

13. *Бронштейн М.П.* О магнитном рассеянии нейтронов // Там же. — 1937. — Т.7. — С.357—362.
14. *Бронштейн М.П.* О возможности спонтанного расщепления фотонов // Там же. — С.335—358.
15. *Памяти* Абрама Леонидовича Зельманова / В.А.Брумберг, В.Л.Гинзбург, Л.П.Гришук, Я.Б.Зельдович и др. // Успехи физ. наук. — 1987. — Т.152, вып. 3. — С.545—546.
16. *Памяти* Александра Соломоновича Компанейца / В.И.Гольданский, Я.Б.Зельдович, М.А.Кожушпер и др. // Успехи физических наук. — 1974. — Т.114, вып. 4. — С.686—688.
17. *Компанец А.* Об установлении теплового равновесия между квантами и электронами // Журн. эксперим. и теорет. физики. — 1956. — Т.31. — С.876.
18. *Памяти* Евгения Михайловича Лифшица / А.Ф.Андреев, А.С.Боровик-Романов, В.Л.Гинзбург и др. // Успехи физ. наук. — 1986. — Т.148, № 3. — С.549—550.
19. *Лифшиц Е.М., Халатников И.М.* О стохастических свойствах релятивистских космологических моделей вблизи особой точки // Письма в ЖЭТФ. — 1983. — Т.38, вып. 2. — С.79—82.
20. *Лифшиц Е.М., Халатников И.М.* Колебательный режим приближения к особой точке в открытой космологической модели // Там же. — 1970. — Т.11. — С.200—203.
21. *Исаак* Маркович Халатников (К семидесятилетию со дня рождения) / А.А.Абрикосов, А.Ф.Андреев, С.И.Анисимов и др. // Успехи физ. наук. — 1989. — Т. 159, № 2. — С. 384—386.
22. *Шкловский И.* Разум, Жизнь, Вселенная. — М.: Янус-К, 1996. — 432 с.
23. *Иосиф* Бенционович Хриплович (к 70-летию со дня рождения) / В.Н.Байер, Л.М.Барков, А.Е.Бондарь, Н.С.Диканский и др. // Успехи физ. наук. — 2007. — Т. 177, № 2. — С. 231.
24. *Памяти* Виктора Исааковича Огиевского / А.М.Балдин, А.С.Гальперин, Е.А.Иванов, В.Г.Кадышевский и др. // Там же. — 1996. — Т. 166, № 9. — С. 1031—1032.
25. *Salmeron R.A.* Gleb Wataghin // Estudos Avancados. — 2002. — Vol. 16, is. 44. — P. 310—315.
26. *Vilenkin A.* Gravitational Field of Vacuum Domain Walls and Strings // Physical Review D (Particles and Fields). — 1981. — Vol. 23, is. 4. — P. 852—857.
27. *Vilenkin A., Borde A.* Eternal Inflation and the Initial Singularity // Physical Review. Letters. — 1994. — Vol. 72, is. 21. — P. 3305—3308.
28. *Vilenkin A., Shellard E.* Cosmic Strings and Other Topological Defects. — Cambridge University Press, 2000. — 578 p.
29. *Vilenkin A.* Many Worlds in One: The Search for Other Universes. — New York: Hill & Wang, 2006. — 235 p.

*Т.В.Кілоцицька,
аспірант*

Коротка історія вчення про лінійні коливання

Колівальні процеси є найпоширенішим видом руху в природі. Вони зустрічаються в радіотехніці, машинотехніці, суднобудуванні, астрономії, хімії, оптиці тощо. Зародження і формування вчення про коливання відбувалося під дією потреб практики. Початкові уявлення про коливання як рух і звук, що виникає внаслідок коливання, з'явилися в стародавній Греції. Так, піфагорійці встановили, що висота звуку, який виникає внаслідок коливань струни, залежить від її довжини, товщини і натягу [1, с. 58; 2, с.49]. Вони вперше відкрили, що при відношенні

довжин струн як цілих чисел виникає гармонійний звук [3, с. 92—93]. Античні філософи, зокрема Птолемей, Евклід, Арістотель, вважали, що звук зумовлено колівальним рухом тіла. Арістотель перший запровадив поняття про два роди рухів — природні й вимушені, дав класифікацію рухів тіл. Природні рухи — це такі, що відбуваються самі по собі, наприклад падіння тіл по вертикалі. Вимушені рухи викликаються завжди зовнішньою причиною [4, с. 175].

У результаті тривалих експериментальних досліджень сформувався поняття про коливання і хвилі. У наш

час коливаннями в фізиці та техніці називають рухи (зміни стану), які повторюються, а хвилями — процеси поширення коливань і будь-яких збурень. За своєю фізичною природою коливання можуть бути механічними (маятника, струни, корабля, мосту), електромагнітними (зміни струму в коливальному контурі, напруги електричного та магнітного полів у радіохвилях), хімічними (коливання концентрації реагуючих речовин), термодинамічними, ядерними. Всі коливання мають характерні закономірності, однакові для всіх коливань різної фізичної природи, що об'єднує їх в одну галузь — теорію коливань.

Наприкінці XVI — 80-ті роки XVII ст. відбувалися нагромадження відомостей про коливання, перші наукові дослідження періодичних процесів, що містять окремі, не пов'язані між собою спроби експериментального дослідження коливань. У цей період відбувається і становлення фізики як науки. XVII ст. було початком систематичного використання в фізиці експериментальних методів.

Перші наукові дослідження коливань відносяться до кінця XVI ст. У 1585 р. італійський вчений Дж. Бенедетті в праці «Про різноманітні математичні та фізичні міркування» (розділ «Про музикальні інтервали») описує дослід з монохордом — приладом, що складається тільки з однієї натягнутої струни, яку він розділив на дві частини. Хвилі від двох частин струни однаково поширювались і співпадали. У результаті цього дослідження Дж. Бенедетті дійшов висновку, що відношення висот тонів коливань струн дорівнює відношенню їх частот. Не зважаючи на такий висновок, з праці Дж. Бенедетті не випливає, що

він сформулював поняття ізохронності звукових коливань.

Ізохронність малих коливань маятника встановив 1583 р. італійський вчений Г. Галілей [5, с. 182]. В «Історичних оповідях про життя сеньйора Галілея, члена Академії деї Лінчеї, шляхетного флорентійця» його учень В. Вівіані розповідає, що 1583 р. Г. Галілей, спостерігаючи розкачування лампади в Пізанському соборі, встановив незмінність періоду коливань маятника. Вдома Г. Галілей провів досліди із свинцевими кульками і показав, що відношення часу однакової кількості коливань маятників дорівнює подвійному відношенню їх довжин [6]. Крім свідчень В. Вівіані, є й прямий доказ: ізохронність коливань розглядалася Г. Галілеєм у творі «Бесіди та математичні доведення, які стосуються двох нових наук» (1638) [5]. Зокрема, один з учасників діалогу Сальваті згадує про коливання у церкві лампади, що були на довгому підвісі [5, с. 181]. Вивчаючи закони падіння тіл, Г. Галілей встановив, що частоти коливань свинцевої кульки, підвішеної на нитці, і легкої кульки, підвішеної на нитці такої самої довжини, однакові, проте відрізняються тільки амплітудами коливань [5, с. 182—183]. Тим самим було встановлено ізохронність малих коливань маятника. Періодичний процес ізохронності коливань маятника Г. Галілей використав в мореплаванні та поклав в основу вимірювання часу. Він намагався визначити різницю довготи місць за різницею часу, коли супутник Юпітера входить в конус його тіні в одному місці, та часу, коли це явище відбувається в іншому місці. Для цього необхідний був точний вимірювач часу. 5 червня 1637 р. в листі до губернатора Голландських Індій Лаврентія Реалья Г. Галілей

писав про поєднання маятника з лічильником, що відраховує кількість коливань. Він вивчав також коливання струн, намагаючись порівняти висоту тону з кількістю коливань [5, с. 192—193]. Г.Галілей провів аналогію між коливаннями маятника і звуковими коливаннями.

Важливі дослідження коливань маятника здійснив нідерландський вчений Х. Гюйгенс. Він теж пов'язав конструкцію годинників з маятником і 16 червня 1657 р. отримав голландський патент на винахід маятникового годинника, а в 1658 р. надрукував брошуру «Годинники». Але подальші дослідження Х.Гюйгенса показали, що за допомогою простого маятника не можна точно виміряти час. У пошуках доведення цього він звернувся до циклоїди і аналізу законів падіння тіл [7, с. 10]. Його праця «Годинники, які качаються, або геометричні доведення, що відносяться до руху маятника» (1673) складається з п'яти частин: опис годинників, рух важких тіл по циклоїді; визначення довжини кривих ліній; центр коливань чи збудження; пристрій іншого типу годинників — з круговим маятником; теореми про доцентрову силу. У XXIII—XXV розділах другої книжки, використовуючи принцип додавання переміщень, доводиться, що «важка точка», яка падає по циклоїді з вертикальною віссю і опуклістю, повернутій вниз, має незмінний період коливань. Далі, проводячи міркування диференціально-геометричного характеру, Х.Гюйгенс показав, що коливання маятника з великою амплітудою не ізохронні, а коливання з малою амплітудою ізохронні лише наближено. І тільки коливання циклоїдального маятника справді ізохронні. Слід зауважити, що Х.Гюйгенс писав про таутохронність циклоїди. Запровадження поняття

ізохронності належить французькому математику І.Г.Пардису.

Крім зазначеного, Х.Гюйгенс спостерігав на досліді з двома годинниками, які підвішені на одній балці й рухаються в протилежні боки, явище параметричного резонансу, пізніше назване «вимушеним консонансом». Воно полягає в тому, що коливання маятників годинників завжди збігаються, якщо ж порушити це співпадання, то воно само відновиться за короткий проміжок часу. Це явище синхронізації (процесу співпадання в часі змін періодичних процесів) є однією з найхарактерніших властивостей автоколивальних систем.

Значний вклад у вчення про коливання зробив англійський вчений Р.Гук в зв'язку з його працею над пристроєм спірального регулятора в годинниках. У результаті експериментального дослідження розтягування пружин і спіралей різного виду Р.Гук у 1660 р. відкрив закон пружності, формулювання якого дав, однак, у 1678 р. в лекції «Про відновлюючу здатність, або про пружність». Він проілюстрував цей закон поведінкою чотирьох типів пружних тіл: металічної дротяної пружини, часової пружини, довгого дроту, консольної банки із сухого дерева. Р.Гук вперше звернув увагу на те, що при згинанні бруску виникає стиснення одних волокон і розтягнення інших й приблизно посередині перерізу залишається нейтральний шар.

Таким чином, в зазначений період було експериментальним шляхом встановлено ізохронність коливань, винайдено маятниковий годинник, відкрито закон пружності.

Наприкінці XVII — в останній чверті XVIII ст. спроби наукового дослідження періодичних процесів були не

пов'язаними між собою. У цей період зароджується математичний апарат дослідження коливань. Коливання почали досліджувати теоретично І.Ньютон, Б.Тейлор, Ж. Д'Аламбер, Л.Ейлер. Експериментальні дослідження коливань продовжують Є. Хладні, Ж.Савер.

У восьмому розділі другої книги «Начал» (1687) англійський вчений І.Ньютон показав, що коливання рідини схожі з коливаннями маятника. «Коли по рідині поширюються збудження, — писав він, — то окремі її частинки, здійснюючи назад і вперед значно малі коливання, прискорюються і сповільнюються за законом маятника» [8, с. 474]. Він вперше застосував термін «довжина хвилі». У розділі VI другої книги «Начал» І.Ньютон досліджує рух маятника за наявності опору і записує вираз, що визначає величину згасання малих коливань маятника при будь-якому опорі середовища [8, с. 396—402]. У «Математичних началах...» І.Ньютон намагався дати точну математичну інтерпретацію поняття швидкості та її зміни (прискорення) у випадку заданого руху матеріальної точки, що привело його до відкриття основ диференціального і інтегрального числення. Таким чином, І.Ньютон заклав основи математичного апарату дослідження фізичних явищ. Сам він у передмові до «Начал» писав: «Цей твір нами пропонується як математична основа фізики. Вся важкість фізики,... полягає в тому, щоб за явищами руху розпізнати сили природи, а потім за цими силами пояснити зазначені явища» [8, с. 3].

Математичне дослідження коливання струни розпочав 1715 р. англійський математик Б. Тейлор. У праці «Щодо методу приростів» (1715) він досліджував поперечні коливання

струни. Б.Тейлор припустив, що сила, яка діє на будь-яку точку струни, пропорційна відстані від цієї точки до осі (розглядав лінійні малі коливання). Завдяки цьому припущенню він визначив функцію коливань як функцію часу, що змінюється за «законом маятника». Б.Тейлор розрахував залежність кількості коливань струни від її довжини, ваги та натягу. Ця задача швидко стала відомою. Нею почали займатися Й. Бернуллі та його син Д.Бернуллі, Дж. і В.Ріккарті, Ж.Д'Аламбер. Зокрема, Ж.Д'Аламбер в 1746 р. знайшов рівняння в частинних похідних, які визначають малі коливання однорідної струни і проінтегрував їх. У 1784 р. він зробив висновок, що задача про коливання струни є нерозв'язною, коли початкова форма струни є дугою параболі, яка є парною і неперіодичною функцією. Ж.Д'Аламбер також зауважував, що математичний аналіз можна застосовувати тільки до неперервних функцій.

Вагомий вклад у теорію коливань зробив Л.Ейлер. У 1741—1766 рр. він побудував повну теорію струни, початок якої було закладено в його праці «Досвід нової теорії музики». У другому розділі праці «Нова теорія світла і кольорів» (1746) Л.Ейлер розглянув виникнення і поширення поздовжніх хвиль в пружному середовищі. У статті «Про коливання струн» (1748) він зауважив, що при дослідженні коливань струн його попередниками (Б.Тейлором, Й.Бернуллі та ін.) коливання вважалися нескінченно малими і правильними (такими, що приводять до синусоїдальної форми струни). Л.Ейлер відкинув ці припущення і отримав рівняння струни, аналогічне опублікованому у 1746 р. Д'Аламбером. Л.Ейлер дав більш широке, хоч нестро-

ге, пояснення цього рівняння, включивши в розв'язок задачі про струну довільні кусково-гладкі функції. Поряд з цими дослідженнями він теоретично вивчав коливання стержнів, кілець, пластин, але одержані результати не збігалися з результатами експериментальної перевірки, проведеної німецьким фізиком Є.Хладні, якого вважають засновником експериментальної акустики.

Є.Хладні першим точно дослідив коливання камертону і встановив у праці «Про поздовжні коливання струн і стержнів» (1796) закони коливання стержнів. У 1787 р. він у праці «Нові відкриття з теорії звуку» виявив, що в струнах, стержнях, пластинах, камертонах поряд з поперечними коливаннями виникають поздовжні. У цьому ж році Є.Хладні дослідив коливання пластин, які посипано піском. Насипаний на пластини пісок скупчувався у вузлових точках. «Акустичні фігури», які при цьому утворюються, мають назву фігур Хладні. Ці експериментальні дослідження сприяли появі нової задачі — задачі про коливання мембрани. У 1799 р. Є.Хладні відкрив крутильні коливання стержнів. Він також почав дослідження поздовжніх хвиль в твердих тілах і порівняв поздовжні та поперечні коливання стержнів при різних способах збудження. У 1802 р. опубліковано працю Є.Хладні «Акустика», де він систематично виклав свої дослідження.

Експериментальні дослідження проводив також французький вчений Ж. Савер. У 1700—1707 рр. в мемуарах з акустики він виклав метод визначення частоти звуку, експериментально дослідив коливання струни, спостерігав і запровадив терміни «вузли» і «пучності» коливань, помітив, що при збудженні струни поряд з основною нотою звучать

й інші, довжини яких складають дробові частини від основної. Він назвав ці ноти вищими гармонійними. У 1701 р. запровадив уявлення про стоячі хвилі. Ж.Савер першим намагався визначити межі сприймання коливань як звуків.

Вагомий внесок у формування нелінійної теорії коливань зробив Ж.Лагранж. У 1789 р. він в праці «Аналітична механіка» застосував строгий математичний апарат без побудов і міркувань геометричного чи фізичного характеру [9]. У передмові до другого видання цієї книжки він писав: «Я поставив собі за мету звести теорію механіки і методи розв'язання пов'язаних з нею задач до загальних формул, простий розвиток яких дає всі рівняння, необхідні для розв'язання кожної задачі». Він перетворив механіку в загальну науку про рух тіл різноманітної природи — рідких, газоподібних, пружних. Ввівши узагальнюючі координати, він зробив можливим застосування рівнянь руху і до електромагнітних процесів. Ж.Лагранж писав: «той, хто любить математичний аналіз, із задоволенням побачить, що механіка стає новим розділом аналізу, і буде мені вдячний за таке розширення меж його застосування» [9, т.1, с. 10]. У шостому розділі «Про малі коливання довільної системи тіл» він проаналізував диференціальні рівняння довільної системи тіл, які завжди інтегровані, коли тіла дуже мало відхиляються від своїх положень рівноваги [9, т.1, с. 439—521]. За допомогою рівняння в узагальнених координатах Ж.Лагранж звів деякі задачі теорії малих коливань до лінійних диференціальних рівнянь із сталими коефіцієнтами, методи розв'язування яких в загальному випадку були вже розроблені [9, т.1, с. 458—460, 514]. Тим самим було закладено основи те-

орії малих лінійних коливань, тобто коливань, що характеризуються лінійними диференціальними рівняннями з незмінними коефіцієнтами. До кінця свого життя він працював над другим виданням книги «Аналітична механіка», перший том якої вийшов у 1813 р., а другий — після смерті автора у 1816 р.

Наприкінці XIX ст. Дж.Релей об'єднав, узагальнив, систематизував, доповнив дослідження коливань своїми попередниками. Його роботи, які відносяться до теорії звука (1877—1878), відіграли велику роль у розвитку теорії коливань. Книга Дж.Релея «Теорія звука» є першим розгорнутим і систематичним викладом загального вчення про коливання. У ній він вказував, що в своїй значній частині теорія звуку охоплює ту ж галузь, що і теорія коливань. Отже, було започатковано відокремлення загальної теорії, що вивчає коливання незалежно від природи коливальних процесів. Дж.Релей навіть приклади акустичних, механічних та інших систем (камертонний переривач Гельмгольца, маятник Фронда та ін.) як автоколивальних систем [10, т. 1, с. 99—105], хоча і не використовував цього терміну (цей термін вперше був введений у 1928 р. О.О.Андроновим). Він довів фундаментальні теореми лінійної теорії коливань, зокрема, те-

ореми про власні частоти коливальної системи з багатьма степенями свободи [10, т.1, с. 131—140], в першу чергу теорему про стаціонарність власних частот при наявності зв'язків [10, т.1, с. 131—133]. На основі принципу стаціонарності власних частот Дж.Релей виклав спосіб оцінки найнижчої власної частоти [10, т.1, с. 133—135], розвинув кількісний метод збурень [10, т.1, с. 135—137], навів приклади його застосування для знаходження власних частот і типів коливань системи, яка мало відрізняється від довільної невідродженої системи [10, т.1, с. 138—141; 222—227; 356—359]. Дж.Релей перший звернув увагу на ряд фізичних задач, для яких апарат диференціальних рівнянь з періодичними коефіцієнтами можна застосувати [10, т.1, с. 101—105]. Другий том книжки «Теорія звука» присвячено поширенню хвиль в пружному середовищі. Дж.Релей широко використав електричні аналогії, що є окремим випадком сучасного «ізоморфізму закономірностей», який покладено в основу теорії коливань [10, т.2, с. 172—185].

Таким чином, наприкінці XIX ст. сформувалося вчення про лінійні коливання. Разом з цим процесом зароджувалось і вчення про нелінійні коливання, тобто закладалися основи загальної теорії коливань.

1. *Винтельбанд В.* История древней философии. — Киев, 1995.
2. *Клайн М.* Математика. Поиск истины. — М.: Мир, 1988. — 259 с.
3. *Асмус В.Ф.* Античная философия. — М.: Высш.школа, 2005. — 400 с.
4. *Аристотель.* Физика // Аристотель. Сочинения / Пер И.Д.Рожанского.—М.:Мысль, 1981.—Т.3. — С. 52—261.
5. *Галилео Галилей.* Избранные труды.— М.: Наука,1964. — Т. 2. — 456 с.
6. *Le Opere di Galileo Galilei.* Firenze, 1938. — Vol. 19. — P. 648—649.
7. *Гойгенс Х.* Три мемуара по механике. — М.: Изд-во АН СССР, 1951.
8. *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии. — М.: Наука, 1989. — 687 с.
9. *Лагранж Ж.* Аналитическая механика. — М.; Л.: Гостехиздат, 1950. — В 2 т. — Т.1. — 594 с.; Т.2. — 440 с.
10. *Стретт Д.В.* Теория звука.— М.; Л.: Гостехиздат, 1955—1957. — В 2 т. — Т.1.— 503 с.; Т.2. — 475 с.