)$ (l—произвольное целое) пополнение $C^\infty(\overline{G})$ по норме $|||u|||_{l,p} = \left(\|u\|^p_{l,p} + \sum_{j=1}^{2m} \langle\!\langle D_\nu^{j-1} u \rangle\!\rangle^p_{l-j-\frac{1}{p},\,p} \right)^{1/p}$ $\left(D_\nu = \frac{1}{i}\frac{\partial}{\partial \nu} \right.$ — производная по внутренней нормали к $\left.\partial G\right)$. Так как норма $|||\cdot|||_{l,p}$ — это норма прямого произведения $K^{l,p}(G) = H^{l,p}(G) \times \prod_{j=0}^{2m-1} B^{l-j-\frac{1}{p},\,p}(\partial G)$, то замыкание S отображения $u \to (u|_G, u|_{\partial G}, \ldots, D_\nu^{2m-1} u|_{\partial G})$ устанавливает изометрическое соответствие между $\widetilde{H}^{l,p}$ и подпространством $K^{l,p}(G)$ [1, 12]. Компоненты вектора $Su \in K^{l,p}(G)$ назовем также компонентами элемента $u \in \widetilde{H}^{l,p}(G)$.

В $\overline{G} = G \cup \partial G$ задано правильно эллиптическое дифференциальное выражение $L = L(x, D)$ порядка $r_0 = 2m$ с комплексными коэффициентами, а на ∂G — накрывающая L система m граничных выражений $B_j = B_j(x, D)$ порядков m_j $(j = 1, \ldots, m)$, являющихся дифференциальными в нормальных к ∂G направлениях и псевдодифференциальными в направлениях вдоль ∂G [14]. Коэффициенты (и символы) всех рассматриваемых выражений, а также поверхность ∂G предполагаем для простоты бесконечно гладкими. В пп. 1, 2 также предполагаем, что порядки выражений B_j относительно производных по нормали к ∂G не превосходят* $2m-1$. Тогда

$$B_j = \sum_{k=0}^{2m-1} B_{jk}(x, D') D_\nu^k \quad (j = 1, \ldots, m). \tag{1}$$

Здесь $B_{jk}(x, D')$ вообще псевдодифференциальные вдоль ∂G (см. [14]) выражения порядков $\leqslant m_j - k$. Хорошо известно (см., например, [15, 16]), что

* В п. 3 освобождаемся от этого ограничения.

существует конечномерное пространство $\mathfrak{M}^+ \subset C^\infty(\overline{G}) \times C^{\infty, m}(\partial G)$ такое, что задача

$$Au = F \quad (A = (L, B_1, \ldots, B_m)) \tag{2}$$

с $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^{m} B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p},\, p}(\partial G)$, $s \geqslant s_0 = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m}(r_j - 2m)$ ($r_0 = 2m$, при $j > 0$ $r_j = m_j + 1$), разрешима в $H^{2m+s,p}(G)$ тогда и только тогда, когда

$$(f, v_0) + \sum_{j=1}^{m} \langle \varphi_j, v_j \rangle = 0 \quad ((v_0, v_1, \ldots, v_m) \in \mathfrak{M}^+), \tag{3}$$

а пространство $\mathfrak{N} \in C^\infty(\overline{G})$ решений задачи (2) с $F = 0$ конечномерно. Оказывается, что решение $u \in H^{2m+s,p}(G)$ задачи (2) может быть найдено с помощью соответствующей вектор-функции Грина.

Теорема 1. *Существуют функции* $R_j(x, y)$ ($x \in \overline{G}$, $y \in G_j$; $j = 0, 1, \ldots, m$; $G_0 = \overline{G}$, $G_1 = \ldots = G_m = \partial G$) *со следующими свойствами*: 1) *функция* $R_j(x, y) = R_j(\cdot, y)$ ($j = 0, 1, \ldots, m$) *является непрерывной по Гельдеру* $\left(\text{с показателем } \varkappa < 1 - \frac{n}{p} + \left[\frac{n}{p}\right]\right)$ *вектор-функцией от* $y \in G_j$ *со значением в* $H^{r_j - q, p'}(G)$ $\left(q = \left[\frac{n}{p}\right] + 1;\ \frac{1}{p} + \frac{1}{p'} = 1;\ r_0 = 2m, \text{ при } 1 \leqslant j \leqslant m\ r_j = m_j + 1\right)$. *Более того, существуют все производные вида* $D_y^\beta(\omega^\alpha(\cdot, y) \times R_j(\cdot, y))$ ($\beta = (\beta_1, \ldots, \beta_n)$, $\alpha = (\alpha_1, \ldots, \alpha_n)$, α_j, β_j — *неотрицательные целые*), *являющиеся непрерывными по Гельдеру вектор-функциями от* $y \in G_j$ *со значениями в* $H^{r_j - q + |\alpha| - |\beta|, p'}(G)$. *Равномерно относительно* $y, y', y'' \in G_j$ *справедливы неравенства*

$$\| D_y^\beta \omega^\alpha(\cdot, y) R_j(\cdot, y) \|_{r_j - q + |\alpha| - |\beta|, p'} \leqslant C_{\alpha\beta},$$

$$\| D_y^\beta(\omega^\alpha(\cdot, y) R_j(\cdot, y))|_{y=y'} - D_y^\beta \omega^\alpha(\cdot, y) R_j(\cdot, y)|_{y=y''} \|_{r_j - q + |\alpha| - |\beta|, p'} \leqslant$$

$$\leqslant C_{\alpha\beta} |y' - y''|^\varkappa \left(0 < \varkappa < 1 - \frac{n}{p} + \left[\frac{n}{p}\right];\ j = 0, \ldots, m\right). \tag{4}$$

Здесь $\omega^\alpha(x, y)$ *достаточно произвольная функция с заданным порядком нуля на диагонали, а именно*: $\omega^\alpha(x, y) = \omega_1^{\alpha_1}(x, y) \ldots \omega_n^{\alpha_n}(x, y)$, $\omega_j(x, y) = (x_j - y_j)\xi(x, y)$ ($j = 1, \ldots, n$); $\xi(x, y)$ — *произвольная функция из* $C^\infty(\overline{G} \times \overline{G})$, *тождественно равная* 1 *в некоторой окрестности диагонали* $x = y$ *в* $\overline{G} \times \overline{G}$;

2) *для функции* $R_0(x, y)$ *неравенства вида* (4) *справедливы также относительно второго переменного при фиксированном первом; при* $1 \leqslant j \leqslant m$ *равномерно относительно* $x, x', x'' \in \overline{G}$ *справедливы оценки*

$$\ll D_x^\beta \omega^\alpha(x, \cdot) R_j(x, \cdot) \gg_{r_j - q + |\alpha| - |\beta| - \frac{1}{p'},\, p'} \leqslant C_{\alpha\beta},$$

$$\ll D_x^\beta \omega^\alpha(x, \cdot) R_j(x, \cdot)|_{x=x''} - D_x^\beta \omega^\alpha(x, \cdot) R_j(x, \cdot)|_{x=x'} \gg_{r_j - q + |\alpha| - |\beta| - \frac{1}{p'},\, p'} \leqslant$$

$$\leqslant C_{\alpha\beta} |x'' - x'|^\varkappa \left(0 < \varkappa < 1 - \frac{n}{p} + \left[\frac{n}{p}\right]\right); \tag{5}$$

3) *если* $r_j - n - 1 + |\alpha| \geqslant 0$, *то*

$$\omega^\alpha(x, y) R_j(x, y) \in C^{r_j - n - 1 + |\alpha| + \varepsilon}(\overline{G} \times G_j) \quad (0 < \varepsilon < 1, \ j = 0, 1, \ldots, m); \tag{6}$$

4) *вне диагонали* $x = y$ *функции* $R_j(x, y)$ $(x \in \overline{G}, \ y \in G_j, \ x \neq y; \ j = 0, \ldots, m)$ *бесконечно гладкие по совокупности переменных и справедливы неравенства*

$$|D_x^\gamma D_y^\beta R_j(x, y)| \leqslant \frac{C}{|x - y|^{n - r_j + \varepsilon + |\beta| + |\gamma|}}$$

$$(\varepsilon > 0, \ x \in \overline{G}, \ y \in G_j, \ |\beta| + |\gamma| + n - r_j \geqslant 0); \tag{7}$$

5) *для каждой функции* $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \times \prod_{j=1}^{m} B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p}, p}(\partial G)$, $s \geqslant s_0 = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m}(r_j - 2m)$, *удовлетворяющей соотношениям* (3), *функция*

$$u(x) = (R_0, (x, \cdot), \overline{f}) + \sum_{j=1}^{m} \langle R_j(x, \cdot), \overline{\varphi}_j \rangle \tag{8}$$

является решением из $H^{2m+s,p}(G)$ *задачи* (2), *ортогональным в* $L_2(G)$ *к* $\mathfrak{N}$.

В случае отсутствия дефекта ($\mathfrak{M}^+ = \mathfrak{N} = 0$) функцию $R_j(\cdot, y) = R_j(x, y)$ $(j = 0, \ldots, m)$ определяем как первую компоненту решения $\mathbf{R}_j(\cdot, y) \in \widetilde{H}^{r_j - q, p'}(G)$ задачи*

$$A(x, D_x)\mathbf{R}_j(x, y) = \delta_y^j \ (x \in \overline{G}; \ y \in G_j, \ j = 0, \ldots, m; \ A = (L, B_1, \ldots, B_m)), \tag{9}$$

где $\delta_y^j = (a_{0j}, a_{1j}, \ldots, a_{mj})$, $a_{kj} = \delta_{kj} \cdot \delta_{yj}$; $\delta_{kj} = 0$ при $k \neq j$, $\delta_{jj} = 1$, а δ_{yj} — дельта-функция в G_j, сосредоточенная в точке $y \in G_j$. Отметим, что по переменной y функция $\overline{R_0(x, y)}$ (черта означает комплексное сопряжение) является первой компонентой решения $\mathbf{R}^*(x, \cdot) \in \widetilde{H}^{2m-q,p'}(G)$ задачи, формально сопряженной к (9) относительно формулы Грина ($L^+(y, D_y)\mathbf{R}^*(x, y) = \delta_x$, $\mathbf{R}^*(x, \cdot)$ удовлетворяет однородным сопряженным граничным условиям). Отметим также, что установленная в [7, 13] формула Грина позволяет выразить $R_j(x, \cdot)$ $(j = 1, \ldots, m)$ через $\mathbf{R}^*(x, \cdot)$.

Для доказательства теоремы 1 существенно используются теоремы о гомеоморфизмах [6, 7], дающие оценки решений в соответствующих нормах задач (9) через их правые части.

2. Рассмотрим теперь две эллиптические задачи вида (2) (основную и возмущенную)

$$L^i u(x) = f^i(x) \, (x \in G); \ B_j^i u|_{\partial G} = \varphi_j^i \ (j = 1, \ldots, m; \ i = 1, 2). \tag{10}$$

---

* В [6, 7] показано, что для разрешимости в $\widetilde{H}^{2m+s,p}(G)$ задачи (2) с $F \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^{m} B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p}, p}(\partial G)$ и $s < s_0$ также необходимо и достаточно, чтобы выполнилось соотношение (3). Если дефект отличен от нуля, заменяем в (9) δ_y^j на $\Delta_y^j = \delta_y^j - P^+\delta_y^j$, где P^+ — оператор ортогонального проектирования на $\mathfrak{M}^+$. Если $l_1, \ldots, l_r$ — ортонормированный относительно $L_2 = \prod_{j=0}^{m} L_2(G_j)$ базис в $\mathfrak{M}^+$, то $P^+\delta_y^j = \sum_{k=1}^{r} (\delta_y^j, l_k)_{L_2} l_k$ $(j = 0, \ldots, m)$. Так как $(\Delta_y^j, \mathfrak{M}^+) = 0$, то задача (9) снова разрешима в $\widetilde{H}^{r_j - q, p'}(G)$.

Предположим, что старшие части выражений L^1, L^2 и B_j^1, B_j^2 $(j = 1, \ldots, m)$ одинаковы. А именно, предположим, что $\widetilde{L} = L^1 - L^2$ — выражение порядка $\leqslant 2m - k$, а $\widetilde{B}_j = B_j^1 - B_j^2$ — выражение порядков $\leqslant m_j - k\ (k > 0)$; если $m_j - k < 0$, то $\widetilde{B}_j \equiv 0$. Пусть $(R_0^i(x, y), \ldots, R_m^i(x, y))$ $(i = 1, 2)$ — вектор-функция Грина задачи (10) и $R_j = R_j^1 - R_j^2$ $(j = 0, 1, \ldots, m)$.

Теорема 2. *Для* $R_j = R_j^1 - R_j^2$ $(j = 0, \ldots, m)$ *справедливы неравенства* (4) *с заменой* q *на* $q - k$. *Если* $r_j - n - 1 + |\alpha| + k \geqslant 0$, *то* $\omega^\alpha(x, y) \times R_j(x, y) \in C^{2m-n-1+k+|\alpha|+\varepsilon}(\overline{G} \times G_j)$ $(0 < \varepsilon < 1, \quad j = 0, \ldots, m)$. *Имеют место неравенства* (7) *с заменой* n *на* $n - k$.

Доказательство этой теоремы аналогично доказательству теоремы 1. Учитываем, что $R_j^1 - R_j^2$ $(j = 0, \ldots, m)$ является первой компонентой решения $\mathbf{R}_j^1 - \mathbf{R}_j^2 = \mathbf{R}_j$ задачи $A^1(x, D_x)\mathbf{R}_j(\cdot, y) = \widetilde{A}\mathbf{R}_j^2 + P_2^+\delta_y^j - P_1^+\delta_y^j$, и с помощью теорем о гомеоморфизмах оцениваем R_j через правые части.

3. В п. 1, 2 мы предполагали, что порядки граничных выражений $\{B_j\}_{j=1}^m$ относительно производных по нормали к ∂G не превосходят $2m-1$. Освободимся теперь от этого ограничения. Пусть

$$B_j = \sum_{k=0}^{n_j} B_{jk}(x, D')\, D_\nu^k \ (j = 1, \ldots, m). \tag{11}$$

Здесь $B_{jk}(x, D')$ такие же, как в (1), $n_j \leqslant m_j = \operatorname{ord} B_j$ неотрицательные числа m_j произвольны. Положим $l_j = n_j - 2m + 1$, $l = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m} l_j$. Тогда, если $l_j > 0$, с помощью выражений $L(x, D)$ можем из B_j исключить производные $D_\nu^s\ (s \geqslant 2m)$. В результате получим

$$B_j(x, D) = \widetilde{B}_j(x, D) - \sum_{k=1}^{l_j} \widetilde{B}_{jk}(x, D')\, D_\nu^{k-1} L(x, D) \ (l_j > 0), \tag{12}$$

где $\widetilde{B}_j(x, D)$ — выражение вида (11), порядок которого относительно производных D_ν не превосходит $2m - 1$, $\widetilde{B}_{jk}(x, D')$ — выражения вдоль ∂G порядков $\leqslant m_j - k + 1 - 2m$. Для удобства положим, что при $l_j \leqslant 0$ $\widetilde{B}_j \equiv B_j$, $\widetilde{B}_{jk} = 0$, тогда представления (12) справедливы для $j = 1, \ldots, m$. Из (12) следует, что задача (2) с $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^m B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p},\, p}(\partial G)$ $(s \geqslant s_0 = \max\limits_{0 \leqslant j \leqslant m}(r_j - 2m)$ $(r_0 = 2m$, при $j > 0$ $r_j = m_j + 1)$ эквивалентна в классе $H^{2m+s,p}(G)$ задаче

$$Lu(x) = f(x)\ (x \in G),\ \widetilde{B}_j u\,|_{\partial G} = \varphi_j + \sum_{k=1}^{l_j} \widetilde{B}_{jk}(x, D')\, D_\nu^{k-1} f\,|_{\partial G}; \tag{13}$$

для такой задачи функция Грина построена в п. 1.

Пусть $R_0(x, y), \ldots, R_m(x, y)$ — вектор-функция Грина, построенная в п. 1 для задачи (13). Тогда решение задачи (13), а значит, и задачи (2) может быть найдено по формуле

$$u(x) = (R_0(x, \cdot), \overline{f}) + \sum_{j=1}^m \langle R_j(x, \cdot), \overline{\varphi}_j \rangle + \sum_{j: l_j > 0} \sum_{k=1}^{l_j} \langle R_j(x, \cdot), \overline{\widetilde{B}_{jk}(y, D_y')\, D_\nu^{k-1} f} \rangle. \tag{14}$$

Но $\langle R_j(x,\cdot), \overline{\widetilde{B}_{jk}\cdot D_\nu^{k-1} f}\rangle = \langle (\widetilde{B}_{jk}(y, D_y'))^+ R_j(x,\cdot), D_\nu^{k-1} f\rangle$, поэтому, изменив в (14) порядок суммирования, получим

$$u(x) = (R_0(x,\cdot), \bar{f}) + \sum_{j=1}^{m} \langle R_j(x,\cdot), \bar{\varphi}_j\rangle + \sum_{k=1}^{l} \langle Q_k(x,\cdot), \overline{D_\nu^{k-1} f}\rangle, \qquad (15)$$

где

$$Q_k(x,y) = \sum_{j: l_j > k} \overline{(\widetilde{B}_{jk}(y, D_y'))}^+ R_j(x,y) \quad (k = 1, \ldots, l). \qquad (16)$$

Теорема 3. *Если* $l = \max(n_j - 2m + 1) > 0$, *то существуют функции* $R_0(x,y)\,(x, y \in \overline{G})$; $\{R_j(x,y)\}_{j=1}^m$; $\{Q_j(x,y)\}_{j=1}^l$ $(x \in \overline{G}, y \in \partial G)$ *такие, что для каждого вектора* $F = (f, \varphi_1, \ldots, \varphi_m) \in H^{s,p}(G) \times \prod_{j=1}^m B^{2m+s-m_j-\frac{1}{p}, p}(\partial G)$ $(s \geqslant s_0 = \max(r_j - 2m))$, *для которого задача* (2) *разрешима, решение* $u \in H^{2m+s,p}(G)$ *этой задачи, ортогональное в* $L_2(G)$ *к* $\mathfrak{N}$, *может быть найдено по формуле* (15). *Свойства ядер* $\{R_j\}_{j=0}^m$ *определяются теоремой* 1, *свойства ядер* $\{Q_k(x,y)\}_{k=1}^l$ — *формулами* (16), (5) *и* (7).

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Ю. М. Березанскому за обсуждение результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. М. Березанский, Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах и функция Грина для общих эллиптических граничных задач, УМЖ, т. 19, № 5, 1967.
2. Ю. П. Красовский, Выделение особенностей у функции Грина, Изв. АН СССР, сер. матем., т. 31, № 5, 1967.
3. H. Triebel, Eigenschaften Greenscher Functionen nightselbstadjunqierter algemeiner elliptizeher Operatoren, Studia Math., t. 30 N 3, 1968.
4. P. Zuckerman, Inequalities for derivatives of Creen's Functions of General coercive elleptical boundary value Problems. Doct. diss. N. Y. Univ., 1968; Ref., Dissert. Abstracts, B. 29, N 11, 1968.
5. В. А. Солонников, О матрицах Грина для эллиптических краевых задач, Тр. Московск. матем. об-ва, т. СХ, 1970.
6. Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах для эллиптических граничных задач с граничными условиями, не являющимися нормальными, ДАН СССР, т. 191, № 6, 1970.
7. Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах и формула Грина для общих эллиптических граничных задач с граничными условиями, не являющимися нормальными, Матем. сб., т. 83 (125) : 2 (10), 1970.
8. M. Schechter, On L_p estimates and regularuty, I, II, Amer. J. Math., 85, N 1, 1963.
9. Я. А. Ройтберг, Эллиптические задачи с неоднородными граничными условиями и локальное повышение гладкости вплоть до границы обобщенных решений, ДАН СССР, т. 157, № 4, 1964.
10. Я. А. Ройтберг, Теорема о гомеоморфизмах, осуществляемых в L_p эллиптическими операторами, и локальное повышение гладкости обобщенных решений, УМЖ, т. 17, № 5, 1965.
11. Ю. М. Березенский, Разложение по собственным функциям самосопряженных операторов, «Наукова думка», К., 1965.
12. Я. А. Ройтберг, О граничных значениях обобщенных решений эллиптических уравнений, ДАН СССР, т. 188, № 1, 1969.
13. Я. А. Ройтберг, Формула Грина и теорема о гомеоморфизмах для общих эллиптических граничных задач с граничными условиями, не являющимися нормальными, УМЖ, т. 21, № 3, 1969.
14. М. С. Агранович, Эллиптические сингулярные интегро-дифференциальные операторы, УМН, т. XX, вып. 5(125), 1965.
15. Л. Хермандер, Линейные дифференциальные операторы с частными производными, «Мир», М., 1965.
16. Л. Хермандер, сб. Псевдодифференциальные операторы, «Мир», М., 1967.

Поступила 8.VIII 1970 г.

Черниговский педагогический институт