

**Ю.Є. Навроцький  
Є.С. Рожик**

## **Теорія збуреного руху космічних тіл**

Багато робіт Ейлера присвячено розробці теорії збуреного руху. Наприклад, спочатку не могли пояснити рух місячного перигея і неправильності в руках Юпітера і Сатурну на основі руху одного тіла в полі тяжіння іншого. Якщо ж перші кроки тут були зроблені Даламбером і Клеро, то широка планомірна розробка теорії збуреного руху, розроблена Ейлером, дала змогу це зробити. Ейлер створив метод варіації елементів, покладений в основу теорії збуреного руху планет; він дав також перші описи ефективних проміжних орбіт, відмінних від еліпса. Одночасно з Даламбером Ейлер став розробляти теорію добового обертання Землі, що збурюється притяганням Місяця і Сонця. Однак він пішов набагато далі, спираючись на створену ним механіку твердого тіла.

У 1744 р. був опублікований тритомний трактат Ейлера, присвячений теорії руху планет і комет: «Теорія руху планет і комет, що містить легкий метод, який дозволяє за допомогою декількох спостережень визначити орбіти як планет, так і комет» («Theoria motuum planetarum et cometarum, continens methodum facilem ex aliquot observationibus orbitas cum planetarum tum cometarum determinandi»). Тут, як це випливає з самої назви, дається спосіб визначення орбіт за допомогою кількох спостережень.

Крашою перевіркою теорії тяжіння Ньютона було пояснення нею складного руху планет. У простому випадку задачі двох тіл, тобто коли розглядається рух одного небесного тіла в полі тяжіння іншого, рух одного тіла завжди відбувається з постійною секторною швидкістю (пригадаємо другий закон Кеплера: радіус-вектор планети за рівні проміжки часу описує рівні площини по конічному перерізу, у фокусі якого знаходиться інше тіло). Такі орбіти називаються незбуреними або кеплеровими (кожна з яких визначається шістьма величинами, що носять назву елементів орбіти).

Насправді ж, рух небесних тіл значно складніший завдяки так званим збурюючим впливам інших тіл, так що орбіти можуть бути надзвичайно різноманітними. Вивчення таких «збурених» орбіт пов'язане з великими математичними труднощами вже навіть у випадку трьох тіл.

Ейлер зробив багато надзвичайно важливих, хоч і не цілком досконаліх, добавок до планетної теорії. У трьохтомному трактаті, що вийшов в 1744 р., вперше розглядаються питання збуреного руху.

Найголовнішими нерівномірностями планетних рухів, виявленими із спостережень в епоху до Ньютона, вважалася поступальна хода ліній

апсид і вкрай повільне зменшення нахилу екліптики. До цього можна додати зміну орбітальних швидкостей руху Юпітера і Сатурну, помічених Галлеєм. Ньютона загалом показав, що переміщення лінії апсид даної планетної орбіти, а також зміна у відносних положеннях площин, в яких рухаються збурююча і збурювана планети, відбувається під впливом збурюючої дії однієї планети на іншу, але не провів детальних обчислень впливом.

Нерівномірність руху Землі, що проявляється у видимої нерівномірності руху Сонця, а також Юпітера і Сатурна, були найважливішими з планетних нерівностей, і тому Паризька Академія неодноразово призначала премії за роботу з цих питань. Ейлер неодноразово намагався дати пояснення нерівномірності руху Юпітера і Сатурну, при цьому йому вдалося показати, що збурений вплив решти планет повинен зміщувати лінію апсид земної орбіти на  $13''$  вперед щорічно, а нахил екліптики зменшувати приблизно на  $48''$  в сторіччя. Обидва ці результати повністю узгоджувались із спостереженнями і проведеними згодом більш ретельними обчисленнями.

У роботі, удостоєній академічної премії 1756 р., але вперше опублікованої лише в 1771 р., Ейлер з достатньою повнотою розвинув метод дослідження збурень, на який він вказав у своїй місячній теорії в 1753 р. Цей метод, відомий під назвою варіації елементів або параметрів, відіграв дуже важливу роль в подальших дослідженнях.

Спробуємо дещо пояснити цей метод. Якщо знехтувати збурюючими прискореннями від інших тіл, то можна важати, що планета рухається по еліпсу, у фокусі якого розташоване Сонце. В цьому випадку шість координат цілком визначають рух планети. При цьому лінія, що описується планетою протягом одного оберту, вже не є еліпсом, хоча звичайно і не дуже відрізняється від нього. З часом ці "еліпси" міняються, тому що варіюють елементи орбіти, наприклад, між епохами Птолемея (150 років після н. е.) і Ейлера напрям лінії апсид земної орбіти змінився майже на  $5^\circ$ , змінилися частково і деякі інші параметри. Отже, дійсний шлях, що описує планета після величного числа обертів, є кривою, мало схожою на еліпс. Таким чином, збурювана планета описує у будь-який момент еліпс, який безперервно змінює свої елементи. Отже, завдання дослідження руху зводиться до визначення елементів того еліпса, який зображає рух планети в даний момент.

Ейлер розібрав декілька простих випадків. Зокрема (у 1744 і 1780 рр.), він запропонував метод визначення орбіт комет, коли орбіта наперед припускається параболічною (екцентриситет  $e = 1$ ). Тоді цю орбіту можна описати шістьма рівняннями з п'ятьма невідомими, а не шістьма рівняннями з шістьма невідомими, як це має місце в загальному випадку.

На основі теорії збуреного руху Ейлер удосконалів спосіб

знаходження кометних орбіт, виконав велику роботу по обчисленню еліптичної орбіти комети 1769 року.

Потрібно відзначити також участь Ейлера в обробці спостережень проходження Венери по диску Сонця 3.06.1769, проведених Петербурзькою академією в різних куточках Росії. Спостереження цього рідкісного явища мало велике значення для уточнення величини сонячного паралакса – однієї з найважливіших астрономічних постійних.

Слід відмітити, що повна теорія передобчислення проходження Венери і його використання для знаходження паралакса Сонця була незадовго до цього опублікована Лагранжем. Але ця теорія носить загальний характер і представляє теоретичний інтерес. Ейлер же підійшов до питання з чисто практичної сторони і вказав найбільш зручний шлях для обчислення коефіцієнтів рівнянь, що дають поправки паралакса і елементів орбіт Землі і Венери.

#### **Література**

1. Котек В.В. Леонард Эйлер-М.:ГУПИ,1961.-105с.
2. Тиле Р. Леонард Эйлер-К.Вища школа,1983.-190с.
3. Михайлов Г.К. Рукописные материалы Л. Эйлера в архиве академии наук СССР. Т.2.-М.:Наука, 1965.-573с.