ВПЛИВ МАТЕМАТИЧНОЇ КУЛЬТУРИ ШКОЛЯРІВ НА РЕЗУЛЬТАТИ ЗОВНІШНЬОГО НЕЗАЛЕЖНОГО ОЦІНЮВАННЯ

Світлана МУЗИЧЕНКО — доцент кафедри педагогіки, психології та методик навчання фізики й математики Чернігівського національного педагогічного університету імені Т. Г. Шевченка, кандидат педагогічних наук

На сьогодні чіткого тлумачення поняття математичної культури у методиці математики немає. Це пояснюється складністю і неоднозначністю поняття культури взагалі та специфікою його проекції на математичну площину. Адже у понятті математичної культури як педагогічної категорії закладено інтеграцію різних наукових галузей: як власне математики, так і філософії, культурології, психології, педагогіки та ін. Досить ґрунтовно і послідовно, на нашу думку, розкриває зміст поняття «математична культура» В. І. Снєгурова. *По-перше*, вона розрізняє поняття *математичної культури суспільства* і *математичної культури окремої людини*. Математична культура суспільства існує на двох рівнях: математична культура як частина загальнолюдської культури, тобто сукупність усіх накопичених людством математичних досягнень, і загальна математична культура – той мінімальний набір математичних інструментів, який використовує у своїй діяльності кожна людина. Тоді привласнені особистістю об'єкти загальної математичної культури визначають математичну культуру окремої людини. *По-друге*, автор пропонує додаткове уточнення поняття *математичної культури школяра* і розглядає її як таку, що складається із внутрішньопредметного та загальнокультурного компонентів. Внутрішньопредметний компонент містить ті об'єкти, без яких неможливе успішне вивчення математики у школі. Загальнокультурний компонент включає об'єкти ціннісного характеру відносно культури людини. З іншого боку, інтегративний характер математичної культури виявляється й у тому, що це є певна система культур, яка включає насамперед обчислювальну, алгоритмічну, логічну, графічну культури [4].

Очевидно, що рівень математичної культури кожної окремої людини є індивідуальним. Чи корелює рівень математичної культури школярів з їх успішністю з математики? Спираючись на результати дослідження В. І. Снєгурової і на власні спостереження, можемо зробити висновок, що ні. Переважна більшість випускників середньої школи має низький рівень математичної культури. При цьому оцінки з математики відрізняються більшою різноманітністю.

За рівнями успішності учні класу, зазвичай, умовно поділяються на сильних, середніх та слабких. Проте названі рівні досить поверхово характеризують індивідуальні відмінності учнів щодо володіння тим чи іншим предметом. Такий поділ ґрунтується на результатах навчання, які відображає шкала оцінювання. Але чинники, які привели різних учнів до формально однакових результатів, можуть бути теж різними. Вони пов'язані з інтересами, здібностями, мотивами тощо. Так, серед сильних учнів є учні обдаровані математично і є учні, які «витягують» математику на 10 — 11 балів, не маючи до неї стійкого інтересу, для яких мотивом є почуття обов'язку або амбіції. Слід зазначити, що останніх досить багато серед відмінників нематематичних профілів. Маючи високий загальний інтелектуальний потенціал, вони здатні зрозуміти, запам'ятати математичні відомості, опанувати основні алгоритми, використати знання в типових та дещо ускладнених ситуаціях. Але такий високий рівень навчальних досягнень сам по собі не забезпечує високого рівня математичної культури. На це, зокрема, вказує характер помилок, які допускають випускники під час написання ЗНО. Ми проаналізували кілька робочих зошитів сильних учнів, які проходили ЗНО-2013. Наведемо деякі міркування, які виникли у результаті такої «роботи над помилками».

Не секрет, що сучасні школярі, дякуючи калькуляторам, мають дуже низький рівень обчислювальної культури. Але на ЗНО вони не можуть скористатися калькулятором. Водночас, обчислення на різних числових множинах доводиться виконувати не лише при розв'язуванні тестових завдань, що безпосередньо стосуються числової змістової лінії, а й під час розв'язування більшості задач з відкритою відповіддю, де помилка при обчисленні може дорого коштувати.

№ 26 (2 сесія). Розв'яжіть рівняння

$3^x \cdot 4^x = (12^{x+1})^5$.

Абітурієнтка правильно розв'язує аж до моменту $4x = -5$. А далі для «надійності» ділить у стовпчик –5 на 4 і одержує відповідь –12,5. Чи можна вважати таку прикру помилку механічною? Лише до певної міри. Адже, при належному рівні математичної культури, зокрема культури обчислень, вона була б неможлива. У даному випадку вкрай недоцільно ділити у стовпчик. Взагалі, ділення на 4, на 8 краще замінити послідовним діленням на 2. Аналогічно, множення на 4 або на 8 зводиться до послідовного подвоєння. Учнів слід привчати використовувати закони та властивості арифметичних дій для раціоналізації обчислень. За їх допомогою багато дій, зокрема і ділення або множення на 2, легко виконати усно:

563 : 2 = 250 + 30 + 1,5 = 281,5;

563 · 2 = 1000 + 120 + 6 = 1126.

Нагадаємо ще кілька корисних прийомів усних обчислень.

Щоб помножити число на 5, можна помножити його на 10 і результат поділити на 2. Щоб поділити число на 5, можна поділити його на 10 і результат помножити на 2:

481 · 5 = 4810 : 2 = 2405;

481 : 5 = 48,1 · 2 = 96,2.

Аналогічно можна множити та ділити на 25:

481 · 25 = (481 · 100) : 4 = 48100 : 4 12025;

481 : 25 = (481 : 100) · 4 = 4,81 · 4 =
= 16 + 3,2 + 0,04 = 19,24.

Прийом «заокруглення»:

47 + 98 = (47 + 100) – 2 = 145;

499 + 98 + 297 = (500 + 100 + 300) –
– 1 – 2 – 3 = 894;

563 – 199 = (563 – 200) + 1 + 364.

Розбиття компонента дії на «зручні» доданки або множники:

3500 – 1725 = (3500 – 1500) – 225 =
= 2000 – 225 = 1775;

4563 : 9 = 4500 : 9 + 63 : 9 =
= 500 + 7 = 507;

1300 : 25 = 13 · (100 : 25) = 13 · 4 = 52.

Формування обчислювальних умінь та навичок та підтримка їх на належному рівні не є другорядним завданням, як може здаватися на перший погляд. Цю роботу слід здійснювати наполегливо, систематично і не тільки у 5 — 6 класах, а й пізніше.

Окремої уваги потребують дії зі звичайними дробами.

№ 30 (2 сесія). Обчисліть площу фігури, обмеженої графіком функції

$y=\frac{22}{3}-(x+1)^2$ і прямими $y=\frac{x}{3}$,

$x = -1$ та $x = 1$.

Дуже прикро, коли правильно складено підінтегральну функцію, знайдено первісну, застосовано формулу Ньютона-Лейбніца, але на етапі обчислень допущено помилку:

$$\dots=6\frac{1}{3}-\frac{1}{3}-\frac{7}{6}-\left(-6\frac{1}{3}+\frac{1}{3}-\frac{7}{6}\right)=$$
$$=\frac{22}{3}-\frac{1}{3}-\frac{7}{6}+\frac{22}{3}-\frac{1}{3}+\frac{7}{6}=\frac{44}{3}-\frac{2}{3}=\frac{42}{3}=14.$$

У цій ситуації жодної потреби переводити мішане число у неправильний дріб немає, це – нераціонально. Проте багато учнів саме такому способу віддають перевагу. Очевидно, навіть у старших класах учитель має стежити за раціональністю обчислювальних операцій.

№ 31 (2 сесія). У фестивалі беруть участь 25 гуртів, серед яких є по одному гурту з України і Чехії. Порядок виступу гуртів визначається жеребкуванням, за яким кожен із гуртів має однакові шанси отримати будь-який порядковий номер від 1 до 25. Знайдіть імовірність того, що на цьому фестивалі гурт з України виступатиме першим, а порядковий номер виступу гурту з Чехії буде парним.

Знову обчислювальна помилка:

$$\frac{1}{25}\cdot\frac{12}{25}=\frac{12}{125}=0{,}096.$$

Абітурієнтка, як видно із чорнових записів, знаменник обчислювала послідовним множенням (25 · 5) · 5, але другий раз помножити на 5 забула. Звичайно, це неуважність. Але, разом з тим, при достатньо розвинених навичках самоконтролю очевидно замалий результат 125 мав би насторожити.

У зв'язку із цим прикладом нагадаємо спосіб піднесення до квадрата чисел, що закінчуються цифрою 5, який ґрунтується на формулі квадрата суми. Досвідчені вчителі обов'язково навчають своїх учнів таким маленьким «хитрощам»: $(10a + 5)^2 = 100a^2 + 100a + 25 = 100a(a + 1)$. Звідси висновок: щоб піднести до квадрата число, яке закінчується цифрою 5, треба кількість його десятків a помножити на наступне натуральне число $a + 1$ і до результату дописати 25.

Ще одна «хитрість», пов'язана із переведенням звичайного дробу у десятковий, допомагає уникнути «помилконебезпечної» дії ділення у стовпчик:

$$\frac{1}{25}\cdot\frac{12}{25}=\frac{12}{5^4}=\frac{12\cdot 2^4}{5^4\cdot 2^4}=\frac{192}{10^4}=0{,}0192.$$

Цей спосіб особливо актуальний для випускників з огляду на те, що відповідь у завданнях ЗНО потрібно записувати десятковим дробом.

До подібних корисних «хитрощів» можна віднести і такі поради.

Часто використання теореми Піфагора приводить до необхідності обчислювати вираз виду $\sqrt{a^2-b^2}$. Тут буває доцільно застосувати формулу різниці квадратів. Наприклад,

$$\sqrt{17^2-9^2}=\sqrt{(17-9)(17+9)}=\sqrt{8\cdot 26}.$$

Далі знову порада: не перемножати 8 і 26, а, навпаки, розкласти на множники так, щоб були квадрати натуральних чисел або пари однакових множників:

$$\sqrt{8\cdot 26}=\sqrt{4\cdot 2\cdot 2\cdot 13}=2\cdot 2\sqrt{13}=4\sqrt{13}.$$

Це саме стосується і формули Герона.

Формула різниці квадратів у багатьох випадках дає змогу раціоналізувати не лише обчислення, а й перетворення виразів. Наприклад, під час розв'язування рівнянь виду $|f(x)| = |g(x)|$ застосування формули допомагає одразу одержати добуток двох виразів, рівних нулю:

$(f(x) - g(x))(f(x) + g(x)) = 0$.

Навіть розв'язування таких стандартних рівнянь, як квадратні, може здійснюватися раціонально або ні. Як відомо, багато учнів не люблять користуватися теоремою Вієта для розв'язування зведених квадратних рівнянь. Причини нелюбові криються, як правило, у невмінні. Нерідко вчителі вважають, що практичне застосування оберненої теореми цілком очевидне з її змісту. Для обдарованих учнів — так. Але учні з нижчим рівнем здібностей потребують пояснення того, що розпочинати підбирати корені потрібно з добутку, а саме: розбити добуток на два можливих множники і перевірити виконання для них другої умови, якщо не підходять — взяти іншу пару множників і т. д.

Корисно розглянути частинні випадки рівняння $ax^2 + bx + c = 0$, коли $a + b + c = 0$ або $a + c = b$. Легко запам'ятати, що у першому випадку рівняння має корені $x_1 = 1$, $x_2 = \frac{c}{a}$, а у другому $x_1 = -1$, $x_2 = -\frac{c}{a}$. Такі рівняння зустрічаються частіше, ніж можна собі уявити.

№ 27 (1 сесія). Розв'яжіть нерівність

$$\frac{4}{x-3} + \frac{3}{x} \geq 1.$$

У відповідь запишіть *суму* всіх цілих її розв'язків.

Розв'язування нерівності врешті-решт зводиться до розв'язування рівняння $x^2 - 10x + 9 = 0$. Багато абітурієнтів розв'язували його за допомогою дискримінанта. В умовах ЗНО, коли економія часу є не останнім чинником успішності, такі дрібниці бувають важливими.

В іншій роботі також маємо втрати часу через нераціональність.

№ 7 (2 сесія). Розв'яжіть рівняння

$2x(x + 2) = 5(x + 2)$.

Рівняння зводиться до виду $2x^2 - x - 10 = 0$ і розв'язується через дискримінант. Якщо ж помітити, що обидві частини мають спільний множник, то можна одразу одержати добуток $(x + 2)(2x - 5) = 0$, звідки легко бачити корені –2 і 2,5.

Нераціональний спосіб призводить не лише до втрати часу. Через більш громіздкі перетворення або обчислення інколи розв'язання не вдається завершити або з'являється помилка.

№ 26 (1 сесія). Обчисліть значення виразу

$$\frac{a^2-b^2}{a-b} - \frac{a^3-b^3}{a^2-b^2},$$ якщо $a = 10{,}3$; $b = -0{,}3$.

Абітурієнт обрав стандартний шлях зведення до спільного знаменника і при виконанні подальших перетворень помилився. Можливо, цього б не сталося, якби він діяв раціональніше і спочатку скоротив дані дроби.

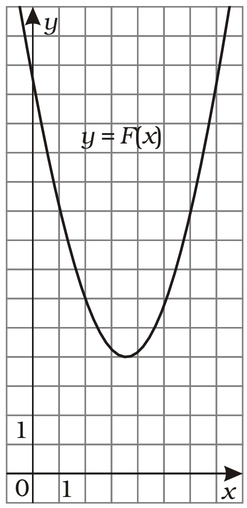
№ 17 (2 сесія). Спростіть вираз

$\sin^2\alpha(1 - \operatorname{ctg}^2\alpha)$.

Розв'язання розпочато із заміни $\sin^2\alpha$ на $1 - \cos^2\alpha$, а після множення двочлена на двочлен не було завершено.

У дослідженні В. І. Снєгурової обґрунтовано, що прагнення учня знаходити різні способи розв'язання задачі та обирати з них раціональніший є однією з ознак досить високого рівня його математичної культури. Але звичка шукати різні способи розв'язання сама собою формується лише в одиниць. Про її розвиток у більшості учнів, навіть сильних, має подбати учитель. Особливої актуальності це набуває у процесі підготовки до ЗНО. Орієнтир на пошук різних шляхів міркувань підвищує вірогідність розв'язання задачі взагалі. Також інший спосіб розв'язання може бути ефективним засобом перевірки правильності знайденої відповіді.

№ 31 (1 сесія). На малюнку 1 зображено графік функції $F(x) = x^2 + bx + c$, яка є первісною для функції $f(x)$.



Мал. 1

Визначте параметри b і c, знайдіть функцію $f(x)$. У відповіді запишіть *значення* $f(-6)$.

Абітурієнтка за малюнком визначила параметр c як ординату точки перетину графіка з віссю Oy. Щоб знайти b, визначила за малюнком координати вершини параболи і скористалася формулами вершини, але переплутала абсцису та ординату і в результаті одержала неправильну формулу для первісної та остаточну відповідь. Більш ретельне обмірковування ситуації, звичка до самоконтролю, до відшукання іншого способу розв'язання могли б запобігти помилці.

Так, можна було б помітити, що нуль знайденої функції $f(x)$ не збігається з абсцисою точки мінімуму функції $F(x)$. Можна було б розв'язати задачу й інакше: скласти формулу первісної, враховуючи, що її графік утворено паралельним перенесенням параболи $y = x^2$ вправо на 3 одиниці і вгору на 4 одиниці, тобто $F(x) = (x - 3)^2 + 4 = x^2 - 6x + 13$. Ще один варіант: $f(x) = F'(x) = 2x + b$. Якщо розпочати розв'язання з цього, то одразу стає зрозуміло, що від параметра c відповідь не залежить.

№ 3 (2 сесія). Остача від ділення натурального числа k на 5 дорівнює 2. Укажіть остачу від ділення на 5 числа $k + 21$.

Задача досить проста, але не всі випускники з нею впорались, очевидно, не зумівши записати число k у загальному вигляді. Разом з тим, саме вищий рівень математичної культури, її логічного компоненту надав можливість деяким учням зорієнтуватися, що у даній ситуації можна правильну відповідь одержати, розглянувши будь-яке конкретне значення числа k, наприклад, 7.

На перший погляд такі міркування є недостатньо дедуктивними. Проте в умовах ЗНО вони цілком допустимі — краще розв'язати так, ніж ніяк. У даному випадку конкретизація не впливає на загальність висновків. Питання задачі стосується цілком визначеної умовою числової множини, усі елементи якої мають ще деяку спільну властивість (ці числа, збільшені на 21, мають однакову, хоч і невідому, остачу від ділення на 5). Згідно з умовою задачі, число 7 належить даній множині, отже воно теж має цю властивість.

Важливо, щоб учень міг, хоча б інтуїтивно, розрізнити ситуації, коли можна зробити загальні висновки на основі розгляду конкретного випадку, а коли — ні. За допомогою конкретизації можна розв'язувати, наприклад, і таку задачу: «Довільне трицифрове число записали двічі поспіль. Якою буде остача від ділення одержаного шестицифрового числа на 13?»

Так само можна розв'язувати й деякі задачі на відсотки. Як справедливо зазначено в [5], іноді учнів у глухий кут може завести відсутність в умові числового значення величини, від якої беруть відсотки. Тоді цій величині можна надати конкретного значення. Для багатьох учнів це полегшує розв'язування. Як аргумент досить згадати, що більшість учнів серед текстових або геометричних задач віддає перевагу задачам з конкретними числовими даними. Розглянемо, наприклад, задачу «Початкова собівартість продукції знизилася спочатку на 10 %, а згодом ще на 10 % порівняно з новою ціною. На скільки відсотків порівняно з початковою собівартістю знизилася собівартість продукції після цих двох знижень?». Міркування можуть бути такими: нехай початкова собівартість продукції 200 грн. Тоді після першого зниження собівартість становить 200 – 20 = 180 (грн). Після другого зниження собівартість склала 180 – 18 = 162 (грн). Отже, потрібно знайти, скільки відсотків становить знижка 38 грн від 200 грн:

$$\frac{38}{200}\cdot 100\% = 19\%.$$

Задачі на відсоткове відношення або порівняння двох чисел можуть викликати труднощі ще й тому, що учні не завжди можуть зорієнтуватися, яке число слід прийняти за 100 %. Через це деякі абітурієнти не впорались із таким завданням.

№ 25 (1 сесія). Додатне число A більше додатного числа B у 3,7 раза. На скільки відсотків число A більше за число B?

В одній із робіт розв'язання починається з конкретизації: одне число нехай буде 10, тоді друге — 37. Але далі складається пропорція: 37 — 100 %; 10 — x %, звідки знаходиться $x \approx 27\%$ і відповідь 73 %. Тобто, знайдено, на скільки відсотків число B менше за A. Таких помилок учні припускаються унаслідок хибної аналогії між відсотками та числами. Адже, якщо число A більше за число B на p, то й число B менше за число A на p. Так само, на їх думку, має бути й з відсотками: якщо A більше за B на p %, то й B менше за A на p %. Отже, окремої уваги від учителів потребує спростування цього поширеного помилкового судження.

Розглянемо приклади помилок, які пов'язані з формальним володінням математичними поняттями.

№ 4 (1 сесія). Обчисліть $\frac{2^6\cdot 5^6}{10^4}$.

У робочому зошиті запис:

$$\frac{2^6\cdot 5^6}{10^4} = \frac{10^{12}}{10^4} = 10^8.$$

Така помилка свідчить про те, що учень свого часу (6 клас) не засвоїв поняття степеня. Використання (ймовірно зовні успішне) властивостей степеня у подальшому спиралось виключно на їх запам'ятовування, а не на розуміння. Погане володіння поняттям степеня неминуче веде до формального засвоєння поняття логарифма. Тому не дивно, що у цій роботі не розв'язане і завдання з логарифмами:

№ 15 (1 сесія). $\log_5 49 + 2\log_5 \frac{5}{7} =$

Непідвладні виявились логарифми й іншій випускниці.

№ 11 (2 сесія). $\frac{\lg 25}{\lg 5} =$

Маємо таку помилку:

$$\frac{\lg 25}{\lg 5} = \lg 25 - \lg 5 = \lg 20.$$

Очевидно, у свідомості учениці не утворилися необхідні асоціації:

логарифм $\to$ показник степеня $\to$ число.

Інакше вона з такою легкістю не використала б «тотожність» $\frac{a}{b} = a - b$.

Узагалі, учні з вищим рівнем математичної культури більш чутливі до своїх знань, вони краще розрізняють, що знають твердо, а що — ні. Відчуваючи сумніви щодо правильності тієї чи іншої формули, вони намагаються її вивести або перевірити. В обох розглянутих випадках є можливості для самоконтролю, наприклад, за допомогою аналогії. Щоб не підносити 5 до шостого степеня, можна скласти аналогічний вираз $2^2 \cdot 5^2$ і переконатися, що він дорівнює 100, тобто 10^2, а не 10^4.

Так само у другому завданні:

$$\frac{\log_5 25}{\log_5 5} = \frac{2}{1} \neq 2 - 1.$$

№ 20 (1 сесія). Укажіть нерівність, що виконується для $\alpha \in \left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

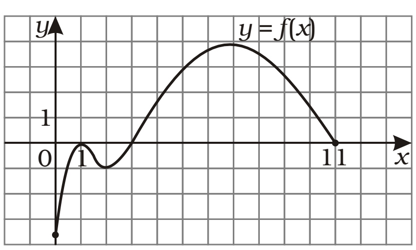
А. $1 - \sin^2\alpha < 0$;
Б. $\cos\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha < 0$;
В. $\cos^2\alpha + \sin^2\alpha < 0$;
Г. $1 - \cos^2\alpha < 0$;
Д. $\sin\alpha \cdot \operatorname{ctg}\alpha < 0$.

Абітурієнт, очевидно, без вагань закреслив варіанти **А**, **В** і **Г**. Потім, користуючись одиничними колами, зробив спробу пригадати знаки тригонометричних функцій у різних чвертях, але, переплутавши знаки синуса і косинуса, обрав хибну відповідь. Цього могло б не статися, якби він якісно володів поняттями — знав означення синуса та косинуса як відношень сторін прямокутного трикутника і як координат точок одиничного кола, розумів зв'язок між ними.

№ 24 (1 сесія). На малюнку 2 зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку [0; 11] та диференційованої на проміжку (0; 11). Установіть відповідність між числом (1 — 4) та проміжком (А — Д), якому належить це число.

Число: **1.** $f'(7)$; **2.** $f(8)$; **3.** $\int_1^3 f(x)\,dx$; **4.** Найменше значення функції $y = 1f(x)$ на її області визначення.

Проміжок: **А.** $(-\infty; -2]$; **Б.** $(-2; -0{,}5]$; **В.** $(-0{,}5; 2]$; **Г.** $(2; 4]$; **Д.** $(4; +\infty)$.



Мал. 2

Завдання передбачає перевірку розуміння низки загальнофункціональних понять. Воно просте, але сформульоване в незвичній формі, тому важливо було також зрозуміти смисл завдання і спланувати загальну стратегію його виконання, яка могла бути такою: зобразити вказані проміжки на числовій прямій; знайти точно або наближено числа; нанести їх на числову пряму; встановити відповідність. Наведені в роботі спроби розв'язання вказують на відсутність як будь-якого впорядкування дій, так і розуміння понять похідної та інтеграла. Наприклад, запис

$$\int_1^3 f(x)\,dx = 3 - 1 = 2$$

свідчить про те, що поняття інтеграла у свідомості учня дуже далеке від поняття площі, отже, знання про інтеграл вкрай формальні.

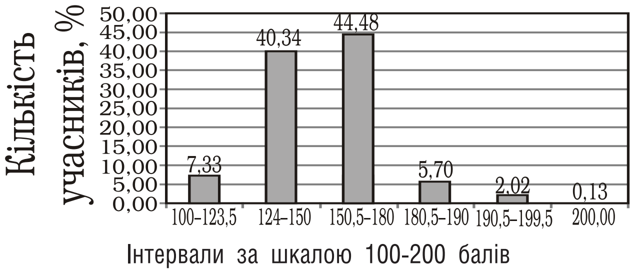
На завершення зазначимо, що учні, здібні до математики, наведених вище помилок практично не допускають. «Автори» ж цих помилок реагували на них приблизно однаково: «Справді… Як же це я? Я ж це знаю». У тому то й справа, що знання не завжди стають присвоєними цінностями, тобто елементами особистої культури. Це означає, що вроджені здібності можуть досить успішно компенсувати спеціальну роботу вчителя, спрямовану на підвищення рівня математичної культури. Тоді, як для інших учнів така допомога вкрай необхідна. Окремі заходи і засоби розвитку математичної культури можна розробити, враховуючи структурні компоненти останньої. Це може бути, наприклад:

- постійне удосконалення техніки обчислень, зокрема спонукання учнів до раціоналізації обчислень, до використання прийомів усних обчислень, до контролю правдоподібності результату;
- привчання учнів здійснювати перевірку розв'язання задачі, навчання спеціальним прийомам перевірки: повна або часткова перевірка, розгляд частинних випадків, розв'язання іншим способом;
- систематичне розв'язування задач різними способами як самостійний засіб розвитку математичної культури, оцінка їх раціональності;
- ретельна робота по формуванню математичних понять, яка включає спонукання учнів до обґрунтування висновків при виконанні вправ на розпізнавання, до ілюстрації означень власними прикладами тощо.

Очевидно, наведені рекомендації не є вичерпними.

Доцільно також ознайомлювати учнів 9 — 11 класів з результатами ЗНО з математики за попередні роки [3], демонструючи діаграми, на яких показано розподіл результатів зовнішнього незалежного оцінювання за кількістю набраних балів (мал. 3) і за 200-бальною шкалою (мал. 4). Вони, зокрема, свідчать про те, що 170 — 180 балів отримує багато учнів (понад 40% у кожній сесії). Але з такими балами конкурентоспроможність абітурієнтів не є високою, і для вступу на державне місце у престижний університет інколи не вистачає кількох десятих.

Мал. 3



Мал. 4

На діаграмах також наочно видно, що чимало учнів (понад 7 % у кожній сесії) не спромоглися набрати мінімально необхідну кількість балів.

Корисними для учнів і вчителів стануть матеріали пункту «Загальні висновки щодо результатів тестування за доменом змісту», що міститься в Офіційному звіті про проведення зовнішнього незалежного оцінювання навчальних досягнень випускників загальноосвітніх навчальних закладів, який щороку готує Український центр оцінювання якості освіти [3].

Як приклад наведемо фрагмент висновків за 2013 рік, що стосується виконання учнями завдань з планіметрії.

«Усього завдань — 12 (по шість у кожній сесії). Складність завдань — у межах від 10 % до 70 %, зокрема складність завдань з вибором однієї правильної відповіді — від 20 % до 70 %. Легкими є завдання 6 першої сесії та завдання 1 другої сесії. Завдання 15 і 20 першої сесії та всі завдання з короткою відповіддю — складні. Решта завдань — оптимальні за складністю.

Розглянемо результати розв'язання завдання 14 другої сесії, яке було спрямоване на перевірку як теоретичних знань (знання теореми синусів), так і уміння їх застосувати (застосування теореми до розв'язування трикутників). Підкреслимо, що в умові завдання було наголошено на необхідності використати зазначену вище теорему для розв'язання завдання.

Помилки, яких припустилися більше, ніж половина учасників тестування, розв'язуючи це завдання, пов'язані не лише із незнанням формулювання теореми синусів. Головна проблема — невміння визначати невідомий член заданої пропорції. Принагідно згадаймо результати розв'язання завдання 1 першої сесії: кожен третій помилився, визначаючи m із пропорції

$$\frac{m}{2}=\frac{3}{n}.$$

Отже, відсутність базових знань та умінь, які учні мають набути під час навчання математики (до 7 класу), алгебрі та геометрії в основній школі, призводить до втрати можливості опанувати навчальний матеріал з математики старшої школи навіть на середньому рівні навчальних досягнень.

На окрему увагу заслуговують завдання з теми «Координати та вектори на площині» на встановлення відповідності. Ці завдання (двох сесій) виявилися оптимальними за складністю. Проте не можна не зазначити, що кожен п'ятий в обох сесіях не розв'язав жодної з чотирьох мікрозадач, зокрема, не обчислив відстань від точки A (8; 6) до осі x, не визначив довжину вектора за заданими координатами» [3, *288*].

Наприкінці хочеться ще раз підкреслити, що характер помилок, яких припускаються випускники під час написання ЗНО, свідчить про те, що навіть високий рівень навчальних досягнень у школі сам собою не забезпечує високого рівня математичної культури. Над її формуванням у підростаючого покоління слід починати працювати ще з дошкільного віку, а розвивати її необхідно протягом усього часу вивчення і використання математики.

ЛІТЕРАТУРА

1. Гладкий А. В. Об уровне математической культуры выпускников средней школы // Математика в школе. — 1990. — № 4. — С. 7 — 9.

2. Лодатко Є. О. Математична культура як феномен сучасного інформаційного суспільства // Рідна школа. — 2004. — № 9. — С. 24 — 26.

3. Офіційний звіт про проведення зовнішнього незалежного оцінювання навчальних досягнень випускників загальноосвітніх навчальних закладів у 2013 р. [Електронний ресурс]. — Режим доступу: http://testportal.gov.ua/reports/

4. Снегурова В. И. Технология использования индивидуализированной системы задач как средство развития математической культуры учащихся (на примере изучения алгебры и начал анализа 10 класса). Дисс. ... канд. пед. наук. — СПб, 1998. — 156 с.

5. Школьний О. В., Захарійченко Ю. О. Методичні особливості підготовки до розв'язування завдань ЗНО з математики (частина 1) // Математика в сучасній школі. — 2013. — № 1. — С. 2 — 9.