

**ЧЕРНІГІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ  
УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ Т.Г. ШЕВЧЕНКА**

**ЧЕРНІГІВСЬКИЙ ОБЛАСНИЙ ПЕДАГОГІЧНИЙ ЛІЦЕЙ**

**Л. Г. Філон, Л. М. Шидловська**

# **ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА**

**Частина 1**

**Арифметика. Алгебра**

**Чернігів  
2016**

УДК 51 (075.8)  
ББК В1 я 73  
Ф 55

**Рецензенти:** канд. пед. наук, доц. *Г. В. Коломієць*,  
канд. пед. наук, доц. *С. В. Музиченко*

**Ф 55**      **Філон Л.Г., Шидловська Л.М.** Елементарна математика.  
Частина 1. Арифметика. Алгебра. – Чернігів: **ЧНПУ імені  
Т.Г. Шевченка**, 2016. – 68 с.

**ISBN**

УДК 51 (075.8)  
ББК В1 я73

Навчально-методичний посібник містить матеріал для проведення практичних занять з нормативної навчальної дисципліни “Елементарна математика” фізико-математичних факультетів педагогічних університетів. Його мета – формування умінь і навичок розв’язування математичних задач шкільного курсу.

До кожної змістової теми запропоновано питання для повторення, зразки розв’язання типових задач, добірку завдань для самостійного розв’язування. До кожного параграфа подано відповіді.

Для студентів фізико-математичних факультетів педагогічних вищих навчальних закладів. Посібник стане у нагоді також учням загальноосвітніх шкіл, учителям математики, абітурієнтам.

*Рекомендовано до друку вченою радою  
фізико-математичного факультету  
Чернігівського національного педагогічного університету  
імені Т.Г. Шевченка (протокол № 11 від 23.06.2016 р.).*

При підготовці даного посібника автори врахували власний досвід викладання навчальної дисципліни “Елементарна математика” на фізико-математичному факультеті Чернігівського національного педагогічного університету, математики у фізико-математичних класах старшої профільної школи, де велика увага приділяється повторенню матеріалу курсу математики основної школи. Особливістю даного збірника є внутрішньопрдметні зв’язки навчального матеріалу різних тем.

Задачі підібрано так, щоб якомога ширше повторити матеріал основних розділів арифметики та алгебри основної школи. Серед поданих задач є як стандартні, так і нестандартні, розв’язування яких сприятиме поглибленню знань студентів, їх систематизації і використанню при подальшому засвоєнні курсів вищої математики та методики навчання математики.

Збірник містить достатню кількість задач для розв’язування на заняттях та для організації самостійної роботи студентів.

Автори сподіваються, що збірник буде корисний не тільки студентам фізико-математичних факультетів, а й учням під час підсумкового повторення та узагальнення знань курсу математики основної школи, поглибленого вивчення математики в академічних ліцеях з дворічним терміном навчання, у підготовці до державної підсумкової атестації та ЗНО з математики.

# § 1. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ РАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ

---

## Питання для повторення

Раціональні вирази. Область допустимих значень виразу. Тотожно рівні вирази. Дії над многочленами. Формули скороченого множення. Способи розкладання многочленів на множники.

**Приклад 1.1.** Розкладіть на множники  $4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$ .

*Розв'язання.* Скористаємося формулами скороченого множення:

$$\begin{aligned} 4b^2c^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2 &= (2bc - b^2 - c^2 + a^2)(2bc + b^2 + c^2 - a^2) = \\ &= (a^2 - (b - c)^2)((b + c)^2 - a^2) = (a - b + c)(a + b - c)(b + c - a)(a + b + c). \end{aligned}$$

**Приклад 1.2.** Розкладіть на множники  $(ab + ac + bc)(a + b + c) - abc$ .

*Розв'язання.* Розкриємо дужки та перегрупуємо доданки:

$$\begin{aligned} (ab + ac + bc)(a + b + c) - abc &= a^2b + ab^2 + abc + a^2c + abc + ac^2 + \\ &+ abc + b^2c + bc^2 - abc = a^2b + 2abc + bc^2 + a^2c + ac^2 + b^2c + b^2a = \\ &= b(a + c)^2 + ac(a + c) + b^2(a + c) = (a + c)(ab + bc + ac + b^2) = \\ &= (a + c)(b(a + b) + c(a + b)) = (a + b)(a + c)(b + c). \end{aligned}$$

**Приклад 1.3.** Доведіть, що многочлен  $2(x^2 + y^2 + z^2) - 4(x + y + z) + 8$  набуває додатних значень за будь-яких дійсних значень змінних  $x, y, z$ .

*Доведення.*

$$\begin{aligned} 2(x^2 + y^2 + z^2) - 4(x + y + z) + 8 &= 2(x^2 - 2x) + 2(y^2 - 2y) + \\ &+ 2(z^2 - 2z) + 8 = 2((x^2 - 2x + 1) + (y^2 - 2y + 1) + (z^2 - 2z + 1) + 1) = \\ &= 2((x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 + 1) > 0, \end{aligned}$$

що й треба було довести.

**Приклад 1.4.** Спростіть вираз

$$\frac{\frac{a}{8b^3} + \frac{1}{4b^2}}{a^2 + 2ab + 2b^2} - \frac{\frac{a}{8b^3} - \frac{1}{4b^2}}{a^2 - 2ab + 2b^2} - \frac{1}{4b^2(a^2 + 2b^2)} + \frac{1}{4b^2(a^2 - 2b^2)}.$$

Розв'язання. Очевидно, що вираз має смисл при  $\begin{cases} b \neq 0, \\ a \neq b\sqrt{2}, \\ a \neq -b\sqrt{2}. \end{cases}$

$$\begin{aligned} \text{Тоді } & \frac{\frac{a}{8b^3} + \frac{1}{4b^2}}{a^2 + 2ab + 2b^2} - \frac{\frac{a}{8b^3} - \frac{1}{4b^2}}{a^2 - 2ab + 2b^2} - \frac{1}{4b^2(a^2 + 2b^2)} + \frac{1}{4b^2(a^2 - 2b^2)} = \\ & = \frac{\frac{1}{8b^3}(a + 2b)}{a^2 + 2ab + 2b^2} - \frac{\frac{1}{8b^3}(a - 2b)}{a^2 - 2ab + 2b^2} - \frac{1}{4b^2} \left( \frac{1}{a^2 + 2b^2} - \frac{1}{a^2 - 2b^2} \right) = \\ & = \frac{1}{8b^3} \cdot \frac{(a + 2b)(a^2 - 2ab + 2b^2) - (a - 2b)(a^2 + 2ab + 2b^2)}{(a^2 + 2b^2)^2 - 4a^2b^2} + \frac{1}{4b^2} \cdot \frac{4b^2}{a^4 - 4b^4} = \\ & = \frac{1}{8b^3} \cdot \frac{8b^3}{a^4 + 4b^4} + \frac{1}{a^4 - 4b^4} = \frac{2a^4}{a^8 - 16b^8}. \end{aligned}$$

Відповідь.  $\frac{2a^4}{a^8 - 16b^8}$  при  $\begin{cases} b \neq 0, \\ a \neq b\sqrt{2}, \\ a \neq -b\sqrt{2}. \end{cases}$

### Завдання для самостійного розв'язування

Розкладіть на множники (№№ 1-28):

1.  $6a^2b(2x^2 - 3y^2) - 9ab(2x^2 - 3y^2)$ .
2.  $2x(5x - 2) - xy(5x - 2) + y^2(2 - 5x)$ .
3.  $x^{m+n} - x^n$ .
4.  $mx^2 - nx^2 - nx + mx - m + n$ .
5.  $a^2 - 2a^3b - 2ab^3 + b^2$ .
6.  $a^3 + 7a^2 + 4a - 12$ .
7.  $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$ .
8.  $a^{12} - 2a^6 + 1$ .
9.  $a^3(a^2 - 7)^2 - 36a$ .
10.  $(x + y)^4 + x^4 + y^4$ .
11.  $(a + b + c)^3 - a^3 - b^3 - c^3$ .

12.  $a^3 - 7a^2 + 7a + 15$ .
13.  $x^4 + 4$ .
14.  $a^4 - 10a^2 + 169$ .
15.  $a^5 + a^4 + a^3 + a^2 + a + 1$ .
16.  $(x - y)^4 + x^4 + y^4$ .
17.  $4a^2 - 12ab + 5b^2$ .
18.  $(a^2 + a + 3)(a^2 + a + 4) - 12$ .
19.  $a(a + 1)(a + 2)(a + 3) + 1$ .
20.  $a^4 - 2a^3b - 8a^2b^2 - 6ab^3 - b^4$ .
21.  $(x^2 + 4x + 8)^2 - 3x(x^2 + 4x + 8) + 2x^2$ .
22.  $bc(b + c) + ac(c - a) - ab(b + a)$ .
23.  $a^2b^2(b - a) + b^2c^2(c - b) + c^2a^2(a - c)$ .
24.  $x^4 + 2x^3 + 4x^2 + 3x + 2$ .
25.  $(a + 1)(a + 3)(a + 5)(a + 7) + 15$ .
26.  $2(a^2 + 2a - 1)^2 + 5(a^2 + 2a - 1)(a^2 + 1) + 2(a^2 + 1)^2$ .
27.  $(a - b)^3 + (b - c)^3 - (a - c)^3$ .
28.  $x^4 + x^2 + 2x + 6$ .
29. Доведіть, що многочлен  $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 6$  додатний при будь-яких дійсних значеннях змінних  $x, y$ .
30. Нехай  $a + b + c + d = 2p$ .  
Доведіть, що  
 $4(cd + ab)^2 - (a^2 + b^2 - c^2 - d^2)^2 = 16(p - a)(p - b)(p - c)(p - d)$ .
31. Знайдіть найменше значення виразу  $(a - 1)(a - 3)(a - 4)(a - 6) + 10$ .

Спростіть вираз (№№ 32-48):

$$32. \frac{a^2 + ax}{2x} : (a^2 - x^2) \cdot \left( \frac{(a + x)^2}{4ax} - 1 \right) \cdot \frac{16x^3}{a - x}.$$

33.  $\frac{\frac{1}{a} + \frac{1}{b+c}}{\frac{1}{a} - \frac{1}{b+c}} \cdot \left(1 + \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}\right)$ .
34.  $\frac{5a-15}{4a^3+108} : \left(\frac{a-3}{a^2-3a+9} - \frac{6a-18}{a^3+27}\right)$ .
35.  $\frac{a-c}{a^2+ac+c^2} \cdot \frac{a^3-c^3}{a^2b-bc^2} \cdot \left(1 + \frac{c}{a-c} - \frac{1+c}{c}\right) : \frac{c(1+c)-a}{bc}$ .
36.  $\left(\frac{\kappa+x}{\kappa^2-\kappa x+x^2} - \frac{1}{\kappa+x}\right) : \left(\frac{\kappa^2+2x^2}{\kappa^3+x^3} - \frac{\kappa+2x}{\kappa^2-\kappa x+x^2}\right)$ .
37.  $\left(\frac{1}{x+1} - \frac{3}{x^3+1} + \frac{3}{x^2-x+1}\right) \cdot \left(x - \frac{2x-1}{x+1}\right)$ .
38.  $\frac{1}{(a-b)(a-c)} + \frac{1}{(b-c)(b-a)} + \frac{1}{(c-a)(c-b)}$ .
- 39\*.  $\frac{a^3+b^3+c^3-3abc}{(a-b)^2+(b-c)^2+(c-a)^2}$ .
- 40\*.  $\frac{a^3}{(a-b)(a-c)} + \frac{b^3}{(b-c)(b-a)} + \frac{c^3}{(c-a)(c-b)}$ .
41.  $\left(\frac{2x}{2x+y} - \frac{4x^2}{4x^2+4xy+y^2}\right) : \left(\frac{2x}{4x^2-y^2} + \frac{1}{y-2x}\right)$ .
42.  $\left(\frac{a-2b}{a^2+2ab} - \frac{1}{a^2-4b^2} : \frac{a+2b}{(2b-a)^2}\right) \cdot \frac{(a+2b)^2}{4b^2}$ .
43.  $\frac{3a^2+2ax-x^2}{(3x+a)(a+x)} - 2 + 10 \frac{ax-3x^2}{a^2-9x^2}$ .
44.  $\frac{(a-b)^2+ab}{(a+b)^2-ab} : \frac{a^5+b^5+a^2b^3+a^3b^2}{(a^3+b^3+a^2b+ab^2)(a^3-b^3)}$ .
45.  $\frac{x^4-(x-1)^2}{(x^2+1)^2-x^2} + \frac{x^2-(x^2-1)^2}{x^2(x+1)^2-1} + \frac{x^2(x-1)^2-1}{x^4-(x+1)^2}$ .
46.  $\frac{1}{1-x} + \frac{1}{1+x} + \frac{2}{1+x^2} + \frac{4}{1+x^4} + \frac{8}{1+x^8} + \frac{16}{1+x^{16}}$ .

$$47^* \cdot \frac{1}{x(x+1)} + \frac{1}{(x+1)(x+2)} + \frac{1}{(x+2)(x+3)} + \frac{1}{(x+3)(x+4)} + \frac{1}{(x+4)(x+5)}.$$

$$48^* \cdot \frac{x^{-6} - 64}{4 + 2x^{-1} + x^{-2}} \cdot \frac{x^2}{4 - \frac{4}{x} + \frac{1}{x^2}} - \frac{4x^2(2x+1)}{1-2x}.$$

49. Доведіть, що при всіх допустимих значеннях змінних значення виразу не залежить від значень змінних, що входять до нього:

$$\left( \frac{2mn}{m^2 - n^2} + \frac{m-n}{2m+2n} \right) \cdot \frac{2m}{m+n} + \frac{n}{n-m}.$$

Доведіть тотожність (№№ 50-54):

$$50. \frac{2p-q}{pq} - \frac{1}{p+q} \left( \frac{p}{q} - \frac{q}{p} \right) = \frac{1}{q}.$$

$$51. \left( \frac{x+y}{xy} \right)^2 : \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{2}{x+y} \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) \right) = 1.$$

$$52. \left( a - \frac{4ab}{a+b} + b \right) : (a-b) = \frac{a}{a+b} - \frac{b}{b-a} - \frac{2ab}{a^2 - b^2}.$$

$$53. a^3 + b^3 + \left( \frac{b(2a^3 + b^3)}{a^3 - b^3} \right)^3 = \left( \frac{a(a^3 + 2b^3)}{a^3 - b^3} \right)^3.$$

$$54. \frac{1}{(p+q)^3} \left( \frac{1}{p^3} + \frac{1}{q^3} \right) + \frac{3}{(p+q)^4} \left( \frac{1}{p^2} + \frac{1}{q^2} \right) + \frac{6}{(p+q)^5} \left( \frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) = \frac{1}{p^3 q^3}$$



## § 2. ЧИСЛОВІ СИСТЕМИ

---

### *Питання для повторення*

Натуральні числа. Ознаки подільності натуральних чисел. НСД і НСК натуральних чисел.

Раціональні числа. Арифметичні дії і їх властивості. Представлення невід'ємних раціональних чисел у вигляді десяткового дробу. Відсотки, пропорції.

Дійсні числа. Модуль дійсного числа та його властивості. Арифметичний квадратний корінь та його властивості.

**Приклад 2.1.** Чи може сума двох простих чисел бути числом непарним?

*Розв'язання*

Так, бо серед простих чисел є одне парне число. Це число 2. Наприклад,  $2 + 3 = 5$ ;  $2 + 7 = 9$ ;  $2 + 11 = 13$ ;  $2 + 17 = 19$ ; ...

**Приклад 2.2.** Доведіть, що сума кубів двох натуральних чисел, одне з яких при діленні на 3 дає в остачі 1, а друге – 2, ділиться на 9.

*Доведення.* Нехай  $p$  і  $q$  – дані натуральні числа, причому  $p = 3k + 1$ ,  $q = 3n + 2$ , де  $k \in N$ ,  $n \in N$ . Тоді

$$\begin{aligned} p^3 + q^3 &= (3k + 1)^3 + (3n + 2)^3 = (3k + 1 + 3n + 2) ((3k + 1)^2 - \\ &- (3k + 1)(3n + 2) + (3n + 2)^2) = 3(k + n + 1)(9k^2 + 9n^2 - 9kn + 9n + 3) = \\ &= 9(k + n + 1)(3k^2 + 3n^2 - 3kn + 3n + 1):9, \end{aligned}$$

що й треба було довести.

**Приклад 2.3.** Доведіть, що коли довжини сторін прямокутного трикутника виражаються натуральними числами, то принаймні одне з них ділиться на 2.

*Доведення.* Нехай  $a$  і  $b$  – катети прямокутного трикутника,  $c$  – його гіпотенуза,  $a \in N$ ,  $b \in N$ ,  $c \in N$ . Тоді  $a^2 + b^2 = c^2$ . Запишемо  $a^2 = c^2 - b^2$ ;  $a^2 = (c - b)(c + b)$ .

Якщо  $b$  і  $c$  – непарні числа, тобто  $b = 2l + 1$ ,  $c = 2k + 1$ ,  $l \in N$ ,  $k \in N$ , тоді  $a^2 = (2k + 1 - 2l - 1)(2k + 1 + 2l + 1) = 4(k - l)(k + l + 1)$ , тобто  $a^2$  – парне, тоді  $a$  – парне, отже, ділиться на 2.

В іншому випадку або  $b$ , або  $c$ , або і  $b$  і  $c$  – парні, отже, діляться на 2. Твердження доведено.

**Приклад 2.4.** Про три простих числа відомо, що одне з них дорівнює різниці кубів двох інших. Знайдіть ці числа.

*Розв'язання.* Нехай  $p, q, m$  – шукані прості числа, причому  $p^3 - q^3 = m$ , тоді одне з цих чисел дорівнює 2.  $p$  більше, ніж  $q$ , тому  $p \neq 2$ .

Можливі випадки:

$$1) q = 2, \text{ тоді } p^3 - 2^3 = m; (p-2)(p^2 + 2p + 4) = m.$$

Оскільки  $m$  – просте число, то

$$\begin{cases} p-2=1, \\ p^2+2p+4=m \end{cases} \text{ або } \begin{cases} p-2=m, \\ p^2+2p+4=1. \end{cases}$$

$$\text{Маємо } \begin{cases} p=3, \\ m=19 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} p-2=m, \\ p^2+2p+3=0. \end{cases}$$

Рівняння  $p^2 + 2p + 3 = 0$  розв'язку не має, бо  $D < 0$ .

Отже,  $p = 3, q = 2, m = 19$ .

$$2) m = 2, \text{ тоді } p^3 - q^3 = 1 \cdot 2.$$

$$\text{Звідси: } \begin{cases} p-q=1, \\ p^2+pq+q^2=2 \end{cases} \text{ або } \begin{cases} p-q=2, \\ p^2+pq+q^2=1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} p=1+q, \\ q^2+2q+1+q^2+q+q^2=2; \end{cases} \quad \begin{cases} p=q+2, \\ q^2+4q+4+q^2+2q+q^2=1; \end{cases}$$

$$3q^2 + 3q - 1 = 0;$$

$$q^2 + 2q + 1 = 0;$$

$$q_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6};$$

$$q = -1.$$

Одержані значення  $q = \frac{-3 \pm \sqrt{21}}{6}, q = -1$  не є простими числами.

Остаточнo шуканими є числа 2; 3; 19.

*Відповідь.* 2; 3; 19.

### Завдання для самостійного розв'язування

55. Доведіть, що добуток двох послідовних натуральних чисел ділиться на 2.
56. Доведіть, що добуток трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 6.
57. Доведіть, що число  $\frac{10^n + 2}{3}$  – натуральне при будь-якому натуральному  $n$ .

58. Доведіть, що сума трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 3, якщо менше з них парне, і ділиться на 6, якщо менше з них непарне.
59. Доведіть, що квадрат непарного числа при діленні на 8 дає в остачі 1.
60. Доведіть, що сума кубів трьох послідовних натуральних чисел ділиться на 3.
61. Доведіть, що різниця квадратів двох непарних чисел завжди ділиться на 8.
62. Знайдіть два таких простих числа, сума і різниця яких також є простим числом.
63. Доведіть, що число  $\frac{10^{n+1} + 11}{3}$  – натуральне при будь-якому натуральному  $n$ .
64. Доведіть, що сума будь-яких дванадцяти послідовних натуральних чисел не ділиться на 4.
65. Доведіть, що коли квадрат непарного числа зменшити на 1, то залишок ділиться на 8.
66. Доведіть, що сума двох непарних чисел є число парне.
67. Доведіть, що сума двох будь-яких послідовних непарних натуральних чисел ділиться на 4.
68. Чи може число, яке складається за допомогою 30 нулів та 30 одиниць, бути простим?
69. Доведіть, що число  $10^n + 11$  є складеним при будь-якому натуральному  $n$ .
70. При діленні деякого числа на 69 в остачі одержують 46. Чи поділиться це число на 23?
71. Доведіть, що різниця квадратів двох натуральних чисел, різниця яких дорівнює 2, завжди ділиться на 4.
72. Доведіть, що коли два послідовних натуральних числа не діляться на 3, то їх сума ділиться на 3.
73. Доведіть, що коли сума двох цілих чисел – число непарне, то їх добуток є число парне.
74. Доведіть, що добуток чотирьох послідовних натуральних чисел ділиться на 24.
75. Доведіть, що добуток чотирьох послідовних натуральних чисел, збільшений на одиницю, є квадратом деякого натурального числа.
76. Доведіть, що число  $2016^{2016} + 1$  є складеним.
77. Доведіть, що число  $2 \cdot 2015^2 + 9 \cdot 2015 \cdot 2017 + 4 \cdot 2017^2$  є складеним.
78. Знайдіть всі такі натуральні  $n$ , що число  $4n^4 + 1$  – просте.

79. Доведіть, що число  $333^{555} + 555^{333}$  ділиться на 37.
80. Доведіть, що  $m^3 + 11m$  ділиться на 6 при всіх натуральних  $m$ .
81. Доведіть, що при будь-якому цілому  $m$  число  $m^3 + 3m^2 + 2m$  ділиться на 6.
82. Доведіть, що число  $n^3 - 6n^2 + 12n + 117$  є складеним при будь-якому натуральному  $n$ .
83. Доведіть, що при будь-якому натуральному  $n$  число  $n^5 - n$  ділиться на 10.
84. Доведіть, що якщо  $p$  – просте число ( $p > 3$ ), то  $p^2 - 1$  ділиться на 24.
85. Знайдіть таке просте число  $p$ , для якого числа  $p$ ,  $p + 10$ ,  $p + 14$  – прості.
86. Доведіть, що число  $4^{15} - 2^{16} + 1$  є складеним.
87. Доведіть, що число  $8n^2 + 10n + 3$  є складеним при будь-якому натуральному  $n$ .
88. Доведіть, що число  $(n + 1)^4 + 4$  є складеним при будь-якому натуральному  $n$ .
89. Доведіть, що число  $4^{13} - 5^6$  є складеним.
90. Доведіть, що число  $4 \cdot 2018^2 + 8 \cdot 2018 \cdot 2019 + 3 \cdot 2019^2$  є складеним.
91. Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на кожний з дробів  $\frac{14}{257}$  і  $\frac{21}{188}$  одержаться натуральні числа.
92. Знайдіть найменше натуральне число, при діленні якого на кожний з дробів  $\frac{28}{297}$  і  $\frac{35}{396}$  одержаться натуральні числа.
93. Маршрути трьох пароплавів розпочинаються одночасно на спільній пристані. Інтервали їх руху відповідно складають 30 хв, 36 хв і 45 хв. Скільки разів з  $7^{40}$  до  $17^{35}$  того ж дня на цій пристані одночасно зустрічаються пароплави всіх трьох маршрутів, якщо одна з таких зустрічей відбулася об  $11^{15}$ ?
94. Скільки яблук лежить в кошику, якщо при розкладанні їх купами по 2, по 3, по 4, по 5 і по 6 одне яблуко залишається зайвим, а при розкладанні купами по 7 не залишається жодного зайвого яблука?
95. Скільки солі міститься в 10 кг 7%-го сольового розчину?
96. Руда містить 70 % заліза. Скільки потрібно взяти руди, щоб одержати 84 т заліза?
97. В автопарку 180 автомобілів, з них 117 – вантажні. Скільки відсотків усіх автомобілів становлять вантажні?

98. Порівняйте числа: а)  $\frac{51}{9}$  і 5,656; б) 2,(71) і 2,71; в)  $-4,(347)$  і  $-4,(34)$ .

99. Запишіть у порядку спадання числа  $-0,83$ ;  $1,0404\dots$ ;  $\frac{\pi}{3}$ ;  $0,(91)$ ;  $1,048$ ;  $-1,243$ .

100. Знайдіть такі цілі числа  $a$  і  $b$ , що  $(2\sqrt{7}-3)^2 = a + b\sqrt{7}$ .

Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу (№№101-108):

101.  $\frac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$ .

102.  $\frac{7}{\sqrt{8+1}}$ .

103.  $\frac{6}{\sqrt{11-\sqrt{5}}}$ .

104.  $\frac{1}{\sqrt{2+\sqrt{3}-\sqrt{5}}}$ .

105.  $\frac{3+\sqrt{2}+\sqrt{3}}{3-\sqrt{2}-\sqrt{3}}$ .

106.  $\frac{6}{\sqrt{2+\sqrt{3}+\sqrt{5}}}$ .

107.  $\frac{1}{1+\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ .

108.  $\frac{2+\sqrt{6}}{2\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{6}-2}$ .

Обчисліть (№№ 109-120):

109.  $\left(\frac{2}{\sqrt{3}-1} + \frac{3}{\sqrt{3}-2} + \frac{15}{3-\sqrt{3}}\right) \cdot \frac{1}{\sqrt{3}+5}$ .

110.  $\frac{3}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} + \frac{5}{\sqrt{7}+\sqrt{2}} - \frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{5}}$ .

111.  $\frac{1}{1+\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{2024}+\sqrt{2025}}$ .

112.  $\sqrt{2+\sqrt{2}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{7+\sqrt{2}}} \cdot \sqrt{3+\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}} \cdot \sqrt{3-\sqrt{6+\sqrt{7+\sqrt{2}}}}$ .

113.  $\sqrt{(1-\sqrt{7})^2} - \sqrt{(\sqrt{7}-4)^2} + 2$ .      114.  $\sqrt{(-3-\sqrt{2})^2} + \sqrt{(\sqrt{2}-5)^2} + 1$ .

115.  $\sqrt{(\sqrt{3}-5)^2} + \sqrt{(1-\sqrt{3})^2}$ .      116.  $\sqrt{3-2\sqrt{2}} + \sqrt{6-4\sqrt{2}}$ .

117.  $\sqrt{11+6\sqrt{2}} + \sqrt{11-6\sqrt{2}}$ .      118.  $\sqrt{7+4\sqrt{3}} + \sqrt{7-4\sqrt{3}}$ .

119.  $\sqrt{3+2\sqrt{2}} - \sqrt{3-2\sqrt{2}}$ .      120.  $(\sqrt{3}-\sqrt{2})(\sqrt{4-2\sqrt{3}}+\sqrt{3+2\sqrt{2}})$ .

### § 3. ТОТОЖНІ ПЕРЕТВОРЕННЯ ІРРАЦІОНАЛЬНИХ ВИРАЗІВ ТА ВИРАЗІВ, ЩО МІСТЯТЬ ЗНАК МОДУЛЯ

---

#### Питання для повторення

Арифметичний квадратний корінь та його властивості. Модуль дійсного числа та його властивості.

**Приклад 3.1.** Внесіть множник під знак кореня:

а)  $a\sqrt{3}$ , якщо  $a \geq 0$ .

*Розв'язання.* Якщо  $a \geq 0$ , то  $a\sqrt{3} = \sqrt{a^2 \cdot 3} = \sqrt{3a^2}$ .

*Відповідь.*  $\sqrt{3a^2}$ .

б)  $b\sqrt{7}$ , якщо  $b < 0$ .

*Розв'язання.* Якщо  $b < 0$ , то  $b\sqrt{7} = -(-b) \cdot \sqrt{7} = -\sqrt{7 \cdot (-b)^2} = -\sqrt{7b^2}$ .

*Відповідь.*  $-\sqrt{7b^2}$ .

**Приклад 3.2.** Винесіть множник з-під знака кореня

$\sqrt{81ab^3}$ , якщо  $a < 0$ ,  $b < 0$ .

*Розв'язання.* Якщо  $a < 0$ ,  $b < 0$ , то

$$\sqrt{81ab^3} = \sqrt{9^2 \cdot a \cdot b \cdot b^2} = 9|b|\sqrt{ab} = -9b\sqrt{ab}.$$

*Відповідь.*  $-9b\sqrt{ab}$ .

**Приклад 3.3.** Спростіть вираз

$$\left( \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}} \right) : \left( 1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right).$$

$$\begin{aligned} \text{Розв'язання.} \quad & \left( \frac{1}{\sqrt{a} + \sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a} - \sqrt{a-1}} \right) : \left( 1 + \sqrt{\frac{a+1}{a-1}} \right) = \\ & = \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}}{(\sqrt{a} + \sqrt{a+1})(\sqrt{a} - \sqrt{a+1})} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a-1}}{(\sqrt{a} - \sqrt{a-1})(\sqrt{a} + \sqrt{a-1})} \right) : \left( 1 + \frac{\sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} \right) = \\ & = \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}}{a - (a+1)} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a-1}}{a - (a-1)} \right) : \frac{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{\sqrt{a} - \sqrt{a+1}}{-1} + \frac{\sqrt{a} + \sqrt{a-1}}{1} \right) : \frac{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}}{\sqrt{a-1}} = \\
&= (-\sqrt{a} + \sqrt{a+1} + \sqrt{a} + \sqrt{a-1}) \cdot \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}} = \\
&= (\sqrt{a+1} + \sqrt{a-1}) \cdot \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a-1} + \sqrt{a+1}} = \sqrt{a-1}.
\end{aligned}$$

Відповідь.  $\sqrt{a-1}$ .

**Приклад 3.4.** Спростіть вираз  $|x-3|+5$ .

*Розв'язання.* Розкриємо знак модуля за означенням.

Якщо  $x < 3$ , то  $|x-3|+5 = 3-x+5 = 8-x$ .

Якщо  $x \geq 3$ , то  $|x-3|+5 = x-3+5 = x+2$ .

Відповідь.  $8-x$ , якщо  $x < 3$ ;  $x+2$ , якщо  $x \geq 3$ .

**Приклад 3.5.** Спростіть вираз  $\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|}$ .

*Розв'язання.* Знаходимо ОДЗ:  $\begin{cases} m \neq -2, \\ m \neq 0, \\ m \neq 3. \end{cases}$

Прирівнюємо кожен підмодульний вираз до нуля:

$m = 0$ ,  $m = 3$ .

I. Якщо  $m < -2$  або  $-2 < m < 0$ , то

$$\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|} = \frac{-m(m-3)}{-(m+2)(m-3)m} = \frac{1}{m+2}.$$

II. Якщо  $0 < m < 3$ , то  $\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|} = \frac{-m(m-3)}{(m+2)(m-3)m} = -\frac{1}{m+2}$ .

III. Якщо  $m > 3$ , то  $\frac{m|m-3|}{(m^2-m-6)|m|} = \frac{m(m-3)}{(m+2)(m-3)m} = \frac{1}{m+2}$ .

Відповідь.  $\frac{1}{m+2}$ , якщо  $m < -2$ ,  $-2 < m < 0$ ,  $m > 3$ ;

$-\frac{1}{m+2}$ , якщо  $0 < m < 3$ .

## Завдання для самостійного розв'язування

Внесіть множник під знак кореня (№№ 121–125):

$$121. (4-a)\sqrt{\frac{a}{a-4}}, \text{ якщо } a > 4.$$

$$122. (5-b)\sqrt{\frac{1}{25-b^2}}, \text{ якщо } 0 < b < 5.$$

$$123. x\sqrt{\frac{2}{x}}.$$

$$124. (1-x)\sqrt{\frac{x+1}{x-1}}.$$

$$125. (x-2)\sqrt{3}, \text{ якщо } 1 \leq x \leq 3.$$

Винесіть множник з-під знака кореня (№№ 126-127):

$$126. \sqrt{(a-5)^2} \text{ при } a \geq 5.$$

$$127. \sqrt{b(b-1)^2} \text{ при } 0 \leq b \leq 1.$$

Спростіть вираз (№№ 128-140):

$$128. \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} + \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} - 1 \right) : \left( \frac{\sqrt{a}+1}{\sqrt{ab}+1} - \frac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{\sqrt{ab}-1} + 1 \right).$$

$$129. \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-1}{a+\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2\sqrt{ab}} \cdot \left( \frac{\sqrt{b}}{a-\sqrt{ab}} + \frac{\sqrt{b}}{a+\sqrt{ab}} \right).$$

$$130. \frac{m+n}{\sqrt{m}+\sqrt{n}} : \left( \frac{m+n}{m-n} - \frac{n}{n-\sqrt{mn}} + \frac{m}{m+\sqrt{mn}} \right) - \frac{(\sqrt{1-\sqrt{n}})^2}{2}.$$

$$131. \frac{(\sqrt{x}-\sqrt{y})^3 + \frac{2x^2}{\sqrt{x}} + y\sqrt{y}}{x\sqrt{x}+y\sqrt{y}} + \frac{3\sqrt{xy}-3y}{x-y}.$$

$$132. \left( \sqrt{x} - \frac{\sqrt{xy}+y}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} \right) \cdot \left( \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}} + \frac{2\sqrt{xy}}{x-y} \right).$$



133.  $\frac{(\sqrt{a} + \sqrt{b})^2 - 4\sqrt{ab}}{(a-b)\left(\frac{1}{\sqrt{b}} + 3\sqrt{\frac{1}{a}}\right)} : \frac{a+9b+6\sqrt{ab}}{\frac{1}{\sqrt{b}} + \frac{1}{\sqrt{a}}}.$
134.  $\left(\frac{1+\sqrt{1-x}}{1-x+\sqrt{1-x}} + \frac{1-\sqrt{1+x}}{1+x-\sqrt{1+x}}\right)^2 \cdot \frac{x^2-1}{2} + 1.$
135.  $\left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}} + \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a\sqrt{b}-b\sqrt{a}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a^3}\sqrt{b}}{a+b} - \frac{2b}{a-b}.$
136.  $\frac{(a-b)^3(\sqrt{a}+\sqrt{b})^{-3} + 2a\sqrt{a} + b\sqrt{b}}{a\sqrt{a} + b\sqrt{b}} + \frac{3(\sqrt{ab}-b)}{a-b}.$
137.  $\left(\frac{a+\sqrt{a^2-1}}{a-\sqrt{a^2-1}} + \frac{1-\frac{a}{\sqrt{a^2-1}}}{1+\frac{a}{\sqrt{a^2-1}}}\right) : \frac{\sqrt{a-\frac{1}{a}}}{\sqrt{\frac{1}{a}}}.$
138.  $\frac{a\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2b\sqrt{a}}\right)^{-1} + b\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{2a\sqrt{b}}\right)^{-1}}{\left(\frac{a+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1} + \left(\frac{b+\sqrt{ab}}{2ab}\right)^{-1}}.$
139.  $\left(\frac{\sqrt{a}+\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}+\sqrt{x}}\right)^{-2} - \left(\frac{\sqrt{a}-\sqrt{x}}{\sqrt{a+x}} - \frac{\sqrt{a+x}}{\sqrt{a}-\sqrt{x}}\right)^{-2}.$
140.  $\frac{(x^2 + y\sqrt{xy} + x\sqrt{xy} + y^2)(\sqrt{x} + \sqrt{y})^{-2} - \sqrt{xy}}{x-y} + \frac{2\sqrt{y}}{\sqrt{x} + \sqrt{y}}.$

Спростіть вираз і обчисліть його значення (№№ 141-142):

141.  $\frac{a^3 - a - 2b - \frac{b^2}{a}}{\left(1 - \sqrt{\frac{1}{a} + \frac{b}{a^2}}\right) \cdot (a + \sqrt{a+b})} : \left(\frac{a^3 + a^2 + ab + a^2b}{a^2 - b^2} + \frac{b}{a-b}\right), a = 23, b = 22.$

142.  $\frac{\sqrt{\frac{abc+4}{a}} + 4\sqrt{\frac{bc}{a}}}{\sqrt{abc} + 2}, a = 0,04; b = 0,015; c = 0,00013.$

Спростіть вираз (№№ 143–163):

$$143. (x-1)(2-|x|) - 3x - 1.$$

$$144. |x|(x-3) + x(x-3).$$

$$145. \frac{x^2 - 25}{|x-5|}.$$

$$146. \frac{x^2 - 36}{|x-6|}.$$

$$147. \frac{a^2 - 4 - |a-2|}{a^3 + 2a^2 - 5a - 6}.$$

$$148. \frac{(x-2)(|x|-3)}{x^2 - 5|x| + 6}.$$

$$149. |x-4| - |x-6| + 2x - 1.$$

$$150. \frac{x^2 - 3|x| - 10}{|x-2|(x+2)}.$$

$$151. \frac{|x-2|}{x^2 - 5|x| - 14}.$$

$$152. \frac{|x+5|}{x+5} - \frac{x}{|x|} + 1.$$

$$153. \frac{x^2 - 1 + |x+1|}{|x|(x-2)}.$$

$$154. |x-8| - |x+3| + 2x - 5.$$

$$155. \sqrt{(x-3)^2} + \sqrt{(x-5)^2}.$$

$$156. \sqrt{x^2 - 8x + 16} - \sqrt{x^2 + 8x + 16}.$$

$$157. \frac{\sqrt{x^2 - 2x + 1}}{|x^3| - 1}.$$

$$158. \frac{\sqrt{(x+2)^2 - 8x}}{\sqrt{x} - \frac{2}{\sqrt{x}}}.$$

$$159. \frac{(x-1)\sqrt{(x-1)^2 + 4x}}{x^2 + 1 + 2|x|}.$$

$$160. \frac{a^2 + 4}{a\sqrt{\left(\frac{a^2 - 4}{2a}\right)^2 + 4}}.$$

$$161. \sqrt{\left(\frac{x^2 - 4}{2x}\right)^2} + 4 + \sqrt{1 + \frac{4}{x^2} + \frac{4}{x}}.$$

$$162. \sqrt{\frac{x}{2+x+x^{-1}}} + |x-1|.$$

$$163. \sqrt{\frac{4}{x} + \frac{1}{4x^{-1}}} - 2 + \sqrt{\frac{1}{4x^{-1}} + \frac{2^{-2}}{x} + \frac{1}{2}}.$$

## § 4. РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ, НЕРІВНОСТІ, ЇХ СИСТЕМИ

---

### *Питання для повторення*

Означення рівняння. Область допустимих значень рівняння. Корінь рівняння. Теореми про рівносильність рівнянь. Способи розв'язування рівнянь (розкладання на множники, заміни, графічний). Лінійне та квадратне рівняння. Теорема Вієта; теорема, обернена до теореми Вієта.

Дробово-раціональні рівняння. Рівняння, що містять знак модуля.

Системи алгебраїчних рівнянь і способи їх розв'язування.

Загальні відомості про нерівності. Теореми про рівносильність нерівностей. Алгебраїчні нерівності з однією змінною. Методи і способи їх розв'язування.

Суть методу інтервалів.

Способи розв'язування дробово-раціональних нерівностей та нерівностей, що містять знак модуля.

Системи та сукупності нерівностей з двома змінними.

**Приклад 4.1.** Розв'яжіть рівняння  $8x^4 + x^3 + 64x + 8 = 0$ .

*Розв'язання.* Розкладемо на множники ліву частину рівняння, згрупувавши доданки:

$$x^3(8x + 1) + 8(8x + 1) = 0;$$

$$(8x + 1)(x^3 + 8) = 0;$$

$$8x + 1 = 0 \quad \text{або} \quad x^3 + 8 = 0;$$

$$x = -\frac{1}{8}; \quad x = -2.$$

*Відповідь.*  $-2; -\frac{1}{8}$ .

**Приклад 4.2.** Розв'яжіть рівняння  $(x^2 - 6x)^2 - 2(x - 3)^2 = 81$ .

*Розв'язання.*  $(x^2 - 6x)^2 - 2(x^2 - 6x + 9) = 81$ .

Позначимо  $x^2 - 6x = t$ , матимемо  $t^2 - 2t - 99 = 0$ ;  $t_1 = -9$ ;  $t_2 = 11$ .

Отже, дане рівняння рівносильне сукупності двох рівнянь:

$$\begin{cases} x^2 - 6x + 9 = 0, \\ x^2 - 6x - 11 = 0. \end{cases}$$

Розв'яжемо її: 
$$\begin{cases} x = 3, \\ x = 3 \pm 2\sqrt{5}. \end{cases}$$

Відповідь. 3;  $3 \pm 2\sqrt{5}$ .

**Приклад 4.3.** Розв'яжіть рівняння  $|3x - 4| = 4x^2 + 3x - 2$ .

*Розв'язання.* Розкриємо знак модуля за означенням. Одержимо:

$$\left[ \begin{cases} 3x - 4 \geq 0, \\ 3x - 4 = 4x^2 + 3x - 2; \\ 3x - 4 < 0, \\ 4 - 3x = 4x^2 + 3x - 2; \end{cases} \right. \left. \begin{cases} x \geq \frac{4}{3}, \\ x^2 = -\frac{1}{2}; \\ x < \frac{4}{3}, \\ 2x^2 + 3x - 3 = 0. \end{cases} \right.$$

Рівняння  $x^2 = -\frac{1}{2}$  розв'язку не має, тому і перша система розв'язку

не має. Розв'язки другої системи:  $x_{1,2} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$ .

Відповідь.  $\frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$ .

**Приклад 4.4.** Розв'яжіть рівняння  $|2x - 3| = |x + 7|$ .

*Розв'язання.* Піднесемо обидві частини рівняння до квадрату.

Матимемо:

$$(2x - 3)^2 = (x + 7)^2;$$

$$(2x - 3 - x - 7)(2x - 3 + x + 7)^2 = 0;$$

$$(x - 10)(3x + 4) = 0;$$

$$x = 10; \quad x = -\frac{4}{3}.$$

Відповідь.  $-\frac{4}{3}; 10$ .

**Приклад 4.5.** Розв'яжіть нерівність  $\frac{1}{3x - 2 - x^2} - \frac{3}{7x - 4 - 3x^2} > 0$ .

*Розв'язання.* Розкладемо знаменник кожного дробу на множники.

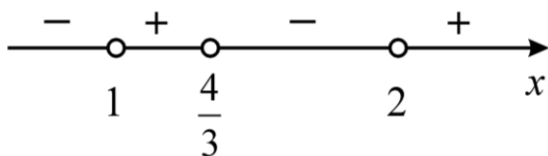
Одержимо нерівність

$$-\frac{1}{(x-1)(x-2)} + \frac{1}{(x-1)\left(x-\frac{4}{3}\right)} > 0;$$

$$\frac{-\frac{2}{3}}{(x-1)(x-2)\left(x-\frac{4}{3}\right)} > 0;$$

$$(x-1)(x-2)\left(x-\frac{4}{3}\right) < 0.$$

Скористаємося методом інтервалів:



Отже, розв'язком даної нерівності є  $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right)$ .

Відповідь.  $(-\infty; 1) \cup \left(\frac{4}{3}; 2\right)$ .

**Приклад 4.6.** Розв'яжіть нерівність  $\frac{|x+1|}{|x-2|-2} < 1$ .

*Розв'язання.* Позначимо на числовій прямій точки, в яких вирази під знаком модуля дорівнюють нулю. Це точки  $-1$  і  $2$ . Числова пряма розбивається цими точками на три проміжки:  $(-\infty; -1)$ ,  $[-1; 2)$ ,  $[2; +\infty)$ . Розглянувши дану нерівність на кожному з цих проміжків, одержимо сукупність трьох систем:

$$\left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x < -1, \\ \frac{-(x+1)}{-(x-2)-2} < 1, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x < 2, \\ \frac{x+1}{-(x-2)-2} < 1, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq 2, \\ \frac{x+1}{(x-2)-2} < 1, \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \text{звідки знаходимо:} \quad \left[ \begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} x < -1, \\ x < 0, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} -1 \leq x < 2, \\ \left[ \begin{array}{l} x < -\frac{1}{2}, \\ x > 0, \end{array} \right. \\ \left\{ \begin{array}{l} x \geq 2, \\ x < 4; \end{array} \right. \end{array} \right. \quad \left[ \begin{array}{l} x < -1, \\ -1 \leq x < -\frac{1}{2}, \\ 0 < x < 2, \\ 2 \leq x < 4. \end{array} \right.$$

Об'єднавши розв'язки, одержимо:  $x \in \left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 4)$ .

Відповідь.  $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right) \cup (0; 4)$ .

## Завдання для самостійного розв'язування

Розв'яжіть рівняння (№№ 164-184):

164.  $x^2 + 3x = 0$ .

165.  $-4x^2 + 6x = 0$ .

166.  $5x^2 - 20 = 0$ .

167.  $0,2x^2 - 20 = 0$ .

168.  $15 - 5x^2 = 0$ .

169.  $0,2x^2 + 5 = 0$ .

170.  $(x + 3)(x - 4) = -12$ .

171.  $5x^2 - 11x + 2 = 0$ .

172.  $2y^2 - y - 5 = 0$ .

173.  $x^2 + 2x - 80 = 0$ .

174.  $x^2 - 22x - 23 = 0$ .

175.  $1 - 18p + 81p^2 = 0$ .

176.  $18 + 3x^2 - x = 0$ .

177.  $5x^2 - 16x + 3 = 0$ .

178.  $15y^2 - 22y - 37 = 0$ .

179.  $z^2 - 10z - 25 = 0$ .

180.  $(x - 3)^2 = x - 1$ .

181.  $\frac{x(x-3)}{6} - \frac{x}{2} = 0$ .

182.  $\frac{x(x+1)}{3} + \frac{8+x}{4} = 2$ .

183.  $(x-3)(x-2) = 6(x-3)$ .

184.  $x^2 - \frac{11x}{6} + \frac{1}{2} = 0$ .

185. Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння:

а)  $ax - 2x = a^2 - 4$ ; б)  $a^2x = a(x + 2) - 2$ ;

в)  $(a^2 - 1)x^2 - 2(a - 1)x - a^2 + 2a - 1 = 0$ .

186. При яких значеннях параметра  $a$  всі корені рівняння

$(a + 1)x^2 + 2ax + a + 3 = 0$  додатні?

187. Знайдіть значення параметра  $k$ , при якому корені рівняння

$x^2 - (3k + 2)x + k^2 = 0$  задовольняють умову  $x_1 = 9x_2$ .

188. При яких значеннях параметра  $a$  рівняння

$(a^2 - 4)x^2 - 4(a - 2)x + 2(a + 1) = 0$  має один корінь?

189. Знайдіть всі значення параметра  $a$ , при яких рівняння

$(a - 2)x^2 + 2(a - 2)x + 2 = 0$  не має дійсних коренів.

190. Не розв'язуючи рівняння  $2x^2 - 8x + 1 = 0$ , знайдіть:

а)  $\frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2}$ ; б)  $x_1^2 + x_2^2$ ; в)  $\frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3}$ ; де  $x_1, x_2$  – корені рівняння.

191. Обчисліть  $\frac{x_1^2}{x_2} + \frac{x_2^2}{x_1}$ , де  $x_1, x_2$  – корені рівняння  $2x^2 + 6x + 1 = 0$ .

192. Обчисліть  $x_1^2 x_2^5 + x_1^5 x_2^2$ , де  $x_1, x_2$  – корені рівняння  $2x^2 - 4x + 1 = 0$

193. Нехай  $x_1$  і  $x_2$  – корені рівняння  $x^2 + px + q = 0$ .

Не розв'язуючи рівняння, знайдіть:

а)  $x_1^2 + x_2^2$ ; б)  $x_1^3 + x_2^3$ ; в)  $\frac{1}{x_1^2} + \frac{1}{x_2^2}$ ; г)  $|x_1 - x_2|$ .

194. Не розв'язуючи рівняння  $2x^2 + 7x - 1 = 0$ , знайдіть  $x_1^3 + x_2 + \frac{1}{x_1} + x_2^3 + x_1 + \frac{1}{x_2}$ ,  $x_1$  і  $x_2$  – корені даного рівняння.

195. Квадратне рівняння  $x^2 + px + q = 0$  має корені  $x_1$  і  $x_2$ . Складіть зведене квадратне рівняння, яке має корені  $x_1 + x_2$  і  $x_1 x_2$ .

196. Відомо, що  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{2}$ , де  $x_1, x_2$  – корені рівняння  $x^2 + x + a = 0$ .

Знайдіть значення  $a$ .

197. Побудуйте квадратне рівняння з цілими коефіцієнтами, один з коренів якого дорівнює  $1 + \sqrt{2}$ .

198. Побудуйте квадратне рівняння з цілими коефіцієнтами, один з коренів якого дорівнює  $\frac{1}{1 + \sqrt{2}}$ .

Розв'яжіть рівняння (№№ 199-227):

199.  $2x^4 - 9x^2 + 4 = 0$ .

200.  $x^4 - 7x^2 = 0$ .

201.  $2x^4 - 5x^2 - 3 = 0$ .

202.  $7x^4 - 4x^2 - 3 = 0$ .

203.  $(x^2 + 3)^2 - (2x^2 + 1)(x^2 - 8) = 85$ .

204.  $(x^2 + 4)^2 - (2x^2 - 5)(x^2 + 2) = 34$ .

205.  $\frac{x+3}{x-1} + \frac{x-3}{x+3} = 3\frac{1}{3}$ .

206.  $1 + \frac{2}{x-1} - \frac{6}{x^2-1} = \frac{3}{x+1}$ .

207.  $\frac{x-2}{x+1} = \frac{2}{1-x} + \frac{6}{x^2-1}$ .

208.  $\frac{x-3}{x-1} + \frac{x+3}{x+1} = \frac{x+3}{x^2-1}$ .

209.  $\frac{5}{x^2-4} - \frac{8}{x^2-1} = \frac{2}{x^2-3x+2} - \frac{20}{x^2+3x+2}$ .

210.  $\frac{2}{x^2-4} + \frac{x-4}{x^2+2x} = \frac{1}{x^2-2x}$ .

211.  $\frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)}$ .

212.  $\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+1}{x-2} = \frac{2x+8}{x^2-4}$ .

213.  $\frac{4x-4}{x} + \frac{x^2+4}{x^2+x} = \frac{6+x}{x+1}$ .

214.  $\frac{x+2}{3x+1} + \frac{8x^2+3}{1-9x^2} = \frac{x+0,5}{9x+3}$ .

215.  $\frac{2y+3}{2y-1} = \frac{y-5}{y+3}$ .

$$216. (x^2 - 5x)^2 - 4(x^2 - 5x) - 12 = 0.$$

$$217. (4x^2 - 12x + 17)^2 - 5(2x - 3)^2 = 9.$$

$$218. (2x^2 - x + 5)^2 + 3(2x^2 - x + 5) - 10 = 0.$$

$$219. \frac{x^2 + 1}{x} + \frac{x}{x^2 + 1} = -\frac{5}{2}.$$

$$220. \frac{3x^2 - 9x}{2} - \frac{12}{x^2 - 3x} = 3.$$

$$221. \frac{x^2 + x - 5}{x} + \frac{3x}{x^2 + x - 5} = 4.$$

$$222. \frac{x^2 - 3x - 6}{x} - \frac{8x}{x^2 - 3x - 6} = -2.$$

$$223. \left(\frac{x}{x+1}\right)^2 + \left(\frac{x+1}{x}\right)^2 = \frac{17}{4}.$$

$$224^*. \frac{21}{x^2 - 4x + 10} - x^2 + 4x = 6.$$

$$225^*. \frac{7x^2 - 1}{6x + 3} + \frac{4}{3} = \frac{3}{x} - \frac{9}{7x + 2}.$$

$$226^*. \frac{7}{6x + 4} - \frac{1}{2x} = -11 - \frac{18x^2 + 6}{2x - 1}.$$

$$227^*. 1 - \frac{3x^2 - 84}{2x - 14} = -\frac{3}{x - 4} + \frac{7}{x}.$$

Розв'яжіть систему рівнянь (№№ 228-242):

$$228. \begin{cases} x + 2y = 4, \\ 5x + 3y = -1. \end{cases}$$

$$229. \begin{cases} 2x + 3y = 9, \\ 3x - 4y = 5. \end{cases}$$

$$230. \begin{cases} x - 3y = 4, \\ 3x + y = 2. \end{cases}$$

$$231. \begin{cases} 2x + 3y = 11, \\ -x + y = 1. \end{cases}$$

$$232. \begin{cases} 3x + 2y = 5, \\ 6x + 4y = 10. \end{cases}$$

$$233. \begin{cases} 5x - 2y = 7, \\ 15x - 6y = 2. \end{cases}$$

$$234. \begin{cases} 2x + 3y = 11, \\ 4x + 6y = 2. \end{cases}$$

$$235. \begin{cases} x^2 + 2xy = 60, \\ x - y = 4. \end{cases}$$

$$236. \begin{cases} x^2 - y = 14, \\ 3x + y = 4. \end{cases}$$

$$237. \begin{cases} x^2 - y = 18, \\ x + 2y = 0. \end{cases}$$

$$238. \begin{cases} x + y^2 = 16, \\ x + 5y = 10. \end{cases}$$

$$239. \begin{cases} x^2 + y^2 + 6x + 2y = 0, \\ x + y + 8 = 0. \end{cases}$$

$$240. \begin{cases} x^2 - xy + y^2 = 7, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

$$241. \begin{cases} 3x + 2xy = 6, \\ y - 2xy = -15. \end{cases}$$

$$242. \begin{cases} 3xy + 2x = -4, \\ 3xy + y = -8. \end{cases}$$



Розв'яжіть нерівність (№№ 243-250):

243.  $x + 1 > 7 - 2x$ .

244.  $5x - 11 \geq 9x - 23$ .

245.  $3(x - 2) - 4(x + 1) < 2(x - 3) - 2$ .

246.  $\frac{x - 5}{6} + 1 \leq \frac{5}{2} - \frac{x - 3}{3}$ .

247.  $2(x + 1) + 5 > 3 - (1 - 2x)$ .

248.  $3(2 - x) - 2 > 5 - 3x$ .

249.  $x - \frac{x - 3}{5} + \frac{2x - 1}{10} \leq 4$ .

250.  $\frac{y - 1}{2} - 1 + \frac{2y - 1}{6} > y$ .

Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть нерівність (№№ 251-252):

251.  $(a + 1)x < 5a$ .

252.  $(a^2 - 1)x \leq a - 1$ .

Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності (№№ 253-254):

253.  $\frac{3x}{2} - \frac{3}{5} < 4x - 3$ .

254.  $\frac{37 - 2x}{3} + x < \frac{3x - 8}{4} - 9$ .

255. При яких значеннях  $x$  значення дробу  $\frac{7 - 2x}{5}$  менші відповідних значень дробу  $\frac{5 - 2x}{12}$ ?

Розв'яжіть нерівність (№№ 256-306):

256.  $-x^2 - 16 - 8x \geq 0$ .

257.  $x^2 - 4x + 4 < 0$ .

258.  $25x^2 - 10x + 1 > 0$ .

259.  $4x^2 - 4x + 1 \geq 0$ .

260.  $9x^2 + 6x + 1 < 0$ .

261.  $9x^2 - 6x + 1 > 0$ .

262.  $3x^2 - 2\sqrt{3}x + 1 \geq 0$ .

263.  $16x^2 - 24x + 9 \leq 0$ .

264.  $x^2 - 4x + 5 > 0$ .

265.  $x^2 + 3x + 10 \leq 0$ .

266.  $x^2 - 5x + 8 \geq 0$ .

267.  $2x^2 + x + 18 < 0$ .

268.  $x^2 - 4x + 3 > 0$ .

269.  $-2x^2 - 3x + 2 \geq 0$ .

270.  $2x^2 - 13x + 20 > 0$ .

271.  $-3x^2 + 5x + 2 > 0$ .

272.  $-x^2 - 6x + 27 \geq 0$ .

273.  $x(x - 1)(x + 3)(x - 2) > 0$ .

274.  $(x + 1)(x - 2)(x + 3) > 0$ .

275.  $(2 - x)(3x + 1)(2x - 1) > 0$ .

276.  $(1 - 2x)(7 + 3x)(x - 5) \leq 0$ .

277.  $(x^4 - 1)(x^2 - 5x + 6) > 0$ .

278.  $(x + 1)(3 - x)(x - 2)^2 > 0$ .

279.  $x^2(x - 7)^4(x + 3)^5(x - 2)(x + 5) > 0$ .

280.  $(3x - 2)(x - 3)^3(x + 1)^3(x + 2)^4 < 0$ .

281.  $(x-7)^4(x+3)^5(x-2)x^6(x-5) > 0$ .
282.  $(3-2x)^2(x^2-1)(x^3+1)(x^3+x^2+x+1)(2-x)^3 < 0$ .
283.  $(x+1)(x-3)(x-2)^2 \geq 0$ .
284.  $x^2(x-4)(x-1)^4\left(x+\frac{1}{2}\right)^3(x-2)(x+5)^2 \leq 0$ .
285.  $(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4(x-4)^5 \leq 0$ .
286.  $(x^2+x)^2(x^4-4x^3+4x^2) \leq 0$ .
287.  $(16-x^2)(x^2+4)(x^2+x+1)(x^2-x-3) \leq 0$ .
288.  $(1-25x^2)(2x^2+9)(x^2-6x+5)(-x^2-2x-14) > 0$ .
289.  $\frac{x-1}{x+2} > 0$ .
290.  $\frac{5-x}{x-1} \geq 0$ .
291.  $\frac{x+5}{x-1} < 0$ .
292.  $\frac{2x+7}{3-4x} \leq 0$ .
293.  $\frac{x+2}{x-2} \geq \frac{4x-10}{x-2}$ .
294.  $\frac{2x+5}{x+3} > 1$ .
295.  $\frac{1}{x} < 3$ .
296.  $\frac{1}{x-1} > 2$ .
297.  $\frac{x}{3} - \frac{4}{x} < \frac{4}{3}$ .
298.  $\frac{x^2}{(5-x)(x+6)} > 0$ .
299.  $\frac{3x-2}{2x-3} < 3$ .
300.  $\frac{1}{x+2} + \frac{2}{x+3} < \frac{3}{x+2}$ .
301.  $\frac{x}{x+1} > 1$ .
302.  $\frac{x^2-1}{x^2+x+1} < 1$ .
303.  $\frac{x^2+5x-9}{x^2+3x-4} \geq 2$ .
304.  $\frac{x-1}{x} + \frac{x+1}{x-1} < 2$ .
305.  $\frac{x^2+x-12}{x^2-4x+4} \leq 0$ .
306.  $\frac{3x^2-2x-1}{2x^2+5x+3} < \frac{2x^2-3x+1}{3x^2+7x+4}$ .

Розв'яжіть систему нерівностей (№№ 307-322):

307.  $\begin{cases} 3+x > 2-x, \\ 6+2x > 0. \end{cases}$
308.  $\begin{cases} 5x+6 \leq x, \\ 3x+12 \leq x+17. \end{cases}$
309.  $\begin{cases} 4x+2 \geq 5x+3, \\ 2-3x < -7-2x. \end{cases}$
310.  $\begin{cases} 2x-1 < 1,4-x, \\ 3x-2 > x-4. \end{cases}$

$$311. \begin{cases} 1-12y < 3y+1, \\ 2-6y > 4+4y. \end{cases}$$

$$312. \begin{cases} \frac{3x-1}{2} - x \leq 2, \\ 2x - \frac{x}{5} \geq 1. \end{cases}$$

$$313. \begin{cases} 2,5a - 0,5(8-a) < a+1,6, \\ 1,5(2a-1) - 2a < a+2,9. \end{cases}$$

$$314. \begin{cases} \frac{5-x}{4} - 9 < \frac{2x-1}{3}, \\ \frac{3+4x}{2} > 0,3(x+12), \\ \frac{6-5x}{5} + \frac{3x-1}{2} < 7-x. \end{cases}$$

$$315. \begin{cases} x(1-x) < (7-x)(7+x) + x, \\ 7x-5 < 7(x+1). \end{cases}$$

$$316. \begin{cases} x^2 - 4x + 3 < 0, \\ 2x - 4 < 0. \end{cases}$$

$$317. \begin{cases} x^2 - 4 < 0, \\ x+1 > 0, \\ \frac{1}{2} - x > 0. \end{cases}$$

$$318. \begin{cases} \frac{1}{x^2} \geq 1, \\ \frac{1}{x+1} > 0, \\ \frac{2x-x^2-3}{x^2-4x+3} < 3. \end{cases}$$

$$319. \begin{cases} \frac{1}{3x} < 1, \\ x + \frac{4}{x} \geq \frac{4}{3}x, \\ 9x^2 - 9x + 1 < 0. \end{cases}$$

$$320. \begin{cases} x^4 - 4x^2 + 4 \leq 0, \\ 1 > -\frac{1}{x}. \end{cases}$$

$$321. \begin{cases} 2(x-1) - 3(x-4) > x+5, \\ \frac{3x-4}{x^2+4x+4} \geq 0. \end{cases}$$

$$322. \begin{cases} \frac{2x-3}{x^2-1} \geq 0, \\ \frac{2x-3}{x^2-2} \leq 2. \end{cases}$$

Розв'яжіть подвійну нерівність (№№ 323-325):

$$323. 5x - 20 \leq x^2 \leq 8x.$$

$$324. 1 < \frac{3x^2 - 7x + 8}{x^2 + 1} < 2.$$

$$325. \frac{5x-7}{x-5} < 4 - \frac{x}{5-x} + \frac{3x}{x^2-25} < 4.$$

Розв'яжіть сукупність нерівностей (№№ 326-329):

$$326. \begin{cases} \frac{3x-2}{x-3} > 0, \\ \frac{4x-1}{5x-2} < 0. \end{cases}$$
$$327. \begin{cases} \frac{2}{x-3} < \frac{3}{x}, \\ (x-16)(x^2+3x+10) \geq 0, \\ x^2-1 < 0. \end{cases}$$
$$328. \begin{cases} 2x+3 > 1, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{3} < 0. \end{cases}$$
$$329. \begin{cases} (x-1)(x-3)(x-5) < 0, \\ x^2 < 4. \end{cases}$$

Розв'яжіть нерівність (№№ 330-339):

$$330. x^4 - 4x^2 + 3 \geq 0.$$
$$331. -2 + y^2 + y^4 < 0.$$
$$332. t^4 + 2t^2 - 15 > 0.$$
$$333. x^4 - 5x^2 + 4 \leq 0.$$
$$334. (x^2 - x + 1)^2 - 4(x^2 - x + 1) + 3 > 0.$$
$$335. (x^2 + 3x)^2 + x^2 + 3x - 2 \leq 0.$$
$$336. -x^2 + 7x + 10 \geq 2(x^2 - 7x - 9)^2.$$
$$337. \frac{12}{x^2 + 2x} - \frac{3}{x^2 + 2x - 2} > 1.$$
$$338. \frac{4}{x^2 - x - 2} + \frac{1}{x^2 - x + 1} + 1 < 0.$$
$$339. (x^2 + 2x + 1)(x^2 + 2x - 3) \leq 5.$$

Розв'яжіть рівняння (№№ 340-392):

$$340. |2x-1| = 5.$$
$$341. |3x-1| = 0.$$
$$342. |x-2| = -1.$$
$$343. |4-3x| = 2.$$
$$344. |5x-1| = 7.$$
$$345. |-x^2-x+2| = 4.$$
$$346. |x^2-x-2| = 2.$$
$$347. |2x^2+3x+4| = 7.$$
$$348. |x^2-6x| = 9.$$
$$349. |x^2-5x-7| = \sqrt{5}-3.$$
$$350. |5-3x-x^2| = -7.$$
$$351. \left| \frac{1}{9}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 \right| = 0.$$
$$352. ||x|-1| = 2.$$
$$353. ||x-1|+3| = 2.$$
$$354. ||2x-3|-7| = 1.$$
$$355. x^2 + |x| - 2 = 0.$$
$$356. 3(x-5)^2 - 10|x-5| + 3 = 0.$$
$$357. 2(x+2)^2 - 5|x+2| + 2 = 0.$$
$$358. \left( 4|x-1| + \frac{1}{2} \right)^2 = 11(x-1)^2 + \frac{5}{4}.$$
$$359. |2x+3| = |4x-1|.$$
$$360. |7-x| = |5+2x|.$$
$$361. |x-2| = |3-x|.$$

362. $ x+3  = - x+2 $ .	363. $ x^2 - 2x + 7  =  x^2 + 3x - 10 $ .
364. $ 5 - 3x  = 2x + 1$ .	365. $x^2 - 7 =  3x - 7 $ .
366. $ x - 3  = 6x - x^2 - 9$ .	367. $ x - 2  \cdot x - 6x + 8 = 0$ .
368. $ x + 3  = x^2 + x - 6$ .	369. $ 2x - 3  = x - 2$ .
370. $\frac{x^2 + 5x - 6}{ x - 2 } = 2$ .	371. $\frac{4 - x}{ x^2 - x - 12 } = \frac{1}{2}$ .
372. $ x^2 - x - 8  = -x$ .	373. $ 3x^2 + 5x - 4  = 2x - 1$ .
374. $ x^2 - 2x  = 3 - 2x$ .	375. $ x -  2x + 3   = 3x - 1$ .
376. $2 x^2 + 2x - 5  = x - 1$ .	377. $ x  = x$ .
378. $ x - 2  = -x + 2$ .	379. $ 2x - 3  = 3 - 2x$ .
380. $ x^2 + x - 2  = 2 - x - x^2$ .	381. $ 2x^2 - 5x + 2  = 2x^2 - 5x + 2$ .
382. $ x + 1  +  x - 5  = 20$ .	383. $ x + 3  +  x - 1  =  6 - 3x $ .
384. $x 2x + 5  + 2x x - 3  = 22$ .	385. $ x + 2  -  x - 3  = 5$ .
386. $ x + 5  +  x - 8  = 13$ .	387. $ 3 - x  -  x + 2  = 5$ .
388. $ x + 2  +  x  = 2$ .	389. $ x - 2  +  1 - x  = 1 + x$ .
390. $\frac{ x^2 - 4x  + 3}{x^2 +  x - 5 } = 1$ .	391. $\frac{  x  - 1  \cdot  x }{x^2 - 1} = 2$ .
392. $\left  \frac{ x - 2  + 4}{x - 2} \right  \cdot (x^2 - 4) = 0$ .	

Для кожного значення параметра  $a$  розв'яжіть рівняння (№№ 393-394):

393. $ x - 3  = a$ .	394. $ x - a  = 3x - 1$ .
----------------------	---------------------------

Розв'яжіть нерівність (№№ 395-434):

395. $ 2x - 3  \leq 7$ .	396. $ 2 - 4x  < 11$ .
397. $ 3 - 2x  < -1$ .	398. $ 4x - 10  \leq 0$ .
399. $ x^2 - x - 1  < 1$ .	400. $ x^2 - 5x + 6  \leq 2$ .
401. $ x^2 - 2x - 2  < 1$ .	402. $\left  \frac{x + 1}{2x - 1} \right  < 1$ .
403. $ x - 1  > 2$ .	404. $ 5 - 3x  \geq 7$ .

405.  $|2 - \sqrt{3}x| \geq -4$ .  
 407.  $|2x^2 - 4| \geq 0$ .  
 409.  $|2x^2 - 9x + 15| \geq 20$ .  
 411.  $\left| \frac{2x-1}{x-1} \right| \geq 2$ .  
 413.  $|3x-2| > |2x+1|$ .  
 415.  $|2x-1| \leq |3x+1|$ .  
 417.  $|x^2 - 3x + 2| \leq 2x - x^2$ .  
 419.  $5x - 7 < |x+2|$ .  
 421.  $|x^2 + 3x| + x^2 - 2 \geq 0$ .  
 423.  $|2x+7|(3-x) \leq 0$ .  
 425.  $|5-2x|(x^2 - 2x - 3) \geq 0$ .  
 427.  $|4x+6| + |6x+4| > 8$ .  
 429.  $2|x-3| + |x+1| \leq 3x+1$ .  
 431.  $\frac{|2-x|-x}{|x-3|-1} \leq 2$ .  
 433.  $|x^2 + 2x - 8| < x^2 + |x-4| - 1$ .
406.  $|7+5x| > 0$ .  
 408.  $|x^2 - 5x| > 6$ .  
 410.  $\left| \frac{2x+3}{3x-2} \right| > 1$ .  
 412.  $|x-1| \leq |x|$ .  
 414.  $\left| \frac{3}{2x-7} \right| < \left| \frac{-6}{x+4} \right|$ .  
 416.  $x^2 - 7|x| + 10 < 0$ .  
 418.  $|2x+5| < 7-x$ .  
 420.  $|7x+5| - 2x \geq 11$ .  
 422.  $\frac{2x-|3-x|}{|3-x|+2} < 1$ .  
 424.  $\frac{|x-3|}{(x-2)(x-3)} \geq 2$ .  
 426.  $|2x+6| + |x-4| > 10$ .  
 428.  $|x-1| + |2-x| > 3+x$ .  
 430.  $|x-2|x-2| + 3|x+5| \geq 2x$ .  
 432.  $\frac{|4-x|-x}{|x-6|-2} > 2$ .  
 434.  $\left| 1 - \frac{|x|}{1+|x|} \right| \geq \frac{1}{2}$ .

Розв'яжіть систему нерівностей (№№ 435-440):

435. 
$$\begin{cases} 4(2x+1) < 6x-1, \\ (x+2)(x^2+5) \leq 0, \\ |x| \geq 1. \end{cases}$$
437. 
$$\begin{cases} |x^2+5x| < 6, \\ |x+1| \leq 1. \end{cases}$$
439. 
$$\begin{cases} |x-1| + |x-2| < 2, \\ |x+1| + |2x+3| > 4. \end{cases}$$
436. 
$$\begin{cases} 5(x-2) > 4x-10, \\ (x-1)(x^2+3) < 0, \\ |x| \leq 1. \end{cases}$$
438. 
$$\begin{cases} |x^2-4x| < 5, \\ |x+1| < 3. \end{cases}$$
440. 
$$\begin{cases} |x+2| + |x| < 3-x, \\ |x-1| - |x-3| > 1-2x. \end{cases}$$

## § 5. ЗАДАЧІ НА СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ ТА СИСТЕМ РІВНЯНЬ

---

### Питання для повторення

Типи задач. Формула складних відсотків.

### Задачі на рух

**Приклад 5.1.** Два пішоходи вийшли одночасно назустріч один одному і зустрілись через 3 год. За який час пройде всю відстань кожний, якщо перший прийшов в те місце, з якого вийшов другий, на 2,5 год пізніше, ніж другий прийшов в те місце, звідки вийшов перший?

*Розв'язання.* Нехай вся відстань  $y$  км, а час, за який пройшов цю відстань другий пішохід,  $x$  год, тоді  $(x + 2,5)$  год – час руху першого пішохода. Швидкість першого пішохода  $\frac{y}{x + 2,5}$  км/год, а другого –

$\frac{y}{x}$  км/год. За умовою задачі складемо рівняння  $3\left(\frac{y}{x + 2,5} + \frac{y}{x}\right) = y$ .

Оскільки  $y > 0$ , то  $\frac{3}{x + 2,5} + \frac{3}{x} = 1$ .

Коренями цього рівняння є  $x_1 = 5$ ,  $x_2 = -\frac{3}{2}$ .

$x_2 = -\frac{3}{2}$  не задовольняє умову задачі.

Отже, другий пішохід проходить всю відстань за 5 год, а перший – за 7,5 год.

*Відповідь.* 7,5 год, 5 год.

**Приклад 5.2.** В озеро впадають дві річки. Катер відпливає від пристані  $A$ , що знаходиться на першій річці, пливе 24 км до озера, далі пливе 2 год по озеру і потім 32 км по другій річці до пристані  $B$ , затративши 8 год на весь шлях від  $A$  до  $B$ . Якщо б катер проплив по озеру ще додатково 18 км, то на весь шлях від  $A$  до  $B$  він затратив би 10 год. Знайдіть швидкість течії кожної річки, якщо відомо, що швидкість течії першої річки на 2 км/год більша від швидкості течії другої річки.

*Розв'язання.* За умовою задачі на додаткові 18 км руху по озеру катер затратив  $10 - 8 = 2$  (год). Отже, швидкість катера по озеру 9 км/год. Нехай швидкість течії другої річки дорівнює  $x$  км/год ( $x > 0$ ), тоді

швидкість першої річки  $(x + 2)$  км/год. Оскільки катер пливе по першій річці до озера, в яке впадає річка, то його швидкість  $(x + 11)$  км/год, а час руху по першій річці  $\frac{24}{x+1}$  год. По другій річці катер пливе проти течії, тому його швидкість  $(9 - x)$  км/год ( $9 - x > 0$ ), тому на шлях 32 км він витрачає  $\frac{32}{9-x}$  год. По озеру катер рухався 2 год, затративши на весь шлях 8 год. Складемо рівняння

$$\frac{24}{x+11} + \frac{32}{9-x} + 2 = 8;$$

$$\frac{24(9-x) + 32(x+11) - 6(x+11)(9-x)}{(x+11)(9-x)} = 0;$$

$$3x^2 + 10x - 13 = 0;$$

$$x_1 = -\frac{13}{3}, \quad x_2 = 1.$$

$x_1 = -\frac{13}{3}$  не задовольняє умову задачі. Тоді швидкість другої річки

1 км/год, а першої – 3 км/год.

*Відповідь.* 3 км/год; 1 км/год.

## Задачі на роботу

**Приклад 5.3.** Два муляри, із яких другий починає роботу на 1,5 дня пізніше першого, можуть побудувати стіну за 7 днів. Якби ця робота була доручена кожному окремо, то для її завершення першому потрібно було б на 3 дні більше, ніж другому. За скільки днів кожний з них побудує стіну?

*Розв'язання.* Прийнемо всю роботу за 1. Нехай перший муляр побудує стіну за  $x$  ( $x > 0$ ) днів, а другий – за  $y$  ( $y > 0$ ) днів, тоді продуктивність праці першого муляра  $\frac{1}{x}$ , другого –  $\frac{1}{y}$ . За умовою задачі

$x - y = 3$ . Оскільки при спільній роботі мулярів виконується  $\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)$

частин роботи за день, а вся робота виконується ними за 7 днів, причому перший муляр працює всі 7 днів, а другий на 1,5 дня менше, тобто

5,5 дня, то  $\frac{7}{x} + \frac{5,5}{y} = 1$ .



Маємо систему рівнянь 
$$\begin{cases} x - y = 3, \\ \frac{7}{x} + \frac{5,5}{y} = 1. \end{cases}$$

Звідки  $\begin{cases} x = 14, \\ y = 11 \end{cases}$  або  $\begin{cases} x = \frac{3}{2}, \\ y = -\frac{3}{2}. \end{cases}$

За змістом задачі  $x > 3, y > 0$ . Цим умовам задовольняють  $x = 14, y = 11$ .

Отже, перший муляр побудує стіну за 14 днів, а другий – за 11 днів.  
*Відповідь.* 14 днів, 11 днів.

### Задачі на числові залежності

**Приклад 5.4.** При множенні двох чисел, із яких одне на 10 більше другого, учень допустив помилку, зменшивши на 4 цифру десятків у добутку. При діленні (для перевірки відповіді) одержаного добутку на менший з множників він одержав у частці 39 і в остачі 22. Знайдіть множники.

*Розв'язання.* Нехай  $x$  – менше із двох чисел, тоді  $(x + 10)$  – друге число. Їх добуток дорівнює  $x(x + 10)$ . Оскільки у цьому добутку учень зменшив на 4 цифру десятків, тобто число зменшилося на 40, він одержав  $(x(x + 10) - 40)$ . При діленні цього числа на менший множник  $x$  учень одержав у частці 39 і в остачі 22. Можемо скласти рівняння  $x(x + 10) - 40 = 39x + 22$ , розв'язавши яке одержимо  $x_1 = 31, x_2 = -2$ . Число  $x_2 = -2$  не задовольняє умову задачі, бо при цьому друге число буде дорівнювати 8, а їх добуток –  $-16$ . У ньому цифру десятків не можна зменшити.

Отже, перший множник 31, тоді другий множник 41.

*Відповідь.* 31; 41.

### Задачі на суміші і сплави

**Приклад 5.5.** Мають сплав срібла з міддю. Обчисліть масу і пробу цього сплаву, якщо його сплав з 3 кг чистого срібла є сплав 900 проби, а його сплав з 2 кг сплаву 900 проби є сплав 840 проби.

*Розв'язання.* Нехай  $x$  кг – маса сплаву,  $y$  – його проба. Коли до цього сплаву додати 3 кг чистого срібла, то його маса дорівнюватиме  $(x + 3)$  кг, проба 900. Сплавивши даний сплав з 2 кг сплаву 900-ї проби, дістанемо сплав масою  $(x + 2)$  кг 840-ї проби.

Запишемо систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{xy}{1000} + 3 = (x + 3) \cdot \frac{900}{1000}, \\ \frac{xy}{1000} + 2 \cdot \frac{900}{1000} = (x + 2) \cdot \frac{840}{1000}. \end{cases}$$

Звідки  $\begin{cases} x = 3, \\ y = 800. \end{cases}$

Отже, маса сплаву 3 кг, а його проба – 800.

*Відповідь.* 3 кг; 800 проба.

## Задачі на відсотки

**Приклад 5.6.** Із бака, наповненого чистим спиртом, вилили частину спирту і доповнили тією ж кількістю води. Потім із бака відлили стільки ж літрів суміші. Тоді в баку залишилось 49 л чистого спирту. Місткість бака 64 л. Скільки спирту вилили першого разу? Задача складена з припущення, що об'єм суміші дорівнює сумі об'ємів спирту і води.

*Розв'язання.* Нехай першого разу вилили  $x$  л спирту, тоді залишилося  $(64 - x)$  л спирту, що становить  $\frac{64 - x}{64} \cdot 100\%$  вмісту баку.

Вдруге відлили  $x$  л суміші, в якій було  $\frac{x(64 - x)}{64}$  л чистого спирту.

Всього відлили  $\left(x + \frac{x(64 - x)}{64}\right)$  л чистого спирту, що за умовою задачі

дорівнює  $64 - 49 = 15$  (л) спирту. Складемо рівняння  $x + \frac{x(64 - x)}{64} = 15$ .

Звідки  $x_1 = 8$ ,  $x_2 = 120$ .

Оскільки місткість баку 64 л, то  $x_2 = 120$  не задовольняє умову задачі. Отже, першого разу з баку вилили 8 л чистого спирту.

*Відповідь.* 8 л.

## Завдання для самостійного розв'язування

441. Мотоцикліст затримався біля шлагбаума на 24 хвилини. Збільшивши після цього швидкість на 10 км/год, він надолужив запізнення на перегоні 80 км. Визначте швидкість мотоцикліста до затримки.
442. Товарний поїзд затримався у дорозі на 12 хв, а потім на відстані 60 км надолужив згаяний час, збільшивши швидкість на 15 км/год. Знайдіть початкову швидкість поїзда.

443. Два велосипедисти повинні проїхати відстань 90 км. Перший з них проїжджав кожну годину на 1 км більше від другого і приїхав до місця призначення на 1 годину раніше від другого. Знайдіть швидкість руху кожного велосипедиста.
444. Велосипедист проїхав 30 км від дому до озера. На зворотному шляху він півгодини їхав з попередньою швидкістю, після чого зробив зупинку на 10 хв. Почавши рух знову, він збільшив швидкість на 4 км/год і тому витратив на зворотний шлях до дому стільки ж часу, як і на шлях до озера. Визначте швидкість руху велосипедиста до озера.
445. Потяг повинен був пройти 840 км за визначений час. На половині шляху він був затриманий світлофором на  $\frac{1}{2}$  год і для того, щоб прийти в місце призначення за графіком, збільшив швидкість на 2 км/год. Скільки годин потяг знаходився в дорозі?
446. Поїзд проходив дану відстань за 10 годин. Коли б він збільшив швидкість на 10 км/год, він їхав би 8 годин. Знайдіть початкову швидкість і відстань.
447. З села до міста одночасно вийшли два пішоходи. Перший прийшов до міста на 24 хвилини пізніше другого. Швидкість першого дорівнювала 4,5 км/год, а другого – 5 км/год. Визначте відстань між містом і селом.
448. Турист, йдучи з села на залізничну станцію, пройшов за першу годину 3 км, розрахував, що якщо він буде рухатися з тією ж швидкістю, то запізниться до поїзда на 40 хв. Через те останній шлях він проходив з швидкістю 4 км/год і прийшов на станцію за 45 хв до відходу поїзда. Знайдіть відстань від села до станції.
449. Велосипедист, проїжджаючи кожну хвилину на 500 м менше, ніж мотоцикліст, на шлях 120 км витрачає на 2 год більше, ніж мотоцикліст. Знайдіть швидкість мотоцикліста.
450. Дві машини виїхали з одного пункту в одному напрямку. Одна машина рухається з швидкістю 50 км/год, а друга – 40 км/год. Через півгодини з того самого пункту в тому самому напрямі виїхала третя машина, яка обігнала першу машину на 1 год 30 хв пізніше, ніж другу. Знайдіть швидкість третьої машини.
451. Знайдіть швидкість і довжину поїзда, знаючи, що він проходив з сталою швидкістю повз нерухомого спостерігача протягом 7 сек і витратив 25 сек на те, щоб проїхати з тією ж самою швидкістю вздовж платформи довжиною 378 м.
452. Велосипедисту потрібно проїхати відстань 30 км. Виїхавши на 3 хв пізніше, велосипедист їхав з швидкістю, більшою на 1 км/год, і

- своєчасно прибув на місце призначення. Знайдіть швидкість, з якою їхав велосипедист.
453. З пунктів  $A$  і  $B$ , відстань між яким 150 км, назустріч один одному виїхали одночасно мотоцикліст і велосипедист. Через 2 години вони зустрілись і, не зупиняючись, продовжили рух. Мотоцикліст прибув в  $B$  на 3 години раніше, ніж велосипедист в  $A$ . Знайдіть швидкість велосипедиста.
454. Із двох міст одночасно виїхали назустріч один одному два автомобілі й зустрілися через 2 год. За який час подолає шлях між містами кожний автомобіль, якщо перший автомобіль за 1,5 год і другий за 1 год разом долають  $\frac{2}{3}$  цього шляху?
455. Після зустрічі двох теплоходів один з них поплив на південь, а другий на захід. Через дві години після зустрічі відстань між ними була 60 км. Знайдіть швидкість кожного теплохода, якщо швидкість першого на 6 км/год більше за швидкість другого.
456. Два пішоходи вийшли одночасно назустріч один одному із пунктів  $A$  і  $B$ . Кожен іде з постійною швидкістю без зупинок і, прийшовши в кінцевий пункт, зразу ж повертається назад. Коли вони зустрілись вдруге, виявилось, що перший пройшов на 4 км більше, ніж другий. Після другої зустрічі перший прийшов в  $A$  через годину, а другий – в  $B$  через 2,5 год. Знайдіть швидкості пішоходів.
457. Із двох пунктів, відстань між яким дорівнює 2400 км, назустріч один одному вийшли одночасно пасажирський і швидкий поїзди. Кожен з них іде з постійною швидкістю, і в деякий момент часу вони зустрічаються. Якщо б обидва поїзди йшли зі швидкістю швидкого поїзда, то їх зустріч відбулась би на 3 год раніше фактичного моменту зустрічі. Якщо б обидва поїзди йшли зі швидкістю пасажирського поїзда, то їх зустріч відбулась би на 5 год пізніше фактичного моменту зустрічі. Знайдіть швидкості поїздів.
458. Два пішоходи одночасно вирушили в один і той же пункт. Перший половину часу ішов зі швидкістю  $a$ , а другу половину – з швидкістю  $b$ . Другий йшов першу половину шляху з швидкістю  $b$ , а другу половину – з швидкістю  $a$ . Який пішохід дістався швидше пункту призначення?
459. Годинник іде точно. Через скільки хвилин зустрічаються хвилинна і годинна стрілки?
460. За течією річки катер пройшов за 7 год таку відстань, яку він проходить за 8 год, рухаючись проти течії. Знайдіть швидкість течії річки, якщо власна швидкість катера дорівнює 30 км/год.

461. Катер спочатку йшов 6 км за течією річки, а потім вдвічі більшу відстань озером, в яке впадає річка. Весь рейс тривав 1 год 6 хв. Знайдіть власну швидкість катера, якщо швидкість течії річки 5 км/год.
462. Відстань між містами по річці 160 км. Пароплав проходить цю відстань за течією за 6 год 40 хв, а проти течії за 10 год. Знайдіть швидкість течії річки і власну швидкість пароплава.
463. Катер проплив 40 км за течією річки і таку саму відстань проти течії, витративши на весь шлях проти течії на 20 хв більше, ніж на шлях за течією. Знайдіть власну швидкість катера, якщо швидкість течії річки становить 3 км/год.
464. Моторний човен пройшов відстань між двома пунктами по річці туди і назад без зупинки за 6 год 24 хв. Відстань між пунктами 60 км. Знайдіть швидкість течії, якщо власна швидкість човна 20 км/год.
465. Від пристані пліт відправився за течією річки. Через 5 год 20 хв за плотом з тієї самої пристані відправився моторний човен, який наздогнав пліт, пройшовши 20 км. Яка швидкість плоту, коли відомо, що швидкість моторного човна на 12 км/год більша, ніж швидкість плоту?
466. Катер відійшов від пристані одночасно з плотом і пройшов вниз річкою  $\frac{40}{3}$  км. Не зупиняючись, він розвернувся і пішов вгору по річці. Пройшовши  $\frac{28}{3}$  км, він зустрівся з плотом. Швидкість течії річки 4 км/год. Яка власна швидкість катера?
467. Катер пройшов проти течії річки 8 км, повернувся назад і пройшов за течією 36 км. Весь рейс тривав 2 год. Потім катер пройшов проти течії річки 6 км і за течією 33 км, затративши на другий рейс 1 год 45 хв. Знайдіть швидкість катера у стоячій воді.
468. Моторний човен, пливучи по річці з пункту *A* до пункту *B* проти течії, витратив часу на третину більше, ніж на зворотній шлях. У скільки разів швидкість човна більша від швидкості течії річки?
469. По колу довжиною 60 м рівномірно в одному напрямку рухаються дві точки. Одна робить повний оберт на 5 с швидше іншої, при цьому вони співпадають кожну хвилину один тільки раз. Знайдіть швидкість руху точок.
470. Один робітник повинен був виготовити 420 деталей, а другий за той же самий час 500 деталей. Перший закінчив роботу за 4 дні до строку, а другий – за 7 днів до строку, виготовляючи при цьому щодня на 5 деталей більше, ніж перший. Скільки деталей щоденно виготовляв кожен робітник?

471. За певний час бригада землекопів повинна була вийняти  $320 \text{ м}^3$  ґрунту. Перші 5 днів бригада працювала за планом, а потім щоденно виймала на  $2 \text{ м}^3$  ґрунту більше, ніж було заплановано, і закінчила роботу на 7 днів раніше строку. За скільки днів бригада виконала роботу?
472. Бригада робітників повинна була виготовити 8000 однакових деталей за певний строк. Фактично ця робота була закінчена на 8 днів раніше строку, так як бригада виготовляла щоденно на 50 деталей більше, ніж було намічено за планом. В який строк повинна бути виконана робота і який щоденний відсоток перевиконання плану?
473. На обробку однієї деталі перший робітник витрачає на 1 хвилину менше, ніж другий. Скільки деталей обробляє кожний з них за 0,7 год, якщо перший обробляє за цей час на одну деталь більше, ніж другий?
474. Бригада мулярів повинна викласти  $432 \text{ м}^3$  кладки, але в дійсності на роботу вийшло на 4 чоловіки менше. Скільки всього мулярів у бригаді, якщо відомо, що кожному працюючому муляру довелось викласти на  $9 \text{ м}^3$  більше, ніж планувалось попередньо?
475. Дві бригади, працюючи разом, можуть виконати всю роботу за 12 днів. Скільки днів потрібно кожній бригаді окремо, щоб виконати всю роботу, якщо одна виконає всю роботу на 10 днів швидше, ніж друга?
476. Чан наповнюється двома кранами *A* і *B*. Кран *A* наповнює чан на 22 хв довше, ніж кран *B*. Якщо відкрити обидва крани, то чан наповниться за 1 год. За який час кожен кран окремо наповнить чан?
477. Дві вантажні машини, працюючи разом, перевезли зерно за 4 год. За який час перевезе ту ж кількість зерна кожна вантажна машина окремо, якщо першій треба для цього на 6 год більше, ніж другій?
478. Два крани можуть заповнити водою бак за 6 хв. Якщо перший кран заповнить  $0,6$  бака, а решту бака – другий, то бак буде заповнено за 12 хв. За скільки хвилин кожен кран може заповнити весь бак?
479. Двоє робітників разом можуть виконати планове завдання за 12 днів. Якщо половину завдання виконуватиме один робітник, а потім другу половину – другий, то все завдання буде виконано за 25 днів. За скільки днів може виконати всю роботу кожний?
480. Два трактори різної потужності, працюючи разом, можуть зорати поле за 4 дні. Якщо один трактор виоре  $\frac{2}{3}$  поля, а потім другий – решту, то все поле буде зорано за 8 днів. За скільки днів може зорати все поле кожен трактор окремо?

481. Два робітники виклали стіну будинку, працюючи спочатку 8 днів разом, а потім перший працював ще 7 днів. Якщо б кожний виконував таку роботу окремо, то перший витратив би на 7 днів менше, ніж другий. За скільки днів кожний з них може викласти стіну?
482. Одна труба наповнює басейн на 2 год, а друга на 4,5 год довше, ніж наповнюють цей басейн обидві труби, відкриті одночасно. За скільки годин може наповнити басейн кожна труба окремо?
483. Два робітники, працюючи разом, виготовили 150 деталей. Якби обидва робітники працювали із продуктивністю першого робітника, то для виготовлення цих деталей їм потрібно було б часу на 0,5 год менше. Якби ж обидва робітники працювали із продуктивністю другого робітника, то для виготовлення деталей їм потрібно було б часу на 0,75 год більше. Скільки деталей виготовляв за годину кожний робітник?
484. Дві бригади, працюючи разом, вирили траншею за 2 дні. Після цього вони почали рити траншею тієї ж глибини і ширини, але довшу від першої в 5 разів. Спочатку працювала тільки перша бригада, а потім тільки друга бригада, виконавши в півтора рази менше роботи, ніж перша бригада. Риття другої траншеї було закінчено за 21 день. За скільки днів друга бригада змогла б вирити першу траншею, якщо відомо, що об'єм роботи, що виконує перша бригада за один день, більший від об'єму роботи, що виконує за один день друга бригада?
485. Теплохід навантажують підйомними кранами. Спочатку протягом 2 год працювали чотири крани однакової потужності, потім до них приєднались ще два крани, але меншої потужності, і через 3 год після цього відвантаження було закінчено. Якщо б всі крани почали працювати одночасно, то відвантаження було б закінчено за 4,5 год. За який час виконають відвантаження один кран більшої та один кран меншої потужності при спільній роботі?
- 486.\* Перша і друга бригади, працюючи разом, можуть виконати завдання не більше, ніж за 9 днів. Друга і третя бригади, працюючи разом, можуть виконати ту ж роботу не менше, ніж за 18 днів. Перша і третя бригада, працюючи разом, можуть виконати те ж завдання за 12 днів. Відомо, що третя бригада завжди працює з максимально можливою для неї продуктивністю праці. За скільки днів може виконати завдання друга бригада?
487. Число одиниць двозначного числа на 3 менше від числа його десятків. Добуток цього числа на суму його цифр дорівнює 364. Знайдіть це число.
488. Двозначне число втричі більше суми своїх цифр, а квадрат цієї суми цифр дорівнює потроєному шуканому числу. Знайдіть це число.

489. Деяке двозначне число в 4 рази більше за суму і в 3 рази більше за добуток своїх цифр. Знайдіть це число.
490. Сума цифр двозначного числа в 6 разів менша за це число. Добуток цього числа на число, записане тими самими цифрами в зворотному порядку, дорівнює 2430. Знайдіть це число.
491. Добуток цифр двозначного числа втричі менший від самого числа. Якщо до цього числа додати 18, то дістанемо число, записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку. Знайдіть задумане число.
492. Знайдіть двозначне число, частка від ділення якого на добуток його цифр дорівнює  $2\frac{2}{3}$ , а різниця між шуканим числом і числом, записаним тими ж цифрами, але розміщеними у зворотному порядку, дорівнює 18.
493. Сума двох тризначних чисел, записаних однаковими цифрами, але в зворотному порядку, дорівнює 1252. Знайдіть ці числа, якщо сума цифр кожного дорівнює 14, а сума квадратів цифр дорівнює 84.
494. Якщо двозначне число поділити на суму його цифр, то в частці одержимо 7 і в остачі 6. Якщо ж це двозначне число поділити на добуток його цифр, то в частці одержимо 3, а в остачі число, що дорівнює сумі цифр початкового числа. Знайдіть початкове число.
495. Якщо двозначне число поділити на добуток його цифр, то в частці одержимо 3, а в остачі 9. Якщо від квадрата суми цифр цього числа відняти добуток цифр, то одержимо дане число. Знайдіть це число.
496. До задуманого цілого додатного числа дописали справа цифру 5 і від утвореного нового числа відняли подвоєний квадрат задуманого числа. Різницю поділили на задумане число і остаточно одержали 1. Знайдіть це число.
497. Задано ціле число. Потрібно було збільшити його на 200000 і одержане число потроїти. Замість цього приписали до цифрового запису заданого числа справа цифру 2 і одержали правильний результат. Знайдіть це число.
498. Запис шестизначного числа починається цифрою 2. Якщо цю цифру перенести з першого місця на останнє, то одержане число буде втричі більше початкового. Знайдіть початкове число.
499. Знайдіть два цілих числа, сума яких дорівнює 1244. Якщо до першого числа дописати справа цифру 3, а в другому числі відкинути останню цифру 2, то одержані числа будуть рівні.
- 500\*. Знайдіть два двозначних числа, що мають таку властивість: якщо до більшого шуканого числа дописати праворуч 0, а за ним менше число, а до меншого числа дописати праворуч більше число, а потім 0, то із утворених таким чином двох п'ятизначних чисел



перше, будучи поділеним на друге, дає в частці 2 і в остачі 590. Крім того, відомо, що сума, складена з подвоєного більшого шуканого числа і потроєного меншого, дорівнює 72.

501. Якщо до натурального числа дописати справа цифру 5, то одержимо число, яке ділиться без остачі на число, що більше від шуканого на 3. При цьому в частці одержимо число, що на 16 менше від дільника. Знайдіть це число.
502. Знайдіть три додатних числа, з яких перше більше другого у стільки разів, у скільки разів друге більше за третє. Якщо від першого числа відняти суму двох інших, то одержимо 2; якщо до першого додати піврізницю другого і третього, то одержимо 9.
503. Знаменник дроби на 2 більший від чисельника. Якщо від оберненого дроби, чисельник якого зменшили на 1, відняти перший дріб, дістанемо  $\frac{11}{15}$ . Знайдіть перший дріб.
504. Чисельник звичайного дроби на 1 менший від знаменника. Якщо до чисельника додати 1, а до знаменника 6, то одержаний дріб буде становити половину початкового. Знайдіть початковий дріб.
505. Суму всіх парних двозначних чисел поділили без остачі на одне з них. Знайдіть дільник, якщо відомо, що сума його цифр дорівнює 9 і що частка відрізняється від дільника тільки порядком цифр.
506. На заводі 35% усіх робітників – жінки, а решта – чоловіки, яких на заводі на 240 осіб більше, ніж жінок. Визначте загальну кількість робітників.
507. Першого дня Василько прочитав 35% всієї книжки, другого дня 68% того, що залишилося, а третього дня – решту, 156 сторінок. Скільки сторінок у книжці?
508. Качки можуть летіти на висоті до 800 м, що становить 80% від висоти польоту лелеки і 40% від висоти польоту ластівки. На якій висоті можуть летіти лелеки і ластівки?
509. У кінозалі під час сеансу з 240 місць було зайнято 204. Скільки відсотків місць було зайнято?
510. Ціна костюма була 180 грн. Спочатку його ціну підвищили на 20%, а потім знизили на 10%. На скільки відсотків змінилася початкова ціна?
511. Сукня коштувала 160 грн. Спочатку її ціну знизили на 10%, а потім підвищили на 25%. На скільки відсотків змінилась початкова ціна?
512. Ціна товару була знижена на 20%. На скільки відсотків її треба підняти, щоб одержати початкову ціну?
513. Один із співмножників збільшили на 20%, а другий зменшили на 40%. На скільки відсотків зменшиться добуток?

514. Одну сторону прямокутника збільшили на 15%, а другу зменшили на 20%. На скільки відсотків змінилась площа прямокутника?
515. Периметр ділянки прямокутної форми дорівнює 180м. Якщо одну її сторону збільшити на 20%, а другу – на 10%, то площа ділянки збільшиться на 640 м<sup>2</sup>. Визначте площу ділянки і обчисліть, на скільки відсотків вона збільшиться при зазначених змінах розмірів ділянки.
516. На скільки відсотків зменшиться дріб, якщо його чисельник зменшити на 85%, а знаменник зменшити на 25%?
517. Додатне число  $x$  збільшили на 25%, потім знайдений результат зменшили на 50%, після чого новий результат знову збільшили на 25% і дістали число, що відрізнялось від  $x$  на 7. Знайдіть число  $x$ .
518. Чотири агрофірми внесли гроші на будівництво греблі. Перша внесла 20% всієї суми; сума, внесена другою, відносилась до суми, внесеною третьою, як  $\frac{1}{2} : \frac{5}{12}$ . Гроші, внесені четвертою, становили  $\frac{7}{11}$  суми, внесеної другою і третьою разом. Друга внесла на 200 грн менше, ніж четверта. Скільки всього грошей внесли чотири агрофірми?
519. Товар коштував 60 грн. Його ціну знизили на деяку кількість відсотків, а потім ще на подвоєне число відсотків порівняно з першим разом. Після цього товар став коштувати 35 грн 70 коп. На скільки відсотків знижувалась ціна товару кожного разу?
520. Собівартість одиниці продукції дорівнювала 25000 крб. Після двох послідовних знижень на те саме число відсотків вона стала дорівнювати 20250 крб. На скільки відсотків знижувалась собівартість кожного разу?
521. Населення міста за два роки зросло з 20000 до 22050 чоловік. Визначте щорічний середній відсоток приросту населення цього міста.
522. Внаслідок реконструкції обладнання продуктивність праці робітника підвищувалась двічі протягом року на одне й те ж саме число відсотків. На скільки відсотків зростала продуктивність праці кожного разу, якщо за один і той же час робітник виготовляв спочатку продукції на 25 грн, а потім на 28 грн 09 коп?
523. Ціну товару підвищили на 25%, потім нову ціну підвищили на 10%, і, нарешті, після перерахунку підвищили ціну ще на 12%. На скільки відсотків підвищили початкову ціну товару?
524. Вартість книги знижували двічі на одне й те ж число відсотків, в результаті чого вона склала 64% від початкової. На скільки відсотків знижували вартість книги?

525. Однозначне число збільшили на 10. Якщо тепер одержане число збільшити на стільки ж відсотків, як і першого разу, то одержимо 72. Знайдіть початкове однозначне число.
526. Твір писали 108 учнів. Їм було роздано 480 аркушів паперу, причому кожна дівчина одержала на 1 аркуш менше, ніж юнак, а всі дівчата одержали стільки ж аркушів, скільки всі юнаки. Скільки аркушів одержав кожний юнак?
527. З посудини, що містить 60 л кислоти, відлито кілька літрів і долито стільки ж літрів води. Потім відлито таке ж саме число літрів суміші, скільки першого разу, та ще 20 л, після чого посудину знову долито водою. Кислоти в суміші стало на 10 л менше, ніж води. Скільки літрів кислоти було відлито першого разу?
528. Гроші внесено в банк під 10% щомісячного нарахування відсотка на відсоток. Через чотири місяці на рахунку було 4392300 грн. Який був початковий внесок у банк?
529. Вкладник на свої збереження через рік одержав 15 грн нарахування відсоткових грошей. Додавши ще 85 грн, він залишив гроші ще на рік, після цього вклад разом з відсотками становив 420 крб. Яка сума була покладена спочатку та який відсоток дає ощадна каса?
530. На ощадну книжку поклали 1200 грн. Через рік з книжки взяли 240 грн. Ще через рік на книжці виявилося 1071 грн. Скільки відсотків нараховує ощадна каса щороку?
531. Банк під певний відсоток прийняв деяку суму. Через рік чверть накопиченої суми була знята з рахунку. Банк збільшив відсоток річних на 40%. В кінці наступного року накопичена сума в 1,44 рази перевищила початковий вклад. Який новий відсоток річних?
532. Є два сплави з різними масовими частками свинцю. Маса одного з них в 2 рази більша за масу іншого. Від кожного сплаву відрізали по шматку масою в 4 кг, після чого кожен з них сплавив із залишком іншого шматка. В результаті масові частини свинцю в обох сплавах стали однаковими. Знайдіть початкову масу більшого шматка.
533. Сплав масою 6 кг містить мідь. Другий сплав масою 8 кг містить мідь у відсотковому відношенні, вдвоє меншому, ніж у першому сплаві. Від першого сплаву відділили деяку частину, а від другого відділили частину, за масою вдвоє більшу, ніж від першого. Кожну з цих частин сплавив з залишком другого сплаву, після чого одержали два нових сплави з однаковим відсотковим вмістом міді. Яка маса кожної з частин, відділених від сплавів початково?
534. Змішали 30% розчин соляної кислоти з 10% і дістали 300 г 15% розчину. Скільки грамів 10% розчину було взято?

535. Є 0,5%-й і 2%-й розчини оцтової кислоти. Скільки потрібно взяти першого і скільки другого розчину, щоб одержати 30 л 1,5%-го розчину?
536. Є руда, що має 6% і 11% міді. Скільки потрібно взяти першої і другої руди, щоб мати 20 т суміші, у якої 8% міді?
537. Маємо брухт сталі двох сортів із вмістом нікелю, що дорівнює 5% і 40%. Скільки потрібно взяти металу кожного із цих сортів, щоб дістати 140 т сталі з вмістом нікелю, що дорівнює 30%?
538. Є два сплави міді з сріблом. Один сплав містить 5% срібла, а другий 90% міді. Скільки кілограм кожного з цих сплавів потрібно взяти, щоб одержати сплав, що містить 92% міді, якщо в другому шматку міді на 4кг більше, ніж у першому?
539. Шматок сплаву міді і цинку масою 36 кг містить 45% міді. Яку масу міді треба додати до цього шматка, щоб одержаний новий сплав містив 60% міді?
540. Шматок сплаву свинця з оловом масою 24 кг містить 45% свинцю. Скільки чистого олова треба додати до цього шматка сплаву, щоб утворений новий сплав містив 40% свинцю?
541. Морська вода містить 5% солі. Скільки кілограмів прісної води треба додати до 40 кг морської, щоб вміст солі в останній становив 2%?
542. Зібрали 100 кг грибів; їх вологість була 99%. За день гриби трохи підсохли і їх вологість стала 98%. Скільки тепер важать гриби?
543. До просушування вологість грибів була 98%. Після просушування вона стала дорівнювати 20%. На скільки відсотків зменшилась маса грибів?
544. До просушування вологість зерна була 23%. Після просушування стала 12%. На скільки відсотків зменшилась маса зерна?
545. Після випаровування з розчину солі у воді 1 л води концентрація солі зросла на 0,05, а після доливання 39 л води концентрація солі стала у три рази менша початкової. Знайдіть початкову концентрацію солі у розчині.
546. Деяку кількість руди, що містить 72% заліза, змішали з деякою кількістю руди, що містить 58% заліза, після чого дістали руду, яка містить 62% заліза. Якщо взяти кожної руди на 15 кг більше, то дістанемо руду, яка містить 63,25% заліза. Знайдіть масу кожної з узятих для змішування руд.
547. Є два розчини солі у воді, перший 40%-ий, другий 60%-ний. Їх змішали, додали 5 кг води і одержали 20%-ний розчин. Якщо б замість 5 кг води додали 5 кг 80%-ного розчину, то одержали б 70%-ний розчин. Скільки було 40%-ного і 60%-ного розчинів?

548. Скільки чистого срібла потрібно додати до 400 г срібла 840 проби, щоб одержати срібло 875 проби?
549. Від двох шматків сплавів з різним вмістом міді, маса яких 15 кг і 10 кг, відрізали по шматку однакової маси. Кожний з відрізаних шматків сплавили з залишком іншого шматка. Після цього процентний вміст міді в обох сплавах став однаковим. Знайдіть масу кожного з відрізаних шматків.
550. На складі є два шматки срібла 840-ї проби і 600-ї проби. Потрібно виготовити 10 ложок по 40 г кожна 750-ї проби. По скільки грам срібла потрібно взяти від кожного шматка?
551. Є два сплави золота з сріблом. В одному сплаві кількості цих металів відносяться як 1 : 2, а в другому – 2 : 3. Скільки грамів кожного сплаву треба взяти, щоб одержати 19 г сплаву, у якому золото і срібло знаходяться у відношенні 7 : 12?
552. Сплавили чавун двох сортів з різним відсотковим вмістом хрому. Якщо чавуну одного сорту взяти в 5 разів більше, ніж другого, то відсотковий вміст хрому в сплаві вдвічі перевищить відсотковий вміст хрому в меншій із сплавлених частин. Якщо взяти однакову кількість чавуну обох сортів, то сплав вміщуватиме 8% хрому. Визначте відсотковий вміст хрому в кожному сорті чавуну.
553. Маємо два зливки сплаву цинку з міддю. Маса першого зливку 2 кг, другого – 3 кг. Їх сплавили разом з 5 кг сплаву цинку з міддю, в якому цинку було 45%, і одержали сплав цинку з міддю, в якому цинку стало 50%. Якщо б відсотковий вміст цинку в першому сплаві був таким, як відсотковий вміст цинку в другому, і навпаки, відсотковий вміст цинку в другому – таким, як він був у першому, то, сплавивши ці два зливки з 5кг сплаву, в якому вміст цинку 60%, ми б одержали сплав, в якому цинку міститься 55%. Який відсотковий вміст цинку в першому і другому зливках?
554. Сплав міді з сріблом містить міді на 2 кг більше, ніж срібла. Якщо до сплаву додати  $\frac{9}{16}$  тієї кількості срібла, яка міститься в ньому, то відсотковий вміст срібла в новому сплаві буде дорівнювати відсотковому вмісту міді в початковому сплаві. Знайдіть масу початкового сплаву.
- 555\*. Маємо три сплави. Перший сплав містить 30% нікелю і 70% міді, другий 10% міді і 90% марганцю, третій 15% нікелю, 25% міді і 60% марганцю. Із них потрібно приготувати новий сплав, який містить 40% марганцю. Який найменший і який найбільший вміст міді може бути в цьому новому сплаві?

## § 6. ПРОГРЕСІЇ І СУМИ. МЕТОДИ ПІДСУМОВУВАННЯ

---

### Питання для повторення

Формули загального члена та суми перших  $n$  членів арифметичної та геометричної прогресій, суми нескінченно спадної геометричної прогресій. Алгоритм перетворення періодичного десяткового дробу у звичайний.

**Приклад 6.1.** Три числа, сума яких дорівнює 21, а сума квадратів їх 155, утворюють арифметичну прогресію. Знайдіть ці числа.

*Розв'язання.* Позначимо шукані числа  $a_1$ ,  $a_1 + d$ ,  $a_1 + 2d$ . Тоді одержимо систему рівнянь 
$$\begin{cases} a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 21, \\ a_1^2 + (a_1 + d)^2 + (a_1 + 2d)^2 = 155. \end{cases}$$

Звідси: 
$$\begin{cases} a_1 + d = 7, \\ a_1^2 + (a_1 + 2d)^2 = 106; \end{cases} \quad \begin{cases} d = 7 - a_1, \\ a_1^2 + (14 - a_1)^2 = 106. \end{cases}$$

Розв'язками системи є: 
$$\begin{cases} a_1 = 5, \\ d = 2 \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} a_1 = 9, \\ d = -2. \end{cases}$$

Шукані числа: 5; 7; 9 або 9; 7; 5.

*Відповідь.* 5; 7; 9.

**Приклад 6.2.** Знайдіть чотири числа, які утворюють геометричну прогресію, в якій сума крайніх членів дорівнює 35, а сума середніх дорівнює 30.

*Розв'язання.* Позначимо шукані числа  $b_1$ ,  $b_2$ ,  $b_3$ ,  $b_4$ , причому вони утворюють геометричну прогресію. За умовою 
$$\begin{cases} b_1 + b_4 = 35, \\ b_2 + b_3 = 30. \end{cases}$$

Враховавши, що  $b_2 = b_1q$ ;  $b_3 = b_1q^2$ ;  $b_4 = b_1q^3$  ( $q \neq 0$ ), одержимо систему 
$$\begin{cases} b_1 + b_1q^3 = 35, \\ b_1q + b_1q^2 = 30. \end{cases}$$

Розв'язками системи є: 
$$\begin{cases} b_1 = 8, \\ q = \frac{3}{2} \end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases} b_1 = 27, \\ q = \frac{2}{3}. \end{cases}$$

Отже, одержимо числа: 8; 12; 18; 27 або 27; 18; 12; 8.

*Відповідь.* 8; 12; 18; 27.

## Завдання для самостійного розв'язування

556. Сума першого і п'ятого членів арифметичної прогресії дорівнює  $\frac{5}{3}$ , а добуток третього і четвертого дорівнює  $\frac{65}{72}$ . Знайдіть суму 17 перших членів прогресії.
557. Сума трьох чисел, що утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 111. Друге більше, ніж перше, у 5 разів. Знайдіть перше число.
558. Перший член арифметичної прогресії дорівнює 429, а різниця її дорівнює  $-22$ . Скільки треба взяти членів цієї прогресії, щоб їх сума дорівнювала 3069?
559. Обчисліть суму всіх тризначних додатних чисел, кратних 3.
560. Обчисліть суму всіх тризначних додатних чисел, кратних 5.
561. Знайдіть суму всіх двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на 5 дають остачу 2.
562. В інструкції з медичного застосування настою лікарської рослини зазначено, що його рекомендовано приймати щоденно упродовж 20 діб. Протягом першої доби пацієнт має випити 360 *мл* настою, а кожної наступної доби – на одну й ту саму кількість настою менше, ніж попередньої. Останньої доби прийом має становити 75 *мл* цього лікарського засобу. Яку кількість настою (у *мл*) вип'є пацієнт за ці 20 діб, якщо дотримуватиметься інструкції?
563. Сума трьох чисел, які утворюють арифметичну прогресію, дорівнює 2, а сума їх квадратів дорівнює  $\frac{14}{9}$ . Знайдіть ці числа.
564. В арифметичній прогресії  $a_9 = 19$ . Знайдіть суму перших 17 членів прогресії.
565. Третій член арифметичної прогресії становить 40% від сьомого члена цієї прогресії, а їх добуток дорівнює 160. Знайдіть другий член прогресії.
566. Перший член арифметичної прогресії дорівнює 15, а різниця дорівнює 4. Чи належить до членів цієї прогресії число 10091?
567. В арифметичній прогресії третій член дорівнює 35, а п'ятий член дорівнює 55. На яке число треба поділити суму п'яти членів цієї прогресії, щоб в частці одержати число, менше дільника на 7 одиниць, а остача від ділення дорівнювала б половині частки?
568. При діленні дев'ятого члена арифметичної прогресії на другий її член в частці одержали 5, а при діленні тринадцятого члена цієї прогресії на її шостий член в частці одержали 2 і в остачі 5. Знайдіть суму 20 членів прогресії.
569. Розв'яжіть рівняння  
 $(x^2 + x + 1) + (x^2 + 2x + 3) + (x^2 + 3x + 5) + \dots + (x^2 + 20x + 39) = 4500$ .

570. Чи є числа  $\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}$  членами арифметичної прогресії (не обов'язково сусідніми)?
571. Подайте у вигляді звичайного дробу числа: а)  $0,(13)$ ; б)  $0,2(34)$ ; в)  $7,23(8)$ ; г)  $23,65(21)$ .
- 572\*. Знайдіть тризначне число, цифри якого утворюють арифметичну прогресію і яке ділиться на 45.
573. Знайдіть геометричну прогресію, якщо  $b_3 - b_1 = 16$ , а  $b_5 - b_3 = 144$ .
574. Відсотки вмісту (за масою) спирту в трьох розчинах утворюють геометричну прогресію. Якщо змішати перший, другий і третій розчини в масовому співвідношенні 2:3:4, то утвориться розчин, що містить 32% спирту. Якщо ж змішати їх у масовому співвідношенні 3:2:1, то утвориться розчин, що містить 22% спирту. Скільки відсотків спирту містить кожен розчин?
575. Знайдіть найбільше з чотирьох чисел, що утворюють геометричну прогресію, якщо сума першого і третього дорівнює 35, а сума другого та четвертого – 70.
576. У зростаючій геометричній прогресії сума першого і останнього членів дорівнює 66, а добуток другого і передостаннього членів дорівнює 128. Знайдіть перший член.
577. Між числами 6 і 1458 розмістити чотири середніх геометричних. Знайдіть ці числа.
578. Знайдіть чотири числа, які утворюють геометричну прогресію, в якій третій член більший першого на 9, а другий більший четвертого на 18.
579. Знайдіть число членів скінченної геометричної прогресії, в якій перший, другий і останній члени дорівнюють відповідно 3; 12; 3072.
580. Знайдіть перший і п'ятий члени геометричної прогресії, якщо відомо, що її знаменник дорівнює 3, а сума перших шести членів дорівнює 1820.
581. Скільки членів геометричної прогресії потрібно додати, щоб одержати суму 3069, якщо  $b_1 + b_5 = 51$ ,  $b_2 + b_6 = 102$ ?
582. Знайдіть третій член нескінченно спадної геометричної прогресії, сума якої дорівнює  $\frac{8}{5}$ , а другий член дорівнює  $-\frac{1}{2}$ .
583. Сума членів нескінченно спадної геометричної прогресії дорівнює 18, а сума чотирьох перших її членів дорівнює  $16\frac{7}{8}$ . Знайдіть перший член цієї прогресії.
584. Сума членів нескінченно спадної геометричної прогресії дорівнює 9, а сума квадратів її членів дорівнює 40,5. Запишіть цю прогресію.
585. Знайдіть знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, в якій перший член в 4 рази більший суми всіх її наступних членів.



586. Дано два перших члени нескінченно спадної геометричної прогресії: 3 і  $\frac{2}{\sqrt{3}+1}$ . Знайдіть суму цієї прогресії.
587. Розв'яжіть рівняння  $2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}$ , де  $|x| < 1$ .
588. Розв'яжіть рівняння  $\frac{1}{x} + x + x^2 + x^3 + x^4 + \dots = \frac{7}{2}$ , якщо  $|x| < 1$ .
589. Відношення двох чисел дорівнює 5:6. Якщо від 0,7 першого числа відняти 0,2(6) другого числа, то одержимо 76. Знайдіть ці числа.
590. Сума перших трьох членів арифметичної прогресії дорівнює 15. Якщо до них додати 1, 4 та 19, то дістанемо три перших члени геометричної прогресії. Знайдіть ці числа.
591. Сума трьох чисел, які утворюють геометричну прогресію, дорівнює 65. Якщо ці числа зменшити відповідно на 1, 8, 35, то одержимо арифметичну прогресію. Знайдіть ці числа.
592. Чотири числа утворюють геометричну прогресію. Якщо друге число збільшити на 4, а третє на 5, а решту чисел залишити без зміни, то одержимо арифметичну прогресію. Знайдіть п'ятий член геометричної прогресії.
593. Знайдіть чотири числа, перші три з яких утворюють геометричну прогресію, а останні три – арифметичну. Сума крайніх чисел дорівнює 21, а сума середніх дорівнює 18.
594. Знайдіть тризначне число, цифри якого утворюють геометричну прогресію. Якщо від цього числа відняти 792, дістанемо число, записане тими самими цифрами, але в зворотному порядку. Якщо від цифри, що виражає число сотень, відняти 4, а решту цифр шуканого числа залишити без зміни, то дістанемо число, цифри якого утворюють арифметичну прогресію.
595. Три числа утворюють геометричну прогресію. Якщо від третього числа відняти 4, то числа утворять арифметичну прогресію. Якщо ж від другого і третього членів одержаної арифметичної прогресії відняти по 1, то знову одержимо геометричну прогресію. Знайдіть ці числа.
596. Вартість виготовлення листівок в одній типографії така: за першу партію 100 грн, кожна наступна на 4% дешевша попередньої. У другій типографії перша партія коштує 100 грн, а кожна наступна має знижку 10%. У якій типографії більш вигідно розмістити замовлення на три партії?
597. Обчисліть суму перших 100 натуральних чисел.
598. Обчисліть  $S = 11 + 21 + 31 + \dots + 1001$ .
599. Обчисліть суму перших  $n$  натуральних чисел.

Обчисліть суму (№№ 600-609):

$$600. \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}.$$

$$601. \frac{1}{3 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 101}.$$

$$602. \frac{1}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{1}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{1}{3 \cdot 4 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99 \cdot 100}.$$

$$603. \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)}.$$

$$604. \frac{1}{1 \cdot 4} + \frac{1}{4 \cdot 7} + \dots + \frac{1}{(3n-2)(3n+1)}.$$

$$605. \frac{1}{1 \cdot 5} + \frac{1}{5 \cdot 9} + \dots + \frac{1}{(4n-3)(4n+1)}.$$

$$606. \frac{1}{1 \cdot 6} + \frac{1}{6 \cdot 11} + \dots + \frac{1}{(5n-4)(5n+1)}.$$

$$607. 1 + 11 + 111 + 1111 + \dots + \underbrace{111\dots1}_{n \text{ разів}}.$$

$$608. 6 + 66 + 666 + 6666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ разів}}.$$

$$609. 7 + 77 + 777 + 7777 + \dots + \underbrace{777\dots7}_{n \text{ разів}}.$$

$$610. \text{ Доведіть } \sqrt[2n]{\underbrace{11\dots1}_{2n \text{ разів}} - \underbrace{22\dots2}_{n \text{ разів}}} = \underbrace{33\dots3}_{n \text{ разів}}.$$

611. Обчисліть суму квадратів перших  $n$  натуральних чисел.

612. Обчисліть суму кубів перших  $n$  натуральних чисел.

613. Обчисліть суму четвертих степенів перших  $n$  натуральних чисел.

614. Знайдіть суму  $1 + 6 + 15 + \dots + n(2n-1)$ .

$$615. \text{ Доведіть } 1 + 3 + 6 + 10 + 15 + \dots + \frac{n(n+1)}{2} = \frac{n(n+1)(n+2)}{6}.$$

Знайдіть суму (№№ 616-624):

$$616. 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + 98 \cdot 99 \cdot 100.$$

$$617. 1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + 3 \cdot 4 \cdot 5 + \dots + n(n+1)(n+2).$$

$$618. \left(2 + \frac{1}{2}\right)^2 + \left(4 + \frac{1}{4}\right)^2 + \dots + \left(2^n + \frac{1}{2^n}\right)^2.$$

$$619. 1^3 + 3^3 + 5^3 + \dots + (2n-1)^3.$$

$$620. 1 + 3^2 + 5^2 + \dots + (2n-1)^2 + \dots + 199^2 - (2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + (2n)^2 + \dots + 200^2).$$

$$621. 3 + 3 \cdot 2 + 3 \cdot 2^2 + 3 \cdot 2^3 + \dots + 3 \cdot 2^{100}.$$

$$622. x^3 + x^5 + x^7 + \dots + x^{49}, \quad x \neq \pm 1.$$

$$623^*. x + 4x^3 + 7x^5 + \dots + (3n-2)x^{2n-1}.$$

$$624^*. 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots + (n+1)x^n, \quad x \neq 1.$$

## § 7. ФУНКЦІЇ ТА ЇХ ГРАФІКИ

---

### Питання для повторення

Функція, її властивості і графік.

Область визначення, область значень функції, нулі функції, монотонність функції. Геометричні перетворення графіків функцій.

Лінійна, квадратична функції, пряма та обернена пропорційність. Їх властивості та графіки. Побудова графіків елементарних функцій за допомогою геометричних перетворень.

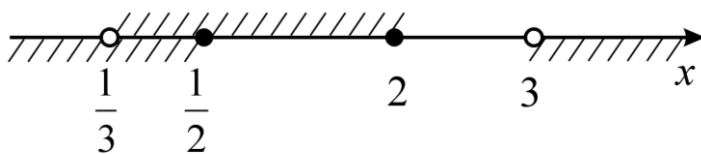
**Приклад 7.1.** Знайдіть область визначення функції

$$y = \sqrt{\frac{x-2}{1-3x}} + \sqrt{\frac{2x-1}{x-3}}.$$

$$\text{Розв'язання. } D(y): \begin{cases} \frac{x-2}{1-3x} \geq 0, \\ \frac{2x-1}{x-3} \geq 0. \end{cases}$$

Знайдемо розв'язки системи нерівностей:

$$\begin{cases} (x-2) \left(x - \frac{1}{3}\right) \leq 0, \\ x \neq \frac{1}{3}, \\ \left(x - \frac{1}{2}\right)(x-3) \geq 0, \\ x \neq 3. \end{cases}$$



$$\text{Отже, } D(y) = \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right].$$

$$\text{Відповідь. } \left(\frac{1}{3}; \frac{1}{2}\right].$$

**Приклад 7.2.** Знайдіть квадратичну функцію  $y = ax^2 + bx + c$ , якщо при  $x = \frac{3}{2}$  вона набуває найбільшого значення, що дорівнює  $\frac{1}{2}$ , а при  $x = 1$  перетворюється в 0.

*Розв'язання.* Найбільшого значення квадратична функція набуває за умови  $a < 0$  у точці з абсцисою  $x_0 = -\frac{b}{2a}$ , отже,  $-\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}$ , тоді  $y_{\max} = \frac{1}{2}$ . Одержимо рівняння  $\frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{2}$ . Якщо  $x = 1$ , то  $a + b + c = 0$ .

Маємо систему рівнянь

$$\begin{cases} -\frac{b}{2a} = \frac{3}{2}, \\ \frac{9}{4}a + \frac{3}{2}b + c = \frac{1}{2}, \\ a + b + c = 0, \end{cases} \quad \text{звідки} \quad \begin{cases} b = -3a, \\ c = 2a, \\ \frac{9}{4}a - \frac{9}{2}a + 2a = \frac{1}{2}; \end{cases} \quad \begin{cases} a = -2, \\ b = 6, \\ c = -4. \end{cases}$$

Отже,  $y = -2x^2 + 6x - 4$ .

*Відповідь.*  $y = -2x^2 + 6x - 4$ .

### Завдання для самостійного розв'язування

Знайдіть область визначення функції (№№ 625-632):

$$\begin{array}{ll} 625. y = x^2 - 5x + 4. & 626. y = \frac{x^3 + 2}{x^2 + 9}. \\ 627. y = \frac{2x - 1}{x^2 - 5x + 6}. & 628. y = \frac{\sqrt{2x - 3}}{\sqrt{12 - 3x}}. \\ 629. y = \frac{24}{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}. & 630. y = \sqrt{\frac{x - 5}{2x + 3}}. \\ 631. y = \frac{\sqrt{x^2 - x - 42}}{x - 11}. & 632. y = \frac{1}{|x| - 1} + \frac{1}{x}. \end{array}$$

Знайдіть область значення функції (№№ 633-636):

$$\begin{array}{ll} 633. y = x^2 + 1. & 634. y = |x + 2| - 3. \\ 635. y = \sqrt{5 - x} + \sqrt{x - 5} + 2. & 636. y = x^2 - 2x - 3. \end{array}$$

Знайдіть нулі функції (№№ 637-639):

637.  $y = 3x - 5$ .                      638.  $y = 7x^2 - x - 6$ .                      639.  $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{x + 4}$ .

640. Функція  $y = f(x)$  є зростаючою на  $R$ . Порівняйте:

а)  $f(5)$  і  $f(-3,2)$ ; б)  $f(-10)$  і  $f(-7)$ .

641. Функція  $y = f(x)$  є спадною на проміжку  $(-\infty; 5]$ . Порівняйте:

а)  $f(-7)$  і  $f(2)$ ; б)  $f(0)$  і  $f(4,9)$ .

642. Зростаючою чи спадною є функція  $y = f(x)$ , визначена на  $R$ , якщо:

а)  $f(-5) > f(-2)$ ; б)  $f(3) > f(1)$ ?

643. Не виконуючи побудови графіка функції, знайдіть точки його перетину з осями координат:

а)  $f(x) = x^2 - 7x + 10$ ; б)  $f(x) = \frac{x - 5}{3x + 2}$ .

644. Доведіть, що функція  $f(x) = 2x^2 - 5x + 2$  спадає на проміжку  $\left(-\infty; \frac{5}{4}\right]$ .

Побудуйте графік функції (№№ 645-709):

645.  $y = -x^2 + 2x + 3$ .

646.  $y = 3x^2 - 10x + 3$ .

647.  $y = x^2 - 2x - 8$ .

648.  $y = x^2 + 1$ .

649.  $y = \frac{1}{x} - 1$ .

650.  $y = \sqrt{x} + 3$ .

651.  $y = |x| - 2$ .

652.  $y = (x - 2)^2$ .

653.  $y = (x + 3)^3$ .

654.  $y = \frac{1}{x - 1}$ .

655.  $y = \sqrt{x - 2}$ .

656.  $y = \sqrt{(3 - x)^2}$ .

657.  $y = |x + 1|$ .

658.  $y = \sqrt{4 - x}$ .

659.  $y = \sqrt{1 - x}$ .

660.  $y = |3x + 3|$ .

661.  $y = (2x)^2 - 1$ .

662.  $y = \sqrt{3x}$ .

663.  $y = \frac{2}{x + 1}$ .

664.  $y = \frac{1}{2}x^2 + 2$ .

665.  $y = -\sqrt{x} - 2$ .

666.  $y = 3 - |x + 1|$ .

667.  $y = \frac{x + 1}{x - 2}$ .

668.  $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ .

669.  $y = \frac{x + 3}{x - 1}$ .

670.  $y = |x^2 - 4x + 3|$ .

671.  $y = |x^2 + 2x - 8|.$

673.  $y = x^2 + 9|x| + 8.$

675.  $y = |x^2 - 5|x| - 6|.$

677.  $y = \left| \frac{x-1}{x-2} \right|.$

679.  $y = \frac{x^2 - 3x}{|x-3|}.$

681.  $y = \frac{x+5}{|x+5|} (x^2 - 4x + 3).$

683.  $y = \frac{|x-1|}{x-1} \cdot x^3.$

685.  $y = |x+1| - |x|.$

687.  $y = |x| - x.$

689.  $y = x + |x|$

691.  $y = \sqrt{2-|x|} + 3.$

693.  $y = 1 - \sqrt{x^2 - 4x + 4}.$

695.  $y = \frac{-x(2+x^2)}{|x|}.$

697.  $y = \frac{x^2 - 4}{|x^2 - 4|}.$

699.  $y = \frac{x^2 + x|x|}{2}.$

701.  $y = \frac{x^2 - 4}{|x| - 2}.$

703.  $y = ||x-2| - 1|.$

705.  $y = \sqrt{x^2 - 4} + \sqrt{2-x} + \sqrt{x-2}.$

706.  $y = \max\{x-2; 6-x-x^2\}.$

707.  $y = \min\{x^2 + 2|x| - 3; x^2 - 2x - 8\}.$

672.  $y = x^2 - 5|x| - 6.$

674.  $y = x^2 - 3|x| + 2.$

676.  $y = |x^2 - 3|x| + 2|.$

678.  $y = \left| \frac{x-1}{x} \right|.$

680.  $y = |x+1| + |x+2|.$

682.  $y = |3-x| - |x+1|.$

684.  $y = |x| + |x-1|.$

686.  $y = |x| \cdot x.$

688.  $y = \frac{x}{|x|}.$

690.  $y = |x-1| \cdot |x-2|.$

692.  $y = 1 - \sqrt{x^2 + 2x + 1}.$

694.  $y = \frac{x^2 + x - 2}{|x-1|}.$

696.  $y = \frac{x^2 + x}{\sqrt{x^2 + 2x + 1}}.$

698.  $y = \frac{|1-x^4|}{1-x^2}.$

700.  $y = \frac{x|x-1|}{|x|}.$

702.  $y = ||x-1| - 2|.$

704.  $y = |||x-1| - 2|.$

$$708. y = \frac{x^2 \sqrt{x-1} - \sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}}.$$

$$709. y = \frac{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x} + 1} - \sqrt{\frac{1+x^2}{2x} - 1}}{\sqrt{\frac{1+x^2}{2x} + 1} + \sqrt{\frac{1+x^2}{2x} - 1}}.$$

710. Встановіть графічно, скільки коренів має рівняння

$$|x^2 - 2x - 3| = |x|.$$

711. Знайдіть всі значення параметра  $a$ , при кожному з яких рівняння  $|x+2| + |x-3| = a$  має безліч розв'язків.

712. Знайдіть всі значення параметра  $a$ , при кожному з яких рівняння  $|x^2 - 5x + 6| = a$  має два корені.

Побудуйте графік рівняння (№№ 713-723):

$$713. x = 5.$$

$$714. x^2 + xy = 0.$$

$$715. y^2 + x^2 + 4x + 4 = 0.$$

$$716. x^2 + 2x + y^2 = 0.$$

$$717. y = \sqrt{4 - x^2}.$$

$$718. |y| = x + 1.$$

$$719. |y| = x^2 - 5x + 6.$$

$$720. |y| + x^2 - 3x + 2 = 0.$$

$$721. |y| = |x^2 - 4x - 5|.$$

$$722. |x| + |y| = 2.$$

$$723. \frac{|y|}{y} = |x| \cdot x.$$

724. Знайдіть найбільше значення параметра  $a$ , при якому система рівнянь  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ y + x^2 = a \end{cases}$  має рівно три розв'язки.

725. Знайдіть найбільше значення параметра  $a$ , при якому система рівнянь  $\begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ x^2 + (y - a)^2 = 4 \end{cases}$  має один розв'язок.

Зобразіть на координатній площині область розв'язків нерівності (№№ 726-736):

$$726. y \geq -\frac{1}{2}x + \frac{3}{4}.$$

$$727. y + x \leq 5.$$

$$728. 2 - 3y \leq 4x.$$

$$729. x^2 + y^2 \geq 4.$$

730.  $y \geq -x^2 + 3x.$

732.  $y \geq |x|.$

734.  $x^2 + 8x + y^2 - 4y > 16.$

736.  $\|x| + |y| - 3| < 2.$

731.  $y < x^2 + 2.$

733.  $x^2 + y^2 - 6x + 4y - 23 \leq 0.$

735.  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 6 < 0.$

Зобразить на координатній площині область розв'язків системи нерівностей (№№ 737-750):

737. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4 \leq 0, \\ y - x \geq 0. \end{cases}$$

739. 
$$\begin{cases} y > x^2 - 4, \\ y < 9 - x^2. \end{cases}$$

741. 
$$\begin{cases} y \geq x^2 + 4x + 4, \\ (x + 2)^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$$

743. 
$$\begin{cases} |x| + |y| \leq 3, \\ x^2 + (y - 2)^2 \leq 4. \end{cases}$$

745. 
$$\begin{cases} 2y + x \geq 0, \\ y + 2x \leq 0, \\ x + y \leq 1. \end{cases}$$

747. 
$$\begin{cases} x + y > 0, \\ 0 < x - y < 1, \\ x + y \leq x - y. \end{cases}$$

749. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 25, \\ xy \geq 2, \\ y - x \leq 5. \end{cases}$$

738. 
$$\begin{cases} y + 3 \geq x^2 + 2x, \\ x + y \leq 3; \end{cases}$$

740. 
$$\begin{cases} y \leq x^2 - 4x + 4, \\ (x - 2)^2 + y^2 \leq 1. \end{cases}$$

742. 
$$\begin{cases} y + |x - 1| < 0, \\ y > x^2 - 2x - 1. \end{cases}$$

744. 
$$\begin{cases} y - x \leq 2, \\ 3y + 2x \geq 1, \\ y + 4x < 7. \end{cases}$$

746. 
$$\begin{cases} y - \sqrt{x} \leq 0, \\ y - x^2 \geq 0, \\ 0 < x^2 + y^2 < 1. \end{cases}$$

748. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1, \\ x + y \leq 0, \\ y \leq 0; \end{cases}$$

750. 
$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 9, \\ y - |x| + 3 \geq 0, \\ |x| \leq 1. \end{cases}$$



- § 1. 1.  $3ab(2a-3)(2x^2-3y^2)$ . 2.  $(5x-2)(2x-xy-y^2)$ . 3.  $x^n(x^m-1)$ .  
 4.  $(m-n)(x^2+x-1)$ . 5.  $(1-2ab)(a^2+b^2)$ . 6.  $(a-1)(a+2)(a+6)$ .  
 7.  $(x+1)(x^2+1)(x^4+1)$ . 8.  $(a-1)^2(a+1)^2(a^2+a+1)^2(a^2-a+1)^2$ .  
 9.  $a(a-1)(a-2)(a-3)(a+1)(a+2)(a+3)$ . 10.  $2(x^2+y^2+xy)^2$ . 11.  $3(a+b) \times$   
 $\times (a+c)(b+c)$ . 12.  $(a-5)(a-3)(a+1)$ . 13.  $(x^2-2x+2)(x^2+2x+2)$ .  
 14.  $(a^2-6a+13)(a^2+6a+13)$ . 15.  $(a+1)(a^2-a+1)(a^2+a+1)$ .  
 16.  $2(x^2+y^2-xy)^2$ . 17.  $(2a-b)(2a-5b)$ . 18.  $a(a+1)(a^2+a+7)$ .  
 19.  $(a^2+3a+1)^2$ . 20.  $(a+b)^2(a^2-4ab-b^2)$ . 21.  $(x^2+3x+8)(x^2+2x+8)$ .  
 22.  $(a+b)(b+c)(c-a)$ . 23.  $(b-a)(b-c)(a-c)(ab+bc+ac)$ . 24.  $(x^2+x+1) \times$   
 $\times (x^2+x+2)$ . 25.  $(a+2)(a+6)(a^2+8a+10)$ . 26.  $(3a^2+2a+1)(3a^2+4a-1)$ .  
 27.  $3(a-b)(b-c)(c-a)$ . 28.  $(x^2+2x+2)(x^2-2x+3)$ . 31. 1. 32.  $2x$ .  
 33.  $\frac{(a+b+c)^2}{2bc}$ . 34.  $\frac{5}{4(a-3)}$ . 35.  $\frac{1}{a+c}$ . 36. -1. 37. 1. 38. 0.  
 39.  $\frac{1}{2}(a+b+c)$ . 40.  $a+b+c$ . 41.  $\frac{2x(y-2x)}{2x+y}$ . 42.  $\frac{a-2b}{2ab}$ . 43. 1. 44.  $a-b$ .  
 45. 1. 46.  $\frac{32}{1-x^{32}}$ . 47.  $\frac{5}{x^2+5x}$ . 48.  $1+2x$ .

- § 2. 68. Ні. 70. Так. 78. 1. 85. 3. 91. 42. 92. 140. 93. 4 рази.  
 94. 301 яблуко. 95. 0,7 кг. 96. 120 т. 97. 65%. 100.  $a=37$ ;  $b=-12$ .  
 104.  $\frac{\sqrt{6}(\sqrt{2}+\sqrt{3}+\sqrt{5})}{12}$ . 105.  $-\frac{(4+3\sqrt{2})(5+3\sqrt{3})}{2}$ . 106.  $\frac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}-\sqrt{30}}{2}$ .  
 107.  $\frac{\sqrt{2}(1+\sqrt{2}-\sqrt{3})}{4}$ . 108.  $1+\sqrt{2}$ . 109.  $\frac{1}{2}$ . 110. 0. 111. 44. 112.  $\sqrt{2}$ .  
 113.  $2\sqrt{7}-3$ . 114. 9. 115. 4. 116. 1. 117. 6. 118. 4. 119. 2. 120. 1.

**§ 3.** 121.  $-\sqrt{a(a-4)}$ . 122.  $\sqrt{\frac{5-b}{5+b}}$ . 123.  $\sqrt{2x}$ , якщо  $x > 0$ ;  $-\sqrt{2x}$ ,  
 якщо  $x < 0$ . 124.  $\sqrt{x^2-1}$ , якщо  $x \leq -1$ ;  $-\sqrt{x^2-1}$ , якщо  $x > 1$ .  
 125.  $\sqrt{3(x-2)^2}$ , якщо  $2 \leq x \leq 3$ ;  $-\sqrt{3(x-2)^2}$ , якщо  $1 \leq x < 2$ . 126.  $a-5$ .  
 127.  $(1-b)\sqrt{b}$ . 128.  $-\sqrt{ab}$ . 129.  $\frac{1}{\sqrt{a}}$ . 130.  $\frac{\sqrt{m}-1}{2}$ . 131. 3. 132.  $\sqrt{x} + \sqrt{y}$ .  
 133.  $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{(\sqrt{a}+3\sqrt{b})^3}$ . 134.  $\sqrt{1-x^2}$ . 135. 2. 136. 3. 137.  $4a$ . 138.  $\sqrt{ab}$ .  
 139.  $\frac{a+x}{\sqrt{ax}}$ . 140. 1. 141. 1. 142. 5. 143.  $x^2-2x-3$ , якщо  $x < 0$ ;  $-x^2-3$ ,  
 якщо  $x \geq 0$ . 144. 0, якщо  $x < 0$ ;  $2x(x-3)$ , якщо  $x \geq 0$ . 145.  $-(x+5)$ , якщо  
 $x < 5$ ;  $x+5$ , якщо  $x > 5$ . 146.  $-(x+6)$ , якщо  $x < 6$ ;  $x+6$ , якщо  $x > 6$ .  
 147.  $\frac{1}{a+1}$ , якщо  $a < 2, a \neq -3$ ;  $\frac{1}{a+3}$ , якщо  $a > 2$ . 148.  $\frac{2-x}{x+2}$ , якщо  $x < 0$ ,  
 $x \neq -3$ ; 1, якщо  $x \geq 0, x \neq 2, x \neq 3$ . 149.  $2x-3$ , якщо  $x < 4$ ;  $4x-11$ , якщо  
 $4 \leq x < 6$ ;  $2x+1$ , якщо  $x \geq 6$ . 150.  $-\frac{x+5}{x+2}$ , якщо  $x < 0$ ;  $-\frac{x-5}{x-2}$ , якщо  
 $0 \leq x < 2$ ;  $\frac{x-5}{x-2}$ , якщо  $x > 2$ . 151.  $-\frac{1}{x+7}$ , якщо  $x < 0$ ;  $-\frac{x-2}{(x-7)(x+2)}$ ,  
 якщо  $0 \leq x < 2$ ;  $\frac{x-2}{(x-7)(x+2)}$ , якщо  $x \geq 2$ . 152. 1, якщо  $x < -5$ ; 3, якщо  
 $-5 < x < 0$ ; 1, якщо  $x > 0$ . 153.  $-\frac{x+1}{x}$ , якщо  $x < -1$ ;  $-\frac{x+1}{x-2}$ , якщо  
 $-1 \leq x < 0$ ;  $\frac{x+1}{x-2}$ , якщо  $x > 0$ . 154.  $2x+6$ , якщо  $x < -3$ ; 0, якщо  
 $-3 \leq x < 8$ ;  $2x-16$ , якщо  $x \geq 8$ . 155.  $8-2x$ , якщо  $x < 3$ ; 2, якщо  $3 \leq x < 5$ ;  
 $2x-8$ , якщо  $x \geq 5$ . 156. 8, якщо  $x < -4$ ;  $-2x$ , якщо  $-4 \leq x < 4$ ;  $-8$ , якщо  
 $x \geq 4$ . 157.  $\frac{x-1}{x^3+1}$ , якщо  $x < 0$ ;  $-\frac{1}{x^2+x+1}$ , якщо  $0 \leq x < 1$ ;  $\frac{1}{x^2+x+1}$ ,  
 якщо  $x > 1$ . 158.  $-\sqrt{x}$ , якщо  $0 < x < 2$ ;  $\sqrt{x}$ , якщо  $x > 2$ . 159.  $\frac{x+1}{1-x}$ , якщо  
 $x < -1$ ;  $\frac{x+1}{x-1}$ , якщо  $-1 \leq x < 0$ ;  $\frac{x-1}{x+1}$ , якщо  $x \geq 0$ . 160.  $-2$ , якщо  $a < 0$ ; 2,  
 якщо  $a > 0$ . 161.  $\frac{2-x}{2}$ , якщо  $x < -2$ ;  $-\frac{x^2+2x+8}{2x}$ , якщо  $-2 \leq x < 0$ ;

$$\frac{x^2+2x+8}{2x}, \text{ якщо } x > 0. \quad \mathbf{162.} \frac{-x^2+x+1}{x+1}, \text{ якщо } x < -1 \text{ або } 0 < x < 1;$$

$$\frac{-x^2-x+1}{x+1}, \text{ якщо } -1 < x < 0; \quad \frac{x^2+x-1}{x+1}, \text{ якщо } x \geq 1. \quad \mathbf{163.} \frac{5}{2\sqrt{x}}, \text{ якщо } 0 < x < 4; \quad \frac{2x-3}{2\sqrt{x}}, \text{ якщо } x \geq 4.$$

- § 4.** **164.**  $-3; 0$ . **165.**  $0; 1,5$ . **166.**  $\pm 2$ . **167.**  $\pm 10$ . **168.**  $\pm \sqrt{3}$ .
- 169.** Розв'язків немає. **170.**  $0; 1$ . **171.**  $\frac{1}{5}; 2$ . **172.**  $\frac{1 \pm \sqrt{41}}{4}$ . **173.**  $-10; 8$ . **174.**  $-1; 23$ . **175.**  $\frac{1}{9}$ . **176.** Розв'язків немає. **177.**  $\frac{1}{5}; 3$ . **178.**  $-1; 2\frac{7}{15}$ . **179.**  $5 \pm 5\sqrt{2}$ .
- 180.**  $2; 5$ . **181.**  $0; 6$ . **182.**  $-1\frac{3}{4}; 0$ . **183.**  $3; 8$ . **184.**  $\frac{1}{3}; \frac{3}{2}$ . **185.** а) Якщо  $a = 2$ , то  $x \in R$ ; якщо  $a \neq 2$ , то  $x = a + 2$ ; б) Якщо  $a = 0$ , то  $x \in \emptyset$ ; якщо  $a = 1$ , то  $x \in R$ ; якщо  $\begin{cases} a \neq 0, \\ a \neq 1, \end{cases}$  то  $x = \frac{2}{a}$ ; в) Якщо  $a = -1$ , то  $x = 1$ ; якщо  $a = 1$ , то  $x \in R$ ; якщо  $\begin{cases} a \neq -1, \\ a \neq 1, \end{cases}$  то  $\begin{cases} x = 1, \\ x = -\frac{a-1}{a+1}. \end{cases}$  **186.**  $\left[-1; -\frac{3}{4}\right]$ . **187.**  $-\frac{6}{19}; 6$ . **188.**  $-2$ .
- 189.**  $[2; 4)$ . **190.** а)  $8$ ; б)  $15$ ; в)  $464$ . **191.**  $-45$ . **192.**  $\frac{5}{4}$ . **193.** а)  $p^2 - 2a$ ; б)  $-p^3 + 3pq$ ; в)  $\frac{p^2 - 2q}{q^2}$ ; г)  $\sqrt{p^2 - 4q}$ . **194.**  $-44,625$ .
- 195.**  $y^2 + (p - q)y - pq = 0$ . **196.**  $-2$ . **197.**  $x^2 - 2x - 1 = 0$ . **198.**  $x^2 + 2x - 1 = 0$ .
- 199.**  $\pm \frac{1}{\sqrt{2}}; \pm 2$ . **200.**  $0; \pm \sqrt{7}$ . **201.**  $\pm \sqrt{3}$ . **202.**  $\pm 1$ . **203.**  $\pm 2; \pm \sqrt{17}$ .
- 204.**  $\pm 1; \pm 2\sqrt{2}$ . **205.**  $\frac{-7 \pm \sqrt{313}}{4}$ . **206.**  $2$ . **207.**  $2$ . **208.**  $\frac{1 \pm \sqrt{73}}{4}$ . **209.**  $1,4; 3$ .
- 210.**  $3$ . **211.**  $-2$ . **212.**  $-1$ . **213.**  $1,5$ . **214.** Розв'язків немає. **215.**  $-0,2$ .
- 216.**  $-1; 6; \frac{5 \pm \sqrt{17}}{2}$ . **217.** Розв'язків немає. **218.**  $-1; 1,5; \frac{1 \pm \sqrt{33}}{4}$ . **219.**  $-1$ .
- 220.**  $\pm 1; 2; 4$ . **221.**  $\pm \sqrt{5}; 1 \pm \sqrt{6}$ . **222.**  $-3; -1; 2; 6$ . **223.**  $-2; -\frac{2}{3}; -\frac{1}{3}; 1$ .
- 224.**  $1; 3$ . **225.**  $1; -\frac{3}{7}; \frac{-7 \pm \sqrt{7}}{7}$ . **226.**  $\frac{-3 \pm \sqrt{15}}{6}; \frac{-4 \pm \sqrt{19}}{3}$ . **227.**  $-2; \frac{14}{3}$ .

- $1 \pm \sqrt{15}$ .    **228.**  $(-2; 3)$ .    **229.**  $(3; 1)$ .    **230.**  $(1; -1)$ .    **231.**  $(1,6; 2,6)$ .  
**232.**  $\left(x; \frac{5-3x}{2}\right)$ , де  $x$  – будь-яке дійсне число. **233.** Розв'язків немає.  
**234.** Розв'язків немає. **235.**  $(6; 2), \left(-\frac{10}{3}; -\frac{22}{3}\right)$ . **236.**  $(3; -5); (-6; 22)$ .  
**237.**  $(4; -2); (-4,5; 2,25)$ . **238.**  $(-20; 6); (15; -1)$ . **239.**  $(-6; -2); (-4; -4)$ .  
**240.**  $(3; 2); (-2; -3)$ . **241.**  $(-2; -3); (-0,5; -7,5)$ . **242.**  $(1; -2); \left(\frac{2}{3}; -\frac{8}{3}\right)$ .  
**243.**  $(2; \infty)$ . **244.**  $(-\infty; 3]$ . **245.**  $\left(-\frac{2}{3}; \infty\right)$ . **246.**  $\left(-\infty; \frac{20}{3}\right]$ . **247.**  $(-\infty; \infty)$ .  
**248.** Розв'язків немає. **249.**  $(-\infty; 3,5]$ . **250.**  $(-\infty; -10)$ . **251.** Якщо  
 $a \in (-\infty; -1)$ , то  $x \in \left(\frac{5a}{a+1}; +\infty\right)$ ; якщо  $a = -1$ , то  $x \in \emptyset$ ; якщо  
 $a \in (-1; +\infty)$ , то  $x \in \left(-\infty; \frac{5a}{a+1}\right)$ . **252.** Якщо  $a \in (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$ , то  
 $x \in \left(-\infty; \frac{1}{a+1}\right]$ ; якщо  $a \in (-1; 1)$ , то  $x \in \left[\frac{1}{a+1}; +\infty\right)$ ; якщо  $a = -1$ , то  
 $x \in \emptyset$ ; якщо  $a = 1$ , то  $x \in R$ . **253.** 1. **254.** 57. **255.**  $\left(\frac{59}{14}; \infty\right)$ . **256.**  $-4$ .  
**257.** Розв'язків немає. **258.**  $(-\infty; 0,2) \cup (0,2; \infty)$ . **259.**  $(-\infty; \infty)$ .  
**260.** Розв'язків немає. **261.**  $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right) \cup \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$ . **262.**  $(-\infty; \infty)$ . **263.**  $0,75$ .  
**264.**  $(-\infty; \infty)$ . **265.** Розв'язків немає. **266.**  $(-\infty; \infty)$ . **267.** Розв'язків немає.  
**268.**  $(-\infty; 1) \cup (3; \infty)$ . **269.**  $[-2; 0,5]$ . **270.**  $(-\infty; 2,5) \cup (4; \infty)$ . **271.**  $\left(-\frac{1}{3}; 2\right)$ .  
**272.**  $[-9; 3]$ . **273.**  $(-\infty; -3) \cup (0; 1) \cup (2; \infty)$ . **274.**  $(-3; -1) \cup (2; \infty)$ .  
**275.**  $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (0,5; 2)$ . **276.**  $\left[-\frac{7}{3}; 0,5\right] \cup [5; \infty)$ . **277.**  $(-\infty; -1) \cup$   
 $\cup (1; 2) \cup (3; \infty)$ . **278.**  $(-1; 2) \cup (2; 3)$ . **279.**  $(-5; -3) \cup (2; 7) \cup (7; \infty)$ .  
**280.**  $(-\infty; -2) \cup (-2; -1) \cup \left(\frac{2}{3}; 3\right)$ . **281.**  $(-3; 0) \cup (0; 2) \cup (5; 7) \cup (7; \infty)$ .  
**282.**  $(-1; 1) \cup (2; \infty)$ . **283.**  $(-\infty; -1] \cup [3; \infty); 2$ . **284.**  $(-\infty; -0,5] \cup [2; 4]; 0; 1$ .  
**285.**  $[2; 4]; 1$ . **286.**  $-1; 0; 2$ . **287.**  $(-\infty; -4] \cup \left[\frac{1-\sqrt{13}}{2}; \frac{1+\sqrt{13}}{2}\right] \cup [4; \infty)$ .  
**288.**  $(-\infty; -0,2) \cup (0,2; 1) \cup (5; \infty)$ . **289.**  $(-\infty; -2) \cup (1; \infty)$ . **290.**  $(1; 5]$ .

- 291.**  $(-5; 1)$ . **292.**  $(-\infty; -3,5] \cup (0,75; \infty)$ . **293.**  $(2; 4]$ . **294.**  $(-\infty; -3) \cup (-2; \infty)$ .  
**295.**  $(-\infty; 0) \cup \left(\frac{1}{3}; \infty\right)$ . **296.**  $(1; 1,5)$ . **297.**  $(-\infty; -2) \cup (0; 6)$ .  
**298.**  $(-6; 0) \cup (0; 5)$ . **299.**  $(-\infty; -1,5) \cup \left(\frac{7}{3}; \infty\right)$ . **300.**  $(-\infty; -3) \cup (-2; \infty)$ .  
**301.**  $(-\infty; -1)$ . **302.**  $(-2; \infty)$ . **303.**  $(-4; 1)$ . **304.**  $(-\infty; -1) \cup (0; 1)$ .  
**305.**  $[-4; 2) \cup (2; 3]$ . **306.**  $\left(-\frac{3}{2}; -\frac{4}{3}\right) \cup (-1; 1)$ . **307.**  $(-0,5; \infty)$ .  
**308.**  $(-\infty; -1,5]$ . **309.** Розв'язків немає. **310.**  $(-1; -0,8)$ . **311.** Розв'язків немає.  
**312.**  $\left[\frac{5}{9}; 5\right]$ . **313.**  $(-\infty; 2,8)$ . **314.**  $\left(1\frac{4}{17}; 4,2\right)$ . **315.**  $(-\infty; \infty)$ .  
**316.**  $(1; 2)$ . **317.**  $(-1; 0,5)$ . **318.**  $(-1; 0) \cup (0; 1)$ . **319.**  $\left(\frac{1}{3}; \frac{3+\sqrt{5}}{6}\right)$ . **320.**  $\pm\sqrt{2}$ .  
**321.**  $\left[\frac{4}{3}; 2,5\right)$ . **322.**  $\left[\frac{1-\sqrt{3}}{2}; 1\right) \cup [1,5; \infty)$ . **323.**  $[0; 8]$ . **324.**  $(1; 6)$ .  
**325.**  $(-8; -6,5) \cup (0; 5)$ . **326.**  $\left(-\infty; \frac{2}{3}\right) \cup (3; \infty)$ . **327.**  $(-1; 3) \cup (9; \infty)$ .  
**328.**  $(-3; \infty)$ . **329.**  $(-\infty; 2) \cup (3; 5)$ . **330.**  $(-\infty; -\sqrt{3}] \cup [-1; 1] \cup [\sqrt{3}; \infty)$ .  
**331.**  $(-1; 1)$ . **332.**  $(-\infty; -\sqrt{3}) \cup (\sqrt{3}; \infty)$ . **333.**  $[-2; -1] \cup [1; 2]$ .  
**334.**  $(-\infty; -1) \cup (0; 1) \cup (2; \infty)$ . **335.**  $\left[\frac{-3-\sqrt{13}}{2}; -2\right] \cup \left[-1; \frac{-3+\sqrt{13}}{2}\right]$ .  
**336.**  $\left[\frac{7-\sqrt{87}}{2}; -1\right] \cup \left[8; \frac{7+\sqrt{87}}{2}\right]$ . **337.**  $(-4; -3) \cup (-1-\sqrt{3}; -2) \cup$   
 $\cup (0; -1+\sqrt{3}) \cup (1; 2)$ . **338.**  $(-1; 0) \cup (1; 2)$ . **339.**  $[-1-\sqrt{5}; -1+\sqrt{5}]$ .  
**340.**  $-2; 3$ . **341.**  $\frac{1}{3}$ . **342.** Розв'язків немає. **343.**  $\frac{2}{3}; 2$ . **344.**  $-1,2; 1,6$ .  
**345.**  $-3; 2$ . **346.**  $0; 1; \frac{1\pm\sqrt{17}}{2}$ . **347.**  $\frac{-3\pm\sqrt{33}}{4}$ . **348.**  $3; 3\pm 3\sqrt{2}$ .  
**349.** Розв'язків немає. **350.** Розв'язків немає. **351.**  $-3$ . **352.**  $\pm 3$ .  
**353.** Розв'язків немає. **354.**  $-2,5; -1,5; 4,5; 5,5$ . **355.**  $\pm 1$ . **356.**  $2; 4\frac{2}{3}; 5\frac{1}{3}; 8$ .  
**357.**  $-4; -2,5; -1,5; 0$ . **358.**  $0,8; 1,2$ . **359.**  $-\frac{1}{3}; 2$ . **360.**  $-12; \frac{2}{3}$ . **361.**  $2,5$ .  
**362.** Розв'язків немає. **363.**  $-1,5; 1; 3,4$ . **364.**  $0,8; 6$ . **365.**  $3; \frac{-3-\sqrt{65}}{2}$ .

- 366.** 3. **367.**  $-2 \pm 2\sqrt{3}$ ;  $4 + 2\sqrt{2}$ . **368.**  $\pm 3$ . **369.** Розв'язків немає.  
**370.**  $\frac{-7 \pm \sqrt{89}}{2}$ . **371.**  $-5; -1$ . **372.**  $-2\sqrt{2}; -2$ . **373.**  $\frac{-1 + \sqrt{5}}{2}$ ;  $\frac{-7 + \sqrt{109}}{6}$ .  
**374.**  $-\sqrt{3}; 1$ . **375.** 2. **376.**  $1,5; \frac{-5 + \sqrt{113}}{4}$ . **377.**  $[0; \infty)$ . **378.**  $(-\infty; 2]$ .  
**379.**  $(-\infty; 1,5]$ . **380.**  $[-2; 1]$ . **381.**  $(-\infty; 0,5] \cup [2; \infty)$ . **382.**  $-8; 12$ . **383.**  $\frac{2}{3}; 8$ .  
**384.** 2. **385.**  $[3; \infty)$ . **386.**  $[-5; 8]$ . **387.**  $(-\infty; 2]$ . **388.**  $[-2; 0]$ . **389.**  $\left(\frac{2}{3}; 4\right)$ .  
**390.**  $-\frac{2}{3}; 0,5; 2$ . **391.** Розв'язків немає. **392.**  $-2$ . **393.** Якщо  $a \in (-\infty; 0)$ , то  $x \in \emptyset$ ; якщо  $a = 0$ , то  $x = 3$ ; якщо  $a \in (0; +\infty)$ , то  $\begin{cases} x = a + 3, \\ x = 3 - a. \end{cases}$  **394.** Якщо  $a \in \left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$ , то  $x = \frac{1-a}{2}$ ; якщо  $a \in \left[\frac{1}{3}; +\infty\right)$ , то  $x = \frac{1+a}{4}$ . **395.**  $[-2; 5]$ .  
**396.**  $(-2,25; 3,25)$ . **397.** Розв'язків немає. **398.** 2,5. **399.**  $(-1; 0) \cup (1; 2)$ .  
**400.**  $[1; 4]$ . **401.**  $(-1; 1 - \sqrt{2}) \cup (1 + \sqrt{2}; 3)$ . **402.**  $(-\infty; 0) \cup (2; \infty)$ .  
**403.**  $(-\infty; -1) \cup (3; \infty)$ . **404.**  $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup [4; \infty)$ . **405.**  $(-\infty; \infty)$ .  
**406.**  $(-\infty; -1,4) \cup (-1,4; \infty)$ . **407.**  $(-\infty; \infty)$ . **408.**  $(-\infty; -6) \cup (-3; -2) \cup (1; \infty)$ .  
**409.**  $(-\infty; -0,5] \cup [5; \infty)$ . **410.**  $\left(-0,2; \frac{2}{3}\right) \cup \left(\frac{2}{3}; 5\right)$ . **411.**  $\left[\frac{3}{4}; 1\right) \cup (1; \infty)$ .  
**412.**  $[0,5; \infty)$ . **413.**  $(-\infty; 0,2) \cup (3; \infty)$ . **414.**  $(-\infty; -4) \cup (-4; 2) \cup (6; \infty)$ .  
**415.**  $(-\infty; -2] \cup [0; \infty)$ . **416.**  $(-5; -2) \cup (2; 5)$ . **417.**  $[0,5; 2]$ . **418.**  $\left(-12; \frac{2}{3}\right)$ .  
**419.**  $(-\infty; 2,25)$ . **420.**  $\left(-\infty; -\frac{16}{9}\right] \cup [1,2; \infty)$ . **421.**  $\left(-\infty; -\frac{2}{3}\right] \cup [0,5; \infty)$ .  
**422.**  $(-\infty; 2)$ . **423.**  $[3; \infty); -3,5$ . **424.**  $[1,5; 2)$ . **425.**  $(-\infty; -1] \cup [3; \infty); 2,5$ .  
**426.**  $(-\infty; -4) \cup (0; \infty)$ . **427.**  $(-\infty; -1,8) \cup (-0,2; \infty)$ . **428.**  $(-\infty; 0) \cup (6; \infty)$ .  
**429.**  $[1,5; \infty)$ . **430.**  $(-\infty; \infty)$ . **431.**  $(-\infty; 2) \cup (4; +\infty); 3$ . **432.**  $(4; 6) \cup (6; 8)$ .  
**433.**  $\left(-\infty; \frac{-1 - \sqrt{41}}{4}\right) \cup \left(\frac{-1 + \sqrt{41}}{4}; \frac{11}{3}\right)$ . **434.**  $[-1; 1]$ . **435.**  $(-\infty; -2,5)$ .  
**436.**  $(0; 1)$ . **437.**  $(-2; 0]$ . **438.**  $(-1; 2)$ . **439.**  $(-0,5; 2,5)$ . **440.** Розв'язків немає.

**§ 5.** **441.** 40 км/год. **442.** 60 км/год . **443.** 10 км/год; 9 км/год.  
**444.** 20 км/год. **445.** 21 год. **446.** 40 км/год; 400 км. **447.** 18 км. **448.** 20 км.  
**449.** 60 км/год. **450.** 60 км/год. **451.** 147 м; 21 м/с. **452.** 25 км/год.  
**453.** 25 км/год. **454.** 3 год; 6 год. **455.** 18 км/год; 24 км/год. **456.** 4 км/год;  
 3,2 км/год. **457.** 60 км/год; 100 км/год. **458.** Якщо  $a \neq b$ , то швидше  
 прийде перший; якщо  $a = b$  – одночасно. **459.**  $65\frac{5}{11}$  хв. **460.** 2 км/год.  
**461.** 15 км/год. **462.** 4 км/год; 20 км/год. **463.** 27 км/год. **464.** 5 км/год.  
**465.** 3 км/год. **466.**  $\frac{68}{3}$  км/год. **467.** 20 км/год. **468.** У 7 разів. **469.** 4 м/с;  
 3 м/с. **470.** 15 деталей; 20 деталей. **471.** 33 дні. **472.** 40 днів, 25%.  
**473.** 7 деталей, 6 деталей. **474.** 16 чоловік. **475.** 20 днів; 30 днів.  
**476.** 132 хв; 110 хв. **477.** 6 год; 12 год. **478.** 12 хв і 12 хв або 10 хв і 15 хв.  
**479.** 20 днів; 30 днів. **480.** 6 днів; 12 днів. **481.** 21 день; 28 днів. **482.** 5 год;  
 7,5 год. **483.** 30 дет.; 20 дет. **484.** 6 днів. **485.** 14,4 год. **486.** 24 дні. **487.** 52.  
**488.** 27. **489.** 24. **490.** 54. **491.** 24. **492.** 64. **493.** 428; 824. **494.** 83. **495.** 63.  
**496.** 5. **497.** 85714. **498.** 285714. **499.** 12; 1232. **500.** 21; 10. **501.** 22.  
**502.** 8; 4; 2. **503.**  $\frac{3}{5}$ . **504.**  $\frac{1}{2}$  або  $\frac{2}{3}$ . **505.** 54. **506.** 800 робітників.  
**507.** 750 сторінок. **508.** 1000 м; 2000 м. **509.** 85%. **510.** Збільшилась на 8%.  
**511.** Збільшилась на 12,5%. **512.** На 25%. **513.** На 28%. **514.** Зменшилась  
 на 8%. **515.** 2000 м<sup>2</sup>; на 32%. **516.** На 80%. **517.** 32. **518.** 4500 грн.  
**519.** На 15%; на 30%. **520.** На 10%. **521.** 5%. **522.** На 6%. **523.** На 54%.  
**524.** На 20%. **525.** 2. **526.** 5 аркушів. **527.** 10 л. **528.** 3000000. **529.** 300 грн;  
 5%. **530.** 5%. **531.** 60%. **532.** 12 кг. **533.** 2,4 кг; 4,8 кг. **534.** 225 г. **535.** 10 л;  
 20 л. **536.** 12 т; 8 т. **537.** 40 т; 100 т. **538.** 10 кг; 15 кг. **539.** 13,5 кг.  
**540.** 3 кг. **541.** 60 кг. **542.** 50 кг. **543.** На 97,5%. **544.** На 12,5%. **545.** 0,9.  
**546.** 12 кг; 30 кг. **547.** 1 кг; 2 кг. **548.** 112 г. **549.** 6 кг. **550.** 250 г; 150 г.  
**551.** 9 г; 10 г. **552.** 11%; 5%. **553.** 40%; 65%. **554.** 18 кг. **555.**  $\left[40; 43\frac{1}{3}\right]$ .

**§ 6.** **556.**  $\frac{119}{3}$ . **557.** 7,4. **558.** 9 або 31. **559.** 165150. **560.** 98550.  
**561.** 981. **562.** 4350 мл. **563.**  $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; 1$ . **564.** 323. **565.** 5 або -5. **566.** Так.  
**567.** На 17. **568.** 820. **569.**  $-\frac{41}{2}; 10$ . **570.** Ні. **572.** 135 або 630 або 765.

- 573.** 2; 6; 8; 54; ... або 2; -6; 18; -54; ... **574.** 12%, 24%, 48%. **575.** 28.  
**576.** 2. **577.** 18; 54; 162; 486. **578.** 3; -6; 12; -24. **579.** 6. **580.** 5; 405. **581.** 10.  
**582.** 0,125. **583.** 9; 27. **584.** 6; 2;  $\frac{2}{3}; \frac{2}{9}$  ... **585.** 0,2. **586.**  $\frac{9(4+\sqrt{3})}{13}$ .  
**587.** 0,5;  $-\frac{7}{9}$ . **588.**  $\frac{1}{3}; \frac{2}{3}$ . **589.** 200; 240. **590.** 2; 5; 8 або 26; 5; -16. **591.** 5;  
15; 45. **592.** 48. **593.** 3; 6; 12; 18 або  $\frac{75}{4}; \frac{45}{4}; \frac{27}{4}; \frac{9}{4}$ . **594.** 931. **595.** 1; 3; 9  
або  $\frac{1}{9}; \frac{7}{9}; \frac{49}{9}$ . **596.** У другій. **597.** 5050. **598.** 50600. **599.**  $\frac{n(n+1)}{2}$ .  
**600.** 0,99. **601.**  $\frac{49}{303}$ . **602.**  $\frac{4949}{19800}$ . **603.**  $\frac{n}{2n+1}$ . **604.**  $\frac{n}{3n+1}$ . **605.**  $\frac{n}{4n+1}$ .  
**606.**  $\frac{n}{5n+1}$ . **607.**  $\frac{10^{n+1}-9n-10}{81}$ . **608.**  $\frac{2(10^{n+1}-9n-10)}{27}$ .  
**609.**  $\frac{7}{81}(10^{n+1}-9n-10)$ . **611.**  $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ . **612.**  $\frac{n^2(n+1)^2}{4}$ .  
**613.**  $\frac{n(n+1)(2n+1)(3n^2+3n-1)}{30}$ . **614.**  $\frac{n(n+1)(4n-1)}{6}$ . **615.**  $\frac{n(n+1)(n+2)}{6}$ .  
**616.** 24487848. **617.**  $\frac{n(n+1)(n+2)(n+3)}{4}$ . **618.**  $2n + \frac{4^{2n+1}-3 \cdot 4^n-1}{3 \cdot 4^n}$ .  
**619.**  $n^2(2n^2-2)$ . **620.** -20100. **621.**  $3(2^{101}-1)$ . **622.**  $\frac{x^{51}-x^3}{x^2-1}$ ,  $x \neq \pm 1$ .  
**623.**  $\frac{x-(3n-2)x^{2n+1}}{1-x^2} + \frac{3x^3(1-x^{2n-2})}{(1-x^2)^2}$ . **624.**  $\frac{(n+1)x^{n+2}-(n+2)x^{n+1}+1}{(x-1)^2}$ .
- § 7.** **625.**  $(-\infty; \infty)$ . **626.**  $(-\infty; \infty)$ . **627.**  $(-\infty; 2) \cup (2; 3) \cup (3; \infty)$ .  
**628.**  $[1,5; 4)$ . **629.**  $(-\infty; -2) \cup (-2; \infty)$ . **630.**  $(-\infty; -1,5) \cup [5; \infty)$ .  
**631.**  $(-\infty; -6] \cup [7; 11) \cup (11; \infty)$ . **632.**  $(-\infty; -1) \cup (-1; 0) \cup (0; 1) \cup (1; \infty)$ .  
**633.**  $[1; +\infty)$ . **634.**  $[-3; +\infty)$ . **635.** 2. **636.**  $[-4; +\infty)$ . **637.**  $\frac{5}{3}$ . **638.**  $-\frac{6}{7}; 1$ .  
**639.** 2. **710.** 4 корені. **711.** 5. **712.** 0;  $(\frac{1}{4}; +\infty)$ . **724.** 4. **725.** 3.



---

## РЕКОМЕНДОВАНА І ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Апостолова Г. В., Ясінський В. В. Перші зустрічі з параметром. Навчальний посібник / Г. В. Апостолова, В. В. Ясінський. – К. : Вид. Гнозис, 2014. – 252 с.
2. Гайштут О. Г., Литвиненко Г. М. Алгебра. Розв'язування задач і вправ. Навчальне видання. – К. : "Магістр-S", 1997. – 256 с.
3. Коваленко В. Г., Кривошеев В. Я., Лемберський Л. Я. Алгебра: Експерим. навч. посібник для 8 кл. шк. з поглибл. вивченням математики і спеціал. шк. фізико-мат. профілю. – К. : Освіта, 1995. – 203 с.
4. Коваленко В. Г., Кривошеев В. Я., Старосельцева О. В. Алгебра: Експерим. навч. посібник для 9 кл. шк. з поглибл. вивченням математики і спеціал. шк. фізико-мат. профілю. – 2-ге вид. – К. : Освіта, 1996. – 288 с.
5. Литвиненко В. Н., Мордкович А. Г. Практикум по элементарной математике: Алгебра. Тригонометрия: Учебн. пособие для студентов физ.-мат. спец. пед. ин-тов. 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Просвещение, 1991. – 352 с.
6. Лось В. М., Тихієнко В. П. Математика: навчаємо міркувати. Розв'язування нестандартних задач: Навчальний посібник. – К. : Кондор, 2005. – 312 с.
7. Мазур К. І. та ін. Тестові задачі з математики: Алгебра і початки аналізу: Навчальний посібник / Мазур К. І., Мазур О. К., Ясінський В. В. – К. : Фенікс, 2001. – 600 с.
8. Математика: Методичний посібник для вступників / М. І. Жалдак, Г. О. Михалін, В. О. Швець та ін. – К. : КДПУ, 1993. – 236 с.
9. Математика. Посібник для вступників у вузи / І. М. Майборода, В. Л. Мельник, Л. Г. Філон, Л. М. Шидловська. – Чернігів: Чернігівський державний педагогічний університет імені Т.Г. Шевченка, 2001. – 388 с.
10. Мерзляк А. Г. та ін. Алгебраїчний тренажер: Посібник для школярів та абітурієнтів / А. Г. Мерзляк, В. В. Полонський, М. С. Якір. – К.: А.С.К., 1997. – 320 с.

11. Прус А. В., Швець В. О. Задачі з параметрами в шкільному курсі математики. Навчально-методичний посібник. – Житомир : Вид-во «Рута», 2016. – 468 с.
12. Сборник задач по математике для поступающих во втузы: Учебн. пособие / В. К. Егерев, Б. А. Кордемский, В. В. Зайцев и др. Под ред: М. И. Сканави. – 6-е изд., стер. – М. : Высш. шк., 1992. – 528 с.
13. Шунда Н. М. Функції та їх графіки: Посібник для вчителів. – 2-е вид., доп. – К. : Рад. шк., 1983. – 190 с.
14. Ясінський В. В. Математика. Методичний посібник для слухачів ІДП НГУУ „КПІ” / За ред. чл.-кор. НАН України В. С. Мельника. – К. : НТТУ „КПІ”, 2003. – 324 с.

ВІД АВТОРІВ .....	3
§ 1. Тотожні перетворення раціональних виразів .....	4
§ 2. Числові системи.....	9
§ 3. Тотожні перетворення ірраціональних виразів та виразів, що містять знак модуля .....	14
§ 4. Раціональні рівняння, нерівності, їх системи .....	19
§ 5. Задачі на складання рівнянь та систем рівнянь .....	31
§ 6. Прогресії і суми. Методи підсумовування .....	46
§ 7. Функції та їх графіки .....	51
ВІДПОВІДІ .....	57
РЕКОМЕНДОВАНА І ВИКОРИСТАНА ЛІТЕРАТУРА .....	65

## НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

*Філон Лідія Григорівна* – кандидат педагогічних наук, доцент, доцент кафедри вищої математики та методик навчання фізико-математичних дисциплін ЧНПУ імені Т.Г. Шевченка

*Шидловська Любов Михайлівна* – вчитель-методист Чернігівського обласного педагогічного ліцею для обдарованої сільської молоді

## ЕЛЕМЕНТАРНА МАТЕМАТИКА.

### Частина 1.

### АРИФМЕТИКА. АЛГЕБРА

Технічний редактор

Комп'ютерна верстка  
та макетування

*О. І. Полковник*

Комп'ютерний набір

*Л. Г. Філон*