Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т.Г.Шевченка

Природничо-математичний факультет

Кафедра математики та економіки

Кваліфікаційна робота

освітнього ступеня «магістр»

на тему

«Організація підсумкового повторення та систематизації знань учнів з алгебри»

Виконала:

студентка 6 курсу , групи 61,

спеціальності

014 Середня освіта (математика)

Федоренко Олена Миколаївна

Науковий керівник:

к.п.н., доцент Музиченко С.В.

Чернігів – 2021 рік

Роботу подано до розгляду «______» ____________________ 20___ року.

Студент____________________ ____________________

(підпис) (прізвище та ініціали)

Науковий керівник ____________________ ____________________

(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент ____________________ ____________________

(підпис) (прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри математики та економіки.

Протокол № _____ від «____»_______________20____року.

Студента допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри ____________________ ____________________

(підпис) (прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП

Систематизація та узагальнення здобутих знань та вмінь займає важливе місце у процесі математичної підготовки учнів. Ця проблема набула особливої актуальності у зв'язку із запровадженням таких форм підсумкового контролю та оцінювання навчальних досягнень учнів як ДПА та ЗНО. Запорукою успіху є цілісність знань, усвідомлення числених зв'язків між елементами навчального матеріалу. Така якість математичної компетентності учня забезпечує можливість самостійного мислення. Залежність результатів від того, чи ознайомлений учень з конкретним типом задач, зводиться до мінімуму. Отже, підсумкове повторення навчального матеріалу покликане привести поняття та факти в струнку систему, розкрити зв'язки і відношення між її елементами, вивести знання на новий якісний рівень.

Питаннями систематизації знань займались ще видатні педагоги минулого, такі як Я.А. Коменський, А. Дістервег та інші. Вперше у вітчизняній методиці математики задача формування в учнів системи наукових знань була чітко сформульована в кінці 30-х років, коли зазнав невдачі експеримент із вивченням основ наук при опрацюванні так званих комплексів та проектів. Знання, отримані у такий спосіб, були фрагментарними та ізольованими. Тому одним із провідних принципів навчання став принцип систематичності та послідовності.

В радянський час над проблемами узагальнення та систематизації знань працювало багато педагогів, зокрема дидакти І.Я. Лернер, В.О. Онищук [29], методисти В.П. Іржавцева, Л.Я. Федченко [18] та інші. Особливий внесок у вирішення проблеми формування цілісних знань учнів з математики належить П.М. Ерднієву – автору концепції укрупнення дидактичних одиниць [11]. Дослідженнями психологічних закономірностей засвоєння та запам'ятовування навчального матеріалу зокрема з математики займалися Я.Й. Грудьонов [9], З.І. Слєпкань [32].

На сьогодні характер методичної літератури значно змінився. Для широкого загалу вчителів завдяки розвитку ІТ став більш доступним обмін досвідом, який можна здійснювати через публікації методичних розробок на освітніх сайтах (https://vseosvita.ua, https://super.urok-ua.com/, https://urok.osvita.ua/, http://teacher.at.ua/ та інші). Проте видавництво методичних посібників, у яких би публікувалися та популяризувалися результати сучасних наукових досліджень, є поодиноким явищем. Зокрема і стосовно проблеми узагальнення та систематизації знань нам не вдалося виявити таких сучасних джерел. На їх відсутність також вказують і вчителі.

Аналіз шкільної практики навчання математики, результатів написання учнями тематичних та підсумкових робіт свідчить про те, що на сьогодні відсутність чіткої системи знань серед випускників 9-х класів не є поодиноким явищем. Бесіди з учнями та вчителями показали, що деяка частина вчителів спеціально не займається цією проблемою, інші розуміють підсумкову систематизацію досить односторонньо, зводячи її до організації уроків узагальнюючого повторення. І навіть узагальнююче повторення дуже часто підміняється простим повторенням матеріалу, в процесі якого учні розв’язують вправи безпосередньо взяті із відповідних збірників завдань для ДПА. В останній час ситуація ускладнюється також і необхідністю здійснювати навчальний процес у дистанційній формі.

Вище зазначеним обумовлена актуальність вивчення проблеми підсумкового повторення шкільних математичних курсів, зокрема курсу алгебри 7-9х класів, в сучасних умовах.

Загальною метою написання даної роботи є розробка методики систематизації та узагальнення знань учнів у процесі підсумкового повторення курсу алгебри 7-9-х класів.

Об’єкт дослідження – процес навчання алгебри у 7-9-х класах.

Предметом дослідження є методична система підсумкового повторення курсу алгебри 7-9-х класів.

Відповідно до мети, обумовленої предметом дослідження, були поставлені такі завдання:

- розглянути психологічні аспекти узагальнення та систематизації як розумових операцій та дидактичні характеристики їх як етапів навчання;

- розглянути методичні особливості організації повторення навчального матеріалу;

- вивчити стан проблеми у шкільній практиці;

- розробити методичну систему підсумкового повторення курсу алгебри 7-9-х класів та експериментально перевірити її ефективність.

Для виконання поставлених цілей та завдань використовували наступні методи:

- емпіричні (бесіди з учителями та учнями, спостереження за навчальним процесом в школі, вивчення педагогічного досвіду, експеримент);

- теоретичні (аналіз наукової, навчально-методичної літератури, аналіз чинних програм та шкільних підручників, навчальних посібників та збірників завдань для державної підсумкової атестації).

Методологічною основою дослідження є концепція компетентнісного підходу у навчанні, положення дидактики та методики навчання математики про роль задач і вправ у формуванні знань і вмінь, концепція особистісної орієнтації освіти, теорія укрупнення дидактичних одиниць, нормативні документи МОН України.

Практичне значення дослідження полягає у можливості використання описаної методики у практиці викладання алгебри у школі; матеріали магістерської роботи можуть бути використані студентами під час проходження педагогічної практики, написання курсових (дипломних) робіт.

Магістерська робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаних джерел (38 найменувань) та додатку.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1.Психологічні аспекти організації повторення навчального матеріалу

1.1.1.Узагальнення і систематизація як розумові операції

Будь-який процес мислення передбачає здійснення певних окремих розумових дій або їх комбінацій. До загальних розумових дій, як відомо, психологи насамперед відносять аналіз і синтез, порівняння, абстрагування і конкретизацію, узагальнення і спеціалізацію. Ці розумові дії або операції є провідними в мисленнєвих процесах. Слід зазначити, що у будь-якому конкретному процесі мислення усі ці розумові операції не здійснюються ізольовано одна від одної, а тісно переплітаються. Крім них у психології також розглядають певні комбінації розумових дій, які називають прийомами розумової діяльності. До них відносять так званий аналіз через синтез, встановлення і використання аналогій, класифікацію, систематизацію.

Однією з найважливих розумових дій є операція ***порівняння.*** З її допомогою ми виявляємо спільне та відмінне у різних предметах та явищах. Відповідно розрізняють дві форми порівняння: співставлення (виділяють спільне) та протиставлення (виділяють відмінне). Очевидно, що порівняння лежить в основі прийому класифікації. Власне з порівняння часто розпочинається будь-який процес пізнання. При цьому, залежно від поставленої мети або змісту об’єктів, що порівнюються, ступінь складності операцій порівняння може бути різним.

У процесі вивчення математики учням доводиться порівнювати об’єкти та їх властивості (квадрат суми і сума квадратів, лінійні рівняння з одним і двома невідомими, арифметична та геометрична прогресії), відношення між об’єктами (тотожності та відмінності, рівносильності і нерівносильності), способи розв’язування задач (розв’язування лінійних рівнянь і лінійних нерівностей) тощо. Крім того, порівняння є обов’язковою умовою абстрагування та узагальнення, які лежать в основі формування математичних понять. Адже саме порівнянню належить провідна роль у виявленні істотних ознак предметів та явищ. Проте порівняння не дозволяє розкрити всі внутрішні зв'язки та закономірності досліджуваних об'єктів, а, отже, і здійснити більш глибоке їх пізнання. Тому процес пізнання не обмежений лише порівнянням, у ньому задіяні й інші розумові операції, насамперд, аналіз та синтез.

Аналіз у перекладі з грецької означає розкладання, розчленування, поділ, тоді як *синтез* – з'єднання, об'єднання, складання. Відповідно, у психології ***аналіз*** визначають як уявне розчленування предмета чи явища з метою виявлення його складових елементів, частин або окремих властивостей. Завдяки аналізу здійснюється виокремлення об'єкта з випадкових несуттєвих зв'язків, які фіксуються сприйняттям. Предметом аналізу можуть стати будь-які реальні чи абстрактні предмети, явища та їх властивості. Він необхідний для розуміння їхньої сутності, але одного лише аналізу недостатньо. Для повноцінного усвідомлення сутності досліджуваного об'єкта необхідне поєднання аналізу з синтезом. ***Синтез***, як операція обернена до аналізу, є уявним об'єднанням у єдине ціле компонентів або властивостей предмета, які були виокремлені у процесі аналізу. Отже, «аналіз і синтез є протилежними й водночас нерозривно пов'язаними процесами, які безперервно переходять один в одного. Вони входять до будь-якого мисленнєвого акту та в єдності забезпечують повне і глибоке пізнання дійсності» [34, с.19].

Проте перелічені розумові дії не вичерпують собою всіх проявів мислення. Принципово відмінними від названих і не менш важливими для процесів пізнання є операції абстрагування та узагальнення. Під ***абстрагуванням*** зазвичай розуміють уявне виділення окремих ознак і властивостей предметів чи явищ, істотних для даного дослідження, та свідоме нехтування неістотними. Психологи відзначають важливу роль операції абстрагування у теоретичному пізнанні: «Застосування операції абстрагування у пізнавальній діяльності дає змогу більш глибоко та повно відображати складні явища об'єктивної дійсності. Так, високим рівнем абстрактності характеризується, зокрема, наукове теоретичне мислення, яке має провідне значення у створенні понять, які, в свою чергу, є основами будь-яких знань» [34, с.20].

Кожне математичне поняття – це абстракція. Наприклад, щоб сформувати поняття функції, вчитель наводить приклади різних залежностей між змінними – як величинами, так і об'єктами будь-якої природи: залежність між шляхом і часом при рівномірному русі, залежність між кількістю відшитих з одного сувою тканини одиниць виробу та необхідною кількістю тканини на один виріб, залежність між черговими в класі та днем тижня тощо. Для формування поняття потрібно виділити суттєві спільні властивості та абстрагуватись від несуттєвих.

Абстрагування лежить в основі ще однієї важливої розумової операції – узагальнення. Під ***узагальненням*** психологи розуміють дію, яка полягає у виявленні певної суттєвої властивості, якою володіють деякі об'єкти, та на цій підставі об'єднання їх у єдине ціле. Якщо абстрагування – це перехід від матеріальних об'єктів до нематеріального поняття, то узагальнення – перехід від абстрактних понять до знову абстрактного. Наприклад, абстрагування: конкретні залежності – функція, узагальнення: $y = 2x + 3$, $y = -x$, $y = x - 1$ – лінійна функція.

В математиці узагальнювати можна не тільки поняття, а й твердження, задачі, способи дій. Так, складання алгоритму деякого методу розв'язування задач здійснюється шляхом узагальнення розв'язань кількох задач даним методом. Наприклад, виведення формули для коренів квадратного рівняння можна здійснити як узагальнення способу розв'язування квадратних рівнянь через виділення квадрата двочлена.

Завдяки узагальненням ми можемо оперувати не окремими предметами або явищами, а їх певними сукупностями, «фіксувати способи досягнення схожих цілей у схожих умовах, замінювати знання багатьох випадків знанням одного принципу» [34, с.20]. Отже, у процесі пізнання узагальнення зводиться до відкидання специфічних одиничних ознак і зосередження на тих, які є спільними для низки окремих предметів.

Під операцією ***класифікації*** розуміють групування об’єктів за певними ознаками. Класифікація здійснюється на основі порівняння та узагальнення. Класифікація сприяє впорядкуванню знань та глибшому розумінню їхньої смислової структури. Логічно правильна класифікація передбачає чітке визначення її мети та ознак об’єктів, які їй підлягають. З точки зору логіки класифікація – це розбиття множини предметів на підмножини, що не перетинаються.

Крім класифікації впорядкуванню знань сприяє операція ***систематизації***, яку визначають як «упорядкування знань на основі гранично широких спільних ознак груп об’єктів. На відміну від класифікації систематизація забезпечує розмежування та подальше об’єднання не окремих об’єктів, а їх груп і класів» [34, с.20].

У контексті навчання математики, систематизація знань передбачає впорядкування вивченого матеріалу, виділення ключових його компонентів та встановлення існуючих зв’язків між ними.

1.1.2.Пам’ять та її закономірності

Пам’ять людини є складною системою. Цикл перетворення інформації складається з: запам’ятовування, зберігання, відтворення і забування. Важливою умовою в ефективності діяльності людини є вище згадані процеси запам’ятовування інформації.

Запам’ятовування – це процес пам’яті, який приймає, відбирає і фіксує інформацію завдяки нейронам у мозку людини. На повноту і осмисленість запам’ятовування перш за все суттєво впливають кількісні та якісні характеристики процесу збереження в пам’яті людини потрібної інформації.

Запам’ятовування може відбуватися у мимовільній або довільній формі. Це залежить від конкретної мети кожної людини усвідомленого наміру закріплювати і зберігати отриману нею інформацію. Важливим є те, що мимовільне запам’ятовування відбувається без бажання людини запам’ятовувати отриману інформацію, та користуватися нею в майбутньому. Наприклад, легким текстам людина приділяє менше уваги, тому вони запам’ятовуються значно гірше ніж тексти середньої складності. Ставлення людини до складних текстів набагато серйозніше. Обробка інформації відбувається сумлінніше, активно пропрацьовується матеріал.

Для більш повноцінного засвоєння необхідного навчального матеріалу, використання в майбутньому набутих умінь та навичок є довільне запам’ятовування. Довільне запам’ятовування відбувається з поставленою метою людини запам’ятати отриману нею інформацію, завчити і зберегти отримані знання для майбутнього використання.

Способи довільного запам’ятовування

Логічні

(засновані на виявленні внутрішніх зв’язків у матеріалі):

-групування матеріалу за значенням і змістом;

-співвіднесення нового з уже відомим;

-класифікація;

-систематизація матеріалу;

-пошук асоціацій за схожістю, суміжністю, контрастом.

Мнемонічні

(засновані на внесенні у матеріал штучних зв’язків):

-змістові знання про внутрішню структуру матеріалу відсутні;

-змістові знання важко виявити.

Комбінований спосіб заучування є найбільш раціональним, а частковий спосіб заучування є найменшраціональним. Ефективність запам’ятовування кожної людини залежить від її здатності швидко, точно і тривало запам’ятати матеріал; від віку людини; серйозності, та важливості знань для неї; особливістю інформації, яку потрібно запам'ятати.

До мнемічного запам'ятовування існують такі прийоми:

-утворення смислових фраз із початкових букв інформації, що запам'ятовується;

-підбір малюнків, яскравих картинок, незвичайних образів, які поєднуються з запам'ятовуваним текстом;

-запам'ятовування за допомогою асоціювання із співзвучними словами.

Математичних мнемонічних фраз чи асоціацій не так багато, адже для математики на першому місці стоїть розуміння матеріалу, а вже потім – заучування його елементів, зокрема формул, правил. Методично доцільним є їх використання у тригонометрії, яка містить багато подібних між собою і тому складних для заучування формул. Наприклад, ефективним є відоме мнемонічне правило для формул зведення. Можна навести кілька корисних правил і для курсу матемематики 5-6-х класів. Учні цього віку ще не дуже добре можуть керувати процесами усвідомленої навчально-пізнавальної діяльності, тому такі правила можуть становити істотну допомогу у заучуванні матеріалу. Наприклад, учні перестають плутати чисельник і знаменник, якщо пов'язати термін «**зн**аменник» зі словом «**зн**изу» на основі того, що вони починаються з однакових літер. Також для розкриття дужок корисною є подібна фонетична асоціація: «**мін**ус – **мін**яй, **п**люс – **п**ереписуй»; для додавання раціональних чисел – правило «доданки **різ**них знаків – шукай **різ**ницю модулів». Формулу $s = vt$ доцільно асоціювати зі словом «світ». Широко відомими є мнемонічні правила для множення раціональних чисел: як говорить народна мудрість що друг мого друга –це мій друг. Шкільний курс алгебри вимагає більш усвідомленого ставлення до навчального матеріалу, тому запорукою запам'ятовування стає розуміння. Наприклад, якщо учень добре володіє поняттям степеня з натуральним показником, то й не буде плутати формули, що виражають його властивості. Якщо усвідомлює, що куб суми – це добуток многочленів, то й не сплутає з формулою суми кубів.

У цьому зв’язку цікавими є висновки експертів міжнародного моніторингу PISA щодо ролі заучування в опануванні математикою. Вони протиставляють дві стратегії запам’ятовування математичних формул:

-чи розуміли учні матеріал коли його запам’ятовували;

-чи застововували заучений на пам’ять матеріал до вирішення задач на практиці.

Порівнюючи досягнення учасників моніторингу та їх відповіді на питання анкети щодо вибору стратегії навчання, експерти підсумували, що у деяких випадках заучування корисне, завдяки йому учні можуть розмірковувати над задачею, зменшується хвилювання учнів, швидше оперують цифрами та формулами при розв’язанні більш легких задач. Щоб мати більш високі успіхи в математиці, старшокласникам потрібно вивчати її більш креативно, вдумливо, амбіційно, розуміючи вивчений матеріал [38].

При раціональній організації довільного запам'ятовування в навчанні, пов’язуючи його з цілеспрямованістю та мотивацією до успіху, логічним усвідомленням, та яке відбувається у сприятливих умовах, воно забезпечує найбільш повне і міцне засвоєння навчального матеріалу. Формами мнемічної активності є мимовільне і довільне запам’ятовування. Вони взаємопов’язані. Для дітей дошкільного і шкільного віку продуктивнішим є мимовільне запам’ятовування, а для підлітків і дорослих довільне.

Запам’ятовування ділиться в залежності від ступеня розуміння матеріалу:

-механічне (фронтальне): здійснюється формально, без розуміння суті та логіки матеріалу (запам’ятовується лише зовнішні особливості об’єктів на сенсорному рівні);

-смислове (логічне): грунтується на утворенні зв’язків, які відображають істотні і закономірні відносини між об’єктами.

Розуміння матеріалу забезпечує ефективність запам’ятовування, як мимовільного так і довільного. Оволодіння розумовими логічними операціями формує прийоми смислового запам’ятовування (рис.1).

Мимовільно високий рівень знань забезпечується класифікацією, порівнянням, аналізом, синтезом.

Рис. 1. Етапи логічного запам'ятовування

Отже, взаємодія мнемічних і розумових способів забезпечує якісне навчання. Розумово засвоєний учнями матеріал відноситься до способу логічного запам'ятовування.

Зберігання - це процес, що забезпечує протягом тривалого часу пам'ятати вивчений матеріал.

Відтворення – це поновлення в пам'яті вивченого матеріалу, яке здійснюється у руховій та вербальній формі та є показником і наслідком якості запам'ятовування.

Найпростіше відтворення в умовах повторного сприйняття є впізнавання. Впізнавати легше ніж пригадувати.

Власне відтворення – це поновлення матеріалу в пам'яті, яке відбувається мимовільно або добровільно. Мимовільне відтворення становить потік думок викликаних асоціаціями, діями, образами, емоціями.

Активних вольових і розумових зусиль вимагає від людини – пригадування. Відтворення необхідної інформації з тривалої пам’яті відбувається у наслідок пригадування.

Відтворення людиною образів свого життєвого шляху називається спогадами. Минуле життя людина у спогадах порівнює із подіями у суспільстві.

Мнемічний процес забування призводить до зменшення обсягу запам’ятованого і втрати чіткості, прогалин у відтворенні та блокує процес впізнання.

Для зменшення забування необхідно повторювати матеріал в перші два дні після вивчення, а саме:

-перший день – 2-3 повторення;

-другий день – 1-2 повторення;

-сьомий день – одне повторення;

-потім повторення з інтервалом у 10 днів.

Заучування великої кількості матеріалу в стислі строки призводить до психологічного та розумового перевантаження, та забування інформації в короткий проміжок часу.

Підсумовуючи вище викладане, доцільно відмітити, що систематичне повторення матеріалу є набагато ефективніше у більш якісному запам’ятовуванні та відтворенні вивченої інформації з подальшим її використанням.

1.2. Етапи узагальнення та систематизації знань при вивченні алгебри у 7-9 класах

Необхідність систематизації та узагальнення знань учнів пов’язана з багатьма причинами. По-перше, не можна уникнути процесу забування, що приводить до зменшення об’єму знань, труднощам та помилкам, а іноді і до повної неможливості відтворення матеріалу, який вивчався раніше. По-друге, повертаючись до раніше вивченому матеріалу, створюються умови для отримання нових знань, міцного закріплення та поглиблення. По-третє, це дає можливість вчителю організувати роботу із усунення недоліків у знаннях учнів.

Щороку вивчення алгебри починається з повторення системи узагальнених і систематизованих за змістом курсу знань, умінь і навиків учнів за всі попередні роки навчання (на обов'язковому рівні). Після достатнього повторення проводиться контроль і корекція знань, умінь і навичок з обов'язковим виведенням не лише необхідності, але і можливості поглиблення і подальшого розширення знань, умінь і навичок учнів.

Від узагальнення і систематизації на кожному уроці необхідно переходити до динамічного узагальнення відповідної теми в цілому, а від узагальнення і систематизації однієї, двох, трьох і так далі тем – до узагальнення і систематизації розділу і змістовної лінії. І кожного разу узагальнення і систематизація проводиться з обов'язковим виділенням і активізацією головних, основних знань, навиків і умінь учнів.

Кожний рік закінчується узагальненням і систематизацією знань, умінь та навичок учнів.

Залежно від ролі і місця у навчальному процесі розрізняють такі етапи узагальнення і систематизації.

1. Первинні узагальнення – найбільш елементарні узагальнення, здійснювані під час сприйняття (безпосереднього і опосередкованого) і усвідомлення навчального матеріалу.

2. Локальні (частинні), або понятійні узагальнення здійснюються на уроці в процесі роботи над засвоєнням нових понять (на етапі осмислення знань).

3. Міжпонятійні (або поурочні) узагальнення і систематизація полягають у встановленні між поняттями, що вивчають на уроці, загальних та істотних ознак і властивостей, у переході від менш загальних до більш загальних понять, в об'єднанні засвоєних понять у системи, у розкритті зв'язків і відношень між елементами даної системи, розміщенні їх у певному порядку і раціональній послідовності.

4. Тематичні узагальнення і систематизація повинні забезпечити засвоєння цілої системи або циклу понять, що вивчаються протягом довгого часу, складових змісту значних розділів програми.

5. Підсумкові узагальнення і систематизація служать для встановлення зв'язків і відношень між системами знань, засвоєними в процесі опанування цілого курсу, засвоєння цілісної системи знань з окремих галузей наук.

6. Міжпредметні узагальнення і систематизація здійснюються з кількох споріднених предметів (наприклад, з математики, фізики, хімії та ін.) на спеціальних уроках міжпредметного узагальнювального повторення.

Таким чином, по мірі вивчення математики в школі необхідність систематизації та узагальнення знань значно зростає. Без впровадження в навчання цього процесу неможливо досягнути тих цілей, які ставить школа в навчанні математиці.

Сформулюємо деякі методичні принципи систематизації та узагальнення знань, яких, на нашу думку, доцільно дотримуватися при вивченні математики взагалі і курсу алгебри 7-9 класів зокрема.

До системи вправ для формування кожного поняття необхідно включати вправи систематизуючого характеру. Учням доцільно пропонувати вправи, спрямовані на узагальнення і конкретизацію алгебраїчних понять, їх класифікацію, виділення спільного і відмінного між поняттями та їх властивостями.

Наприклад, формуючи поняття раціонального виразу, учням доцільно запропонувати питання на зразок таких.

1) Чи є звичайний дріб раціональним виразом? А дробовим виразом?

2) Чи кожен раціональний вираз є цілим виразом? Чи кожен цілий вираз є раціональним виразом?

3) Чи існують дроби, які є цілими виразами?

4) Чи тотожні поняття «дріб» і «дробовий вираз»?

Також, корисним буде завдання серед наведених виразів вибрати цілі, дробові, дроби, раціональні дроби; навести власні приклади різних видів раціональних виразів. Доцільно порівняти класифікацію раціональних виразів та раціональних чисел тощо.

Систематизація знань не повинна зводитися лише до окремих уроків на заключному етапі вивчення конкретної теми. Учнів постійно потрібно залучати до порівняння і зіставлення математичних об’єктів та їх властивостей. На висновках систематизуючого характеру варто наголошувати на етапі підбиття підсумків кожного уроку. До домашніх завдань необхідно включати вправи на повторення, особливо, якщо вивчення нової теми потребує актуалізації певних знань.

Для систематизації знань доцільно використовувати узагальнюючі схеми, таблиці та інші засоби наочності.

1.3. Повторення, види і способи використання у навчанні.

У процесі навчання повторенню пройденого навчального матеріалу відводиться особливе місце. Факторами, що забезпечують інтелектуальний розвиток учнів, досягнення ними глибоких та міцних знань є правильно організована систематизація і повторення пройденого матеріалу. Вивчення нового матеріалу без належних знань раніше пройденого, без уміння збереження у пам’яті та застосування його у період вивчення нових тем буде створювати великі труднощі та не матиме належних наслідків. Вивчений матеріал – це фундамент для нового. Він збагачує та розширює раніше вивчені теми і поняття.

Отже, метою повторення є встановлення логічних зв’язків між повторно досліджуваним та раніше вивченим матеріалом; збагачення пам’яті, розширення кругозору; систематизація отриманих знань.

Повторення поєднується на уроках з вивченням нового матеріалу:

- встановлюється логічний зв’язок з раніше пройденими темами;
- проводиться поєднання та посилання на пройдений матеріал;
- закріплення нового матеріалу в процесі порівняння раніше вивченим.

Повторення дозволяє вчителям та учням поєднувати раніше вивчене з новим матеріалом, при виконанні практичних вправ та самостійних робіт використовувати для розвитку і перевірки. Особливо важливе поєднання нового матеріалу з старими, раніше вивченими знаннями, без яких не можливо встановити логічний зв’язок для усвідомлення і поняття правильного вирішення завдань.

Для вчителя повторення вивченого матеріалу це творча робота, забезпечення чіткого зв’язку між новим матеріалом та темами і видами повторення. Продумана система повторення це ціле мистецтво. Від правильної та глибоко продуманої організації та реалізації повторення залежить міцність та якість знань учнів. Закріплення та повторення раніше пройденого матеріалу є незаперечною та невідємною частиною кожного уроку.

У методиці викладання математики розрізняють такі види повторення вивченого:

1.Повторення на початку року. На перший план на початку року для повторення визначаються теми які напряму поєднуються з новими навчальними планами. Поряд з цим потрібно не забувати повторювати і інші теми.

Поєднання двох завдань, а саме проведення повторення основного матеріалу за попередні роки та набагато глибше повторення матеріалу, пов’язаного з новими темами, що безпосередньо зв’язані між собою, є першочерговим завданням вчителя. Повторення більш важкого матеріалу проводиться в класі, менш важкий надається для повторення учнями самостійно в дома.

2.Поточне повторення пройденого. Систематичне повторення неможливе без поточного повторення раніше пройденого матеріалу у процесі вивчення нових тем. Це дуже важливо, бо таке повторення встановлює органічний зв’язок між раніше вивченими та новими темами. Разом з вчителем учні відтворюють в пам’яті раніше вивчені знання, які необхідні для тісного поєднання з вивченням нового навчального матеріалу.

Наприклад, вивчення теми «Додавання раціональних дробів» спирається на додавання звичайних дробів. Тому доцільно спочатку пригадати різні випадки зведення звичайних дробів до спільного знаменника: $\frac{2}{5}+\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}+\frac{4}{15}$; $\frac{4}{15}+\frac{7}{20}$, а потім розглянути аналогічні випадки для раціональних дробів: $\frac{2a}{b}+\frac{3}{a}$; $\frac{3}{2a^2}+\frac{5}{6a^2b}$; $\frac{5}{6a^2b}+\frac{2}{ab^3}$.

У іншому випадку повторюваний матеріал може не мати безпосереднього зв'язку з новим матеріалом. При поточному повторенні учням пропонуються завдання з різних розділів програми.

Важливим є здійснення поточного повторення знань учнями під час виконання домашніх завдань. Повторення, включене в домашні завдання, також проводиться повторно на початку або в кінці уроку, або в період опитування учнів протягом уроку.

Супутне повторення доповнює повторне. Воно не вноситься в календарні плани, немає спеціально відведеного часу, але є невідємною частиною кожного ураку. Від досвіду вчителя залежить успіх повторення та закріплення знань учнями, усунення неточностей в знаннях, встановлення зв’язку з новим матеріалом та нагадування давно пройденого і забутого.

3.Тематичне повторення. Воно особливо важливе і має велике значення при повторенні кожної теми або цілого розділу, тому що систематизація знань учнів з кожної теми на завершальному етапі вивчення, або після деякого періоду часу, забезпечує більш повніше і якісніше запам’ятовування пройденого матеріалу.

Тематичне повторення проводиться на запланованих уроках. Працюючи над конкретною темою залишаються лише найважливіші питання, які варто знову повторити, їх менше, вони узагальнюючі але охоплюють основний матеріал.

Зазвичай, перд уроком тематичного повторення проводиться самостійна робота, результати якої аналізуються на наступному уроці. Допущені учнями помилки стають приводом для обговорення.

Вчитель на уроці повторення організовує шляхом бесіди з учнями. Домашне завдання на дану тему важливе, бо наступним уроком проводиться контрольна робота по темі повторення включаючи всі основні питання. Після контрольної роботи на уроці в класі проводиться розбір помилок та повторення матеріалу для їх усунення.

Для вчитеня корисним є визначення основних питань та складання логічного плану по темі повторення та підсумкових схем.

Схеми і таблиці показують спільне для понять, що повторюються, їх взаємозв'язок та логічну послідовність. Даний процес оформлення в таблицях питань, підбір прикладів і задач по цих питаннях є писимовою формою вправ при узагальнюючому і систематизуючому повторенні.

Наприклад: вивчення особливо важливих при повторенні випадків корисно згрупувати за їх певною ознакою. Класифікація матеріалу учням допоможе розрізнити та запам'ятати вивчений матеріал.

4.Заключне (підсумкове) повторення. Воно проводиться на етапі завершення вивчення курсу математики. Повторення яке здійснюється при вивченні матеріалу розділу логічному зв'язку з матеріалом курсу вцілому і називається заключним повторенням.

Цілі заключного повторення:

-поновлення в пам'яті основних понять і ідей курсу математики, їх розвиток та теоретичне і практичне застосування;

-повторення як розширення глибини знань учнями основних питань та їх закріплення по темах курсу математики;

-перебудова та інший підхід до давно вивченого та приєднання до нього матеріалу передбаченого програмою з метою його поглиблення.

Заключне повторення буває і узагальнююче. Воно проводиться вкінці навчального року або в кінці вивчення курсу. Узагальнююче повторення далеко непростий переказ давно вивченого матеріалу. Вчителю потрібно підбирати питання, які змусять учнів мислити, самостійно аналізувати та узагальнювати, працювати з різною літературою та іншими джерелати інформації (інтернет, тощо).

При підготовці до іспитів учнів не слід обмежувати повторенням по завданнях, які приведуть до шаблонних відповідей та безсистемності. Повторення потрібно організовувати продумано, розумно і правильно, тільки тоді воно сприятиме поглибленню раніше отриманих знань, їх систематизації, більш повному осмисленню теоретичних і практисних знань та навиків, що в цілому принесе позитивний результати.

1.4. Проектування цілей і змісту підсумкового повторення курсу алгебри 7-9 класів

На сьогодні організація ефективної навчально-пізнавальної діяльності учнів на уроках підсумкового повторення курсу алгебри в 9 класі має специфічну особливість, яка обумовлена специфікою структури та змісту сучасних контрольно-вимірювальних матеріалів, умовами проведення тестування, методами оцінки результатів виконання роботи. Аналіз структури та змісту тестових завдань ДПА з математики, специфікації тестів, критеріїв оцінювання розв'язування окремих завдань та системи оцінювання роботи в цілому показує, що при новій формі підсумкової атестації змінився підхід в оцінюванні результатів навчання.

Кожне тестове завдання ДПА [13] з математики характеризується поєднанням наступних параметрів:

1) змісту навчального матеріалу, який перевіряється;

2) типу завдання (з вибором однієї правильної відповіді, з короткою відповіддю, з розгорнутою відповіддю);

3) рівня складності (базовий, підвищений, високий);

4) виду пізнавальної діяльності (знання і розуміння, застосування знань і вмінь у знайомій ситуації, застосування знань і умінь в зміненій ситуації,

застосування знань і умінь у новій ситуації);

5) критеріїв оцінювання.

Система завдань контрольно-вимірювальних матеріалів з кожної змістовної лінії курсу математики дозволяє визначити повноту і рівень оволодіння учнями основними компонентами змісту освіти: знаннями, включаючи поняття, факти, методи пізнання, евристики, оціночні знання; уміннями застосовувати знання в типовій, зміненій чи новій ситуації; досвідом творчої діяльності, який проявляється в умінні проаналізувати ситуацію, розробити математичну модель, вибрати відомий спосіб розв’язування або знайти новий спосіб, привести обґрунтування або доведення правомірності дій, математично грамотно записати розв’язування відповідно до заданих вимог; системою норм емоційно-ціннісних відносин, оволодіння якою проявляється в розумінні учнями вимог до повноти і грамотності розв’язування задачі, критичності мислення, самоконтролі, самооцінці і виражається в грамотному запису розв’язання задач третього і четвертого рівня державної підсумкової атестації з математики у відповідності до критеріїв оцінювання. Оцінка правильності виконання всіх запропонованих завдань тесту з математики дозволяє виявити рівень підготовки випускника з предмету і розглядати якість його підготовки з точки зору набуття ним досвіду пізнавальної діяльності, досвіду здійснення способів діяльності, досвіду творчої діяльності, досвіду здійснення емоційно- ціннісних відносин, тобто, з точки зору набуття ним математичної компетентності.

Основою ефективної організації навчальної діяльності учнів на етапі підсумкового повторення є не тільки розуміння вчителем особливостей сучасного підходу до оцінювання освітніх результатів, а й врахування висновків, отриманих при аналізі результатів ДПА з математики. Аналіз цих результатів дозволив виявити конкретні недоліки в математичній підготовці випускників 9-х класів стосовно курсу алгебри. Зокрема, проведений аналіз виявив слабку підготовку учнів з математики з питань: виконання спільних дій над звичайними і десятковими дробами; перетворення многочленів;

перетворення алгебраїчних дробів; перетворення виразів, що містять степені з цілим показником; перетворення ірраціональних виразів; дробово-раціональних рівнянь і нерівностей; визначення властивостей функції за допомогою графіка і аналітично; формальне засвоєння матеріалу окремих тем; невміння перетворити ситуацію, описану в задачі, в типову ситуацію на основі аналізу і переформулювання умови задачі; невміння самостійно розробляти план розв'язування; невміння побудувати логічно грамотний ланцюжок міркувань, що приводить до розв'язування завдання.

Характерними недоліками результатів навчання численної групи слабо підготовлених учнів є прогалини в предметних знаннях і уміннях. Рівень підготовки учнів, шкільні навчальні досягнення яких оцінені на достатньому або високому рівнях, відрізняється тим, що останні відчувають дефіцит загальнонавчальних умінь, який не дозволяє їм успішно справлятися з розв'язуванням нестандартних завдань. Однією з основних причин наявних недоліків у математичній підготовці учнів є несформованість компонентів самостійної навчально-пізнавальної діяльності.

Тому діяльність вчителя математики з підготовки учнів 9-х класів до підсумкової атестації має бути спрямована на реалізацію особистісно-діяльнісного, компетентнісного підходів до навчання. Мета відповідної діяльності вчителя може бути конкретизована такими завданнями: мотивація самостійної навчально- пізнавальної діяльності учнів по підготовці до ДПА на початку навчального року; ознайомлення учнів з особливостями структури та змісту тестових завдань, вимогами до виконання окремих завдань, системою оцінювання результатів ДПА, процедурою проведення ДПА з математики; організація самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів з підготовки до ДПА на основі діяльнісного та компетентнісного підходів. При організації підсумкового повторення слід враховувати, що відповідна підготовка включає не тільки підсумкове повторення матеріалу, а й організацію самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів, яка передбачає систематичне повторення курсу математики, корекцію знань і умінь, самоосвіту учнів і безпосередню підготовку до ДПА на уроках підсумкового повторення.

Відбір змісту навчання математики на етапі підготовки до підсумкової атестації в цілому і на уроках підсумкового повторення також вимагає відповідності індивідуальним цілям навчання, а значить, повинен здійснюватися диференційовано. Це означає, що в основі диференціації завдань, які використовуються для організації самостійної навчально-пізнавальної діяльності учнів в рамках деякого розділу курсу алгебри, повинні бути наступні параметри: обсяг змісту навчального матеріалу, що підлягає повторенню; рівень складності завдання; вид пізнавальної діяльності учнів; спосіб дій; тип формулювання завдання. Підбір завдань за даними параметрами створить умови для забезпечення всім випускникам реалізації їх індивідуальних цілей. Для одних випускників головне завдання - корекція знань, умінь та їх закріплення за допомогою завдань базового рівня, для інших - актуалізація знань і розширення кола посильних для них завдань, а для третіх - збагачення досвіду творчої діяльності при розв’язуванні задач високого рівня складності. Підбір завдань за видами пізнавальної діяльності і способам дій дозволяє вчителю організувати самостійну навчальну діяльність учнів з урахуванням рівнів їх математичної підготовки на етапі підсумкового повторення, а учням продемонструвати свою математичну компетентність при розв’язуванні задач ДПА.

РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА ОРГАНІЗАЦІЇ ПІДСУМКОВОГО ПОВТОРЕННЯ ТА СИСТЕМАТИЗАЦІЇ ЗНАНЬ УЧНІВ З АЛГЕБРИ

2.1. Огляд цілей та змісту шкільного курсу алгебри

Основні завдання навчання алгебри у 7-9-х класах, згідно програми [36], полягають у формуванні вмінь виконувати тотожні перетворення цілих виразів (7-й клас), дробових та ірраціональних виразів (8-й клас), які в свою чергу лежать в основі вмінь розв'язувати рівняння, нерівності та їх системи. Важливим завданням є також формування уявлень учнів про математичне моделювання через залучення їх до моделювання за допомогою рівнянь, їх систем, а також і функцій, реальних процесів і явищ, зокрема при розв'язуванні задач прикладного характеру.

Порівняно із курсом математики 5-6-х класів при вивченні математики, зокрема і алгебри, у 7-9-х класах зростає рівень строгості обґрунтувань математичних тверджень: застосовуються не лише індуктивні, а й дедуктивні міркування. Це має сприяти розвитку логічного мислення учнів. Алгоритмічна культура школярів продовжує вдосконалюватися у процесі опанування правилами-орієнтирами та алгоритмічними приписами розв'язування типових задач, значна кількість яких вивчається у курсі алгебри (наприклад, алгоритм методу підстановки розв'язування систем рівнянь, алгоритм методу інтервалів розв'язування раціональних нерівностей тощо).

У 8-му класі завершується формування уявлень учнів про числові множини. Доповненням множини раціональних чисел множиною ірраціональних чисел започатковується процес формування поняття дійсного числа, який знаходить своє продовження вже у вузівських курсах вищої математики.

Тотожні перетворення як раціональних (цілих та дробових), так й ірраціональних виразів становлять основу шкільного курсу алгебри. Важливо забезпечити формування умінь школярів виконувати основні види перетворень таких виразів, що є передумовою подальшого успішного засвоєння математики та використання математичного апарату під час вивчення інших шкільних предметів. Поняття степеня з натуральним показником розширюється до степеня з цілим показником, обґрунтовуються його властивості.

Зростання обсягу вмінь та навичок перетворень виразів забезпечує можливості для розвитку лінії рівнянь та нерівностей. Ключовими поняттями лінії є поняття рівносильного рівняння та рівняння-наслідку. Відповідно процес розв’язування рівняння тлумачиться як ланцюжок замін даного рівняння рівносильними йому але простішими рівняннями. Курс передбачає вивчення двох основних типів раціональних рівнянь з одним невідомим: лінійних та квадратних, а також рівнянь, які зводяться до одного з цих типів, зокрема і дробових раціональних рівнянь. Також розглядаються лінійні рівняння та рівняння другого степеня з двома невідомими, а також їх системи. Щодо останніх, то значна увага приділяється графічному методу розв’язування.

Як уже зазначалося, значне місце у курсі алгебри належить застосуванню рівнянь до розв’язування різноманітних сюжетних задач. Текстові задачі розглядають щоразу, як тільки учні опановують новий тип рівнянь. При цьому важливе значення надається формуванню умінь аналізувати умову задачі, будувати проміжні моделі у вигляді рисунків, схем, таблиць та застосовувати евристичні схеми пошуку розв’язання задачі за допомогою рівняння.

Елементарні уявлення учнів про нерівності доповнюються і розширюються за рахунок вивчення властивостей числових нерівностей. Поряд з вивченням лінійних та квадратних рівнянь з однією змінною вивчають і відповідні типи нерівностей. Проте у часі вивчення рівнянь та нерівностей розділене. Щодо систем, то програмою базового рівня передбачено лише вивчення систем двох лінійних нерівностей з однією змінною.

Поняття функції та супутні йому загально-функціональні поняття вводяться у 7-му класі. Тут же вивчають лінійну функцію, її види, властивості та графік. Ці знання використовуються для графічного розв’язування лінійного рівняння з двома змінними та систем двох таких рівнянь. Інші види функцій розглядаються паралельно із розгортанням змістової лінії виразів. Зокрема у 8-му класі у процесі вивчення теми «Раціональні вирази» вивчається обернена пропорційність $y=\frac{k}{x}$. Під час вивчення теми «Квадратні корені» учні ознайомлюються з функціями, $y=x^2$ і $y=\sqrt{x}$ та їх властивостями. У 9-му класі вивчають квадратичну функцію. Її властивості використовуються для розв'язування квадратних нерівностей функціонально-графічним методом.

Отже, функціональна змістова лінія пронизує весь курс алгебри 7-9-х класів і розвивається в тісному зв'язку з лініями тотожних перетворень, рівнянь і нерівностей. Властивості функцій аналітично не доводять, а встановлюють їх за графіками, тобто на основі наочних уявлень. Основне завдання цього етапу навчання – розвиток функціонального мислення учнів та графічної культури. Відповідно, у навчальній програмі зазначено: «Під час вивчення функцій чільне місце відводиться формуванню умінь будувати й аналізувати графіки функцій, характеризувати за графіками функцій процеси, які вони описують, спроможності розуміти функцію як певну математичну модель реального процесу» [36].

Також на уроках алгебри у 9-му класі учні ознайомлюються з основними поняттями комбінаторики, теорії ймовірностей та статистики.

2.2. Вимоги до математичної підготовки учнів з курсу алгебри 7-9-х класів

Очевидно, що одним із завдань підсумкового повторення курсу алгебри 7-9-х класів є підготовка девятикласників до ДПА. Зазвичай, основним орієнтиром та джерелом дидактичних матеріалів у процесі такої підготовки є збірники завдань, що використовуються для проведення атестації, як, наприклад, [13]. Зміст завдань таких збірників мусить відповідати чинним навчальним програмам, зокрема програмі [36], адже вимоги до математичної підготовки учнів визначені саме у програмі. Щоб систематизувати атестаційні завдання з алгебри, з'ясувати розподіл рівнів складності завдань за частинами атестаційної роботи ми склали таблицю відповідності завдань вимогам програми.

<table>
<tr><td>Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів</td><td>Приклади завдань ДПА,
орієнтованих на перевірку відповідних очікуваних результатів навчання</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема 1. ЦІЛІ ВИРАЗИ</td></tr>
<tr><td>Учень/учениця:
розв’язує вправи, що передбачають:
- обчислення значень виразів зі змінними;
- зведення одночлена до стандартного вигляду;
- перетворення добутку одночлена і многочлена, суми, різниці, добутку двох многочленів у многочлен;
- розкладання многочлена на множники способом винесення спільного множника за дужки, способом групування, за формулами скороченого множення та із
- застосуванням декількох способів;
- використання зазначених перетворень у процесі розв’язування рівнянь,
- доведення тверджень</td><td>1.1. Знайдіть значення виразу $0,5a+b$ при $a=-1,2$, $b=2$.
А) 1,4; Б) –1,4; В) –2,6; Г) 2,6.

1.2. Якому одночлену дорівнює вираз $-0,4a^4b^2\cdot100a^2b^3$?
А) $-4a^6b^5$; Б) $-40a^8b^6$; В) $-4a^8b^6$; Г) $-40a^6b^5$.

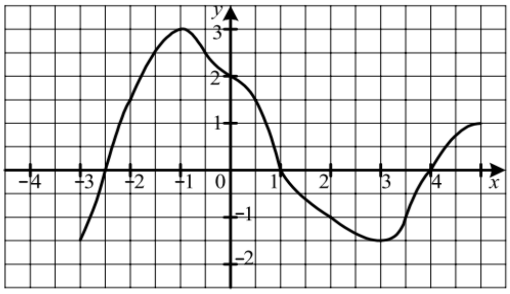
1.1. Спростіть вираз $(m-3)(m+3)-m(m+2)$.
А) $-2m-9$; Б) $9-2m$; В) $2m-9$; Г) $2m+9$.

1.4. Який вираз є квадратом двочлена?
А) a^2+4b^2; В) a^2+4b^2+2ab;
Б) a^2-4b^2; Г) a^2+4b^2-4ab.

1.5. Розкладіть на множники многочлен $6x^2+7x-5$.
А) $\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x+\frac{5}{3}\right)$; В) $(2x-1)(3x+5)$;
Б) $\left(x+\frac{1}{2}\right)\left(x-\frac{5}{3}\right)$; Г) $(2x+1)(3x-5)$.

2.2. Розв’яжіть рівняння $x^3-2x^2-9x+18=0$.

3.1. Доведіть, що вираз $(x+3)(x^2-3x+9)-(x^2-6)(x-1)$ набуває додатних значень при всіх дійсних значеннях x. Якого найменшого значення набуває цей вираз і при якому значенні x?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема 2. ФУНКЦІЇ</td></tr>
<tr><td>Учень/учениця:
розв’язує вправи, що передбачають:
-знаходження області визначення функції;
-знаходження значення функції за даним значенням аргументу;
-побудову графіка лінійної функції;</td><td>1.3. Яка область визначення функції $y=\sqrt{8-2x}$?
А) (4; +∞); Б) (–∞; 4]; В) (–∞; 4); Г) [4; +∞).
1.8. Областю визначення якої функції є проміжок (9; +∞)?
А) $y=\sqrt{x+9}$; Б) $y=\frac{9}{\sqrt{x+9}}$; В) $y=\sqrt{x-9}$; Г) $y=\frac{9}{\sqrt{x-9}}$.
1.5. Графіком якої функції є горизонтальна пряма?
А) $y=\frac{1}{9}$; Б) $y=\frac{1}{9}-x$; В) $y=\frac{1}{9}x+1$; Г) $y=\frac{1}{9}x$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><td>- знаходження за графіком функції значення функції за даним значенням аргументу і навпаки;
- визначення окремих характеристик функції за її графіком (додатні значення, від'ємні значення, нулі);</td><td>1.6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку [–3; 5]. Користуючись рисунком, знайдіть множину розв'язків нерівності $f(x) > 0$.

А) [–2,5; 1];
Б) (–2,5; 1);
В) (–2,5; 1) ∪ (4; 5];
Г) [–2,5; 1] ∪ [4; 5].</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема 3. ЛІНІЙНІ РІВНЯННЯ ТА ЇХ СИСТЕМИ</td></tr>
<tr><td>Учень/учениця:
розв'язує:
- лінійні рівняння з однією змінною і рівняння, що зводяться до них;
- текстові задачі за допомогою лінійних рівнянь з однією змінною;
- системи двох лінійних рівнянь з двома змінними, вказаними у змісті способами;
-текстові задачі за допомогою систем двох лінійних рівнянь з двома змінними</td><td>1.3. Розв'яжіть рівняння $\frac{2x+1}{5} = \frac{1}{4}$.
А) $\frac{1}{6}$; Б) $\frac{1}{8}$; В) $\frac{1}{5}$; Г) $\frac{1}{2}$.

1.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 4x - 7y = 1, \\ 2x + 7y = 11. \end{cases}$
А) (2; 1); Б) (1; 2); В) (3; –2); Г) (–2; 3).

3.2. У першому бідоні було молоко з масовою часткою жиру 2 %, а в другому — 5 %. Скільки треба взяти молока з кожного бідона, щоб отримати 12 кг молока, масова частка жиру якого дорівнює 4 %?
3.2. За 12 зошитів і 8 олівців заплатили 52 грн. Скільки коштує зошит і скільки — олівець, якщо 7 зошитів дорожчі за 4 олівці на 13 грн?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Тема 4. РАЦІОНАЛЬНІ ВИРАЗИ</td></tr>
<tr><td>Учень/учениця:
розв'язує вправи, що передбачають:
- скорочення дробів;
-зведення дробів до спільного знаменника;
- знаходження суми, різниці, добутку, частки дробів;
-тотожні перетворення раціональних виразів;
-розв'язування рівнянь зі змінною в знаменнику дробу;
- перетворення степенів з цілим показником;
- запис числа в</td><td>1.2. Скоротіть дріб $\frac{3b}{3b-9}$.
А) $\frac{b}{b-3}$; Б) $\frac{b}{3b-3}$; В) $\frac{b}{b-9}$; Г) $\frac{b}{3b-1}$.
1.3. Спростіть вираз $\frac{7x+5}{1-3x} + \frac{4x+6}{3x-1}$.
А) –1; Б) 1; В) $\frac{11x+11}{1-3x}$; Г) $\frac{11x+11}{3x-1}$.
1.3. Виконайте додавання: $\frac{4n-3m}{n} + \frac{n^2+3m^2}{mn}$.
А) $\frac{n^2+4mn-6n^2}{mn}$; Б) n^2+4; В) $n+4$; Г) $\frac{n+4m}{m}$.
2.4. Спростіть вираз $\frac{b+2}{b^2-2b+1} : \frac{b^2-4}{3b-3} - \frac{3}{b-2}$.
2.4. Розв'яжіть рівняння $\frac{x+2}{4x-1} + \frac{x-2}{4x+1} = \frac{6x+3}{16x^2-1}$.</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>стандартному вигляді;
- побудову графіка функції $y = \frac{k}{x}$</td>
<td>

1.2. Подайте у вигляді степеня вираз $a^{-16} \cdot a^{6} : a^{-5}$.

А) a^{-5}; Б) a^{2}; В) a^{-15}; Г) a^{5}.

1.1. Яке з чисел записано у стандартному вигляді?

А) $0,6 \cdot 10^{-4}$; Б) $1,6 \cdot 10^{-3}$; В) $25,7 \cdot 10^{-2}$; Г) 710.

1.6. Визначте формулу оберненої пропорційності, якщо її графіку належить точка A (–3; 6).

А) $y = -\frac{2}{x}$; Б) $y = \frac{2}{x}$; В) $y = -\frac{18}{x}$; Г) $y = \frac{18}{x}$.

</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Тема 5. КВАДРАТНІ КОРЕНІ. ДІЙСНІ ЧИСЛА</td>
</tr>
<tr>
<td>Учень/учениця:
розв’язує вправи, що передбачають:
-застосування поняття арифметичного квадратного кореня для обчислення значень виразів, спрощення виразів, розв’язування рівнянь, порівняння значень виразів;
-перетворення виразів із застосуванням винесення множника з-під знака кореня, внесення множника під знак кореня, звільнення від ірраціональності в знаменнику дробу;
-побудову графіків функцій
$y = x^2$, $y = \sqrt{x}$;</td>
<td>

1.2. Спростіть вираз $12\sqrt{2} - \sqrt{32}$.

А) $6\sqrt{2}$; Б) $8\sqrt{2}$; В) $4\sqrt{2}$; Г) $12\sqrt{2}$.

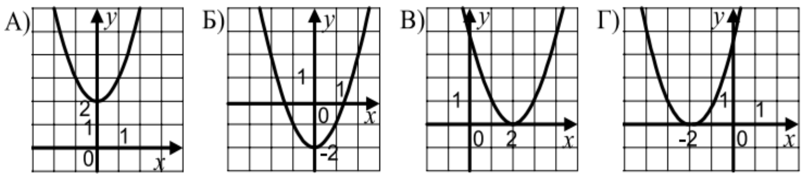
2.2. Чому дорівнює значення виразу $\left(2\sqrt{6} - 5\sqrt{27} + \sqrt{243}\right)\sqrt{3} - \sqrt{72}$?

1.4. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу $\frac{18}{\sqrt{6}}$.

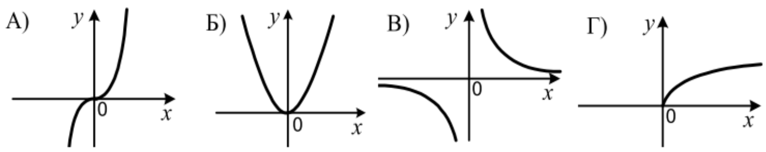
А) $3\sqrt{6}$; Б) $2\sqrt{6}$; В) $6\sqrt{6}$; Г) $9\sqrt{6}$.

2.1. Спростіть вираз $\frac{a}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} : \left(\frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b} - \sqrt{a}} - \frac{\sqrt{b} + \sqrt{a}}{\sqrt{b}}\right)$.

1.7. На якому з рисунків зображено графік функції $y = x^2 - 2$?



1.5. На одному з рисунків зображено графік функції $y = \sqrt{x}$. Укажіть цей рисунок.



</td>
</tr>
<tr>
<td colspan="2">Тема 6. КВАДРАТНІ РІВНЯННЯ</td>
</tr>
<tr>
<td>Учень/учениця:
розв’язує вправи, що передбачають:
-знаходження коренів квадратних рівнянь;
-розкладання квадратного тричлена на множники;
-знаходження коренів рівнянь, що зводяться до квадратних;
-складання і розв’язування квадратних рівнянь та рівнянь, що зводяться</td>
<td>

1.4. Чому дорівнює сума коренів рівняння $x^2 - 21x - 10 = 0$?

А) 21; Б) –21; В) 10; Г) –10.

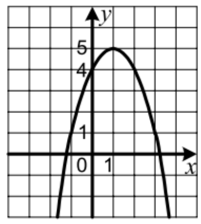
1.5. Розкладіть на множники многочлен $x^2 + 2x - 3$.

А) $(x-1)(x+3)$; В) $(x+1)(x-3)$;

Б) $(x-1)(x-3)$; Г) $(x+1)(x+3)$.

3.2. З одного міста в інше, відстань між якими дорівнює 300 км, виїхали одночасно два автомобілі. Один із них рухався зі швидкістю на 10 км/год більшою, ніж інший, а тому прибув до пункту призначення на 1 год раніше від нього. Знайдіть швидкість кожного з автомобілів.

</td>
</tr>
</table>

до них, як математичних моделей прикладних задач	
Тема 7. НЕРІВНОСТІ	
Учень/учениця: розв’язує: лінійні нерівності з однією змінною; системи лінійних нерівностей з однією змінною	**1.6.** Яка з систем нерівностей має єдиний розв’язок? А) $\begin{cases} x \ge -3, \\ x \le -2; \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x > -2, \\ x < -3; \end{cases}$ В) $\begin{cases} x > -3, \\ x < -3; \end{cases}$ Г) $\begin{cases} x \ge -3, \\ x \le -3. \end{cases}$ **1.4.** Розв’яжіть систему нерівностей $\begin{cases} -3x \ge -21, \\ 6x \ge 24. \end{cases}$ А) $x \ge 7$; Б) $4 \le x \le 7$; В) $x \ge -7$; Г) $-7 \le x \le 4$. **1.5.** Яке з чисел є розв’язком нерівності $2\frac{1}{3} < \frac{x}{3} < 3\frac{2}{3}$? А) 6; Б) 7; В) 10; Г) 12. **2.3.** Знайдіть найменший цілий розв’язок нерівності $\frac{2x+1}{6} - \frac{x-4}{4} > 2$. **2.1.** Розв’яжіть систему нерівностей $\begin{cases} x - \frac{x+1}{3} - \frac{x-2}{6} < 2, \\ 2x - 9 \le 6x + 3. \end{cases}$
Тема 8. КВАДРАТИЧНА ФУНКЦІЯ	
Учень/учениця: розв’язує вправи, що передбачають: -побудову графіка квадратичної функції; -розв’язування квадратних нерівностей; -знаходження розв’язків систем двох рівнянь з двома змінними, з яких хоча б одне рівняння другого степеня; -складання і розв’язування систем рівнянь з двома змінними як математичних моделей прикладних задач	**2.3.** Скільки цілих чисел містить множина розв’язків нерівності $(2x-3)(x+1) \le x^2 + 9$?  **1.6.** На рисунку зображено графік функції $y = -x^2 + 2x + 4$. Користуючись рисунком, знайдіть проміжок спадання функції. А) $(-\infty; 1]$; Б) $[1; +\infty)$; В) $(-\infty; 5]$; Г) $[4; +\infty)$. **2.2.** Знайдіть координати точок перетину прямої $2x - y + 2 = 0$ і параболи $y = 2x^2 + 5x - 7$. **2.1.** Розв’яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x - 3y = 4, \\ xy - 6y = 1. \end{cases}$ **3.3.** Розв’яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x^2 - 8xy + 16y^2 = 4, \\ xy + 4y^2 = 6. \end{cases}$ **3.2.** Перший робітник виготовляє 96 однакових деталей на 2 год швидше, ніж другий 112 таких деталей. Скільки деталей виготовляє щогодини кожний робітник, якщо перший робить за годину на 2 деталі більше, ніж другий?
Тема 9. ЧИСЛОВІ ПОСЛІДОВНОСТІ	
Учень/учениця: розв’язує вправи, що передбачають: -обчислення членів прогресії; - задання прогресій за даними їх членами або співвідношеннями між ними; -обчислення сум	**2.2.** Знайдіть суму шістнадцяти перших членів арифметичної прогресії (a_n) , якщо $a_1 = 1$, $a_5 = 3{,}4$. **1.6.** Знайдіть дев’ятий член арифметичної прогресії, перший член якої $a_1 = 15$, а різниця $d = -4$. А) –17; Б) –13; В) –9; Г) –21. **2.3.** Знайдіть номер члена арифметичної прогресії 3; 10; 17; …, який дорівнює 164. **2.3.** Знайдіть четвертий член нескінченної геометричної прогресії зі знаменником $\frac{1}{3}$, сума якої дорівнює –81.

перших n членів арифметичної й геометричної прогресій; -використання формул загальних членів і сум прогресій для знаходження невідомих елементів прогресій	**2.4.** Знайдіть суму шести перших членів геометричної прогресії (b_n), якщо $b_4 = 24$, а знаменник $q = -2$. **1.5.** Яка з послідовностей є геометричною прогресією? А) 6; 18; 54; 162; В) 3; 8; 13; 18; Б) 10; 2; 3; 5; Г) 21; 19; 17; 15 . **1.4.** Знайдіть знаменник геометричної прогресії (b_n), якщо $b_6 = \frac{14}{15}$; $b_7 = \frac{2}{3}$. А) $\frac{3}{7}$; Б) $\frac{5}{7}$; В) $\frac{7}{5}$; Г) $\frac{7}{3}$.
Тема 10. ОСНОВИ КОМБІНАТОРИКИ, ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА СТАТИСТИКИ	
Учень/учениця: розв’язує задачі, що передбачають: -використання комбінаторних правил суми та добутку; -знаходження ймовірності випадкової події; -обчислення частоти випадкової події; -подання статистичних даних у вигляді таблиць, діаграм, графіків	**1.7.** У коробці лежать 10 білих і 5 червоних куль. Яку найменшу кількість куль треба вийняти навмання з коробки, щоб ймовірність того, що серед них обов’язково будуть 2 білі кулі, дорівнювала 1? А) 5 куль; Б) 6 куль; В) 7 куль; Г) 10 куль. **1.8.** Яка ймовірність того, що при киданні грального кубика випаде число, яке не кратне 3? А) $\frac{1}{6}$; Б) $\frac{1}{3}$; В) $\frac{2}{3}$; Г) $\frac{5}{6}$. **1.8.** Чому дорівнює середнє значення вибірки 5, 6, 6, 7, 8, 8, 9, 11, 12? А) 7; Б) 8; В) 9; Г) 11.

Як видно з таблиці, практично всі типові завдання, визначені навчальною програмою, за невеликим винятком, можуть бути запропоновані учням під час ДПА. Відсутніми серед завдань ДПА виявилися текстові задачі, які моделюються за допомогою лінійних рівнянь з однією змінною. Це пояснюється тим, що вміння розв’язувати текстові задачі перевіряється за допомогою задач, які моделюють системи рівнянь або дробові раціональні рівняння.

Водночас, серед завдань ДПА є багато завдань, які безпосередньо не описані у вимогах програми. Це завдання, які є комбінованими або такими, що вимагають від учнів застосувати знання у відносно нестандартній ситуації. Наприклад:

1) При яких значеннях p і q графік функції $y = x^2 + px + q$ проходить через точки $A\,(1;-4)$і $B(-2;5)$?

Завдання відноситься до теми «Квадратична функція», а його розв'язування зводиться до розв'язування системи лінійних рівнянь з двома змінними.

2) Чому дорівнює значення виразу $3x_1x_2 - x_1 - x_2$, де x_1 і x_2 – корені рівняння $x^2 + 12x + 19 = 0$?

Завдання передбачає застосування теореми Вієта, але про це прямо у ньому не вказано.

Відбір таких завдань дозволяє спланувати диференційовану роботу з учнями з різним рівнем підготовки та очікувань від атестації.

2.3. Використання інтеграційних можливостей функціональної змістової лінії для підсумкового повторення

Процес засвоєння учнями нових знань досить тривалий і передбачає кілька етапів: розуміння, набуття досвіду практичного використання, запам'ятовування. Його аналітико-синтетичний характер виявляється у тому, що навчальний матеріал розбивають на дрібні частини, кожну з яких опрацьовують окремо (аналіз). Водночас, якісне засвоєння математики неможливе без усвідомлення та формування зв'язків кожної нової порції матеріалу з раніше розглянутим (синтез). Саме ці зв'язки і забезпечують цілісність знань. Відсутність або слабкість таких зв'язків призводить до того, що учні знають окремі факти, формули, теореми, але не можуть їх застосовувати для розв'язування задач, які містять кілька логічних кроків або передбачають комплексне використання фактів з різних тем.

Розглянемо, наприклад, тему «Квадратні рівняння. Теорема Вієта».

Задача 1. Чому дорівнює сума коренів рівняння $x^2 - 4x + 5 = 0$?

Переважна більшість учнів відповідає, що за теоремою Вієта сума коренів цього рівняння дорівнює 4. Тобто навіть безпосередня близькість тем не забезпечує формування зв'язків між ними, якщо на цьому не акцентувати.

Задача 2. Число – 3 є коренем рівняння $2x^2 + 3x + a = 0$. Знайдіть другий корінь і значення a.

Більшість учнів схильна спочатку шукати значення a, підставивши у рівняння даний корінь, а потім розв’язувати відновлене рівняння за дискримінантом (адже воно не зведене). Очевидно, що набагато раціональніше спочатку знайти другий корінь, скориставшись твердженням про суму коренів з теореми Вієта, а потім знайти a, використавши твердження про добуток.

Задача 3. Складіть квадратне рівняння, корені якого більші за відповідні корені рівняння $x^2 + 4x - 9 = 0$ на 2.

Знайшовши дискримінант, який не є квадратом цілого числа, учні переважно не знають, як завершити розв’язання задачі. Тобто, застосування теореми Вієта у нестандартних ситуаціях викликає значні утруднення.

Тому вважаємо, що одним із основних завдань підсумкового повторення є актуалізація та зміцнення внутрішньо предметних зв’язків.

На нашу думку, з цією метою методику організації підсумкового повторення курсу алгебри 7-9 класів доцільно розробляти на основі методу укрупнення дидактичних одиниць (УДО) [11]. Як відомо, даний метод передбачає об’єднання у цілісну змістову одиницю логічно пов’язаних між собою елементів навчального матеріалу, таких, як, наприклад, взаємно обернені дії та твердження, аналогічні або протилежні поняття тощо. У контексті підсумкового повторення реалізацію методу УДО ми бачимо у виявленні ключових розділів курсу, які мають розгалужені внутрішньо предметні зв’язки, та використанні їх як приводу для повторення інших тем курсу.

Проведений нами аналіз збірників завдань для ДПА з математики випускників 9-х класів засвідчив, що близько 25% завдань з алгебри безпосередньо стосуються функціональної змістової лінії. І це не випадково. Адже дана змістова лінія не тільки відіграє важливу роль у формуванні математичної компетентності учнів, а й має неабияке значення для розвитку їх математичної культури та світогляду. Крім того, вчення про функцію так чи інакше пов’язане із більшістю інших тем шкільного курсу алгебри. Тому ми вважаємо можливою і доцільною організацію підсумкового повторення курсу алгебри через призму повторення відомостей про функції, їх властивості та графіки. Окреслимо деякі напрямки використання інтеграційних можливостей функціональної змістової лінії для підсумкового повторення шкільного курсу алгебри.

Загально-функціональні поняття	*Типові вправи з інших розділів шкільного курсу алгебри*
Значення функції	Обчислення значень числових виразів
Множина значень функції	Знаходження найбільшого / найменшого значення виразу
Нулі функції	Розв’язування рівнянь з одним невідомим
Проміжки знакосталості	Розв’язування нерівностей з однією змінною
Область визначення функції	Розв’язування рівнянь та нерівностей з однією змінною, їх систем; знаходження ОДЗ виразів, рівнянь
Графік функції	Графічне розв’язування рівнянь, нерівностей, систем
Зростання / спадання функції	Порівняння чисел

Наприклад, знаходження нулів аналітично заданих функцій можна повязати із повторенням усіх видів рівнянь, які вивчалися у курсі алгебри 7-9-х класів. У свою чергу, повторення рівнянь створює передумови для повторення текстових задач, розв’язування яких передбачає складання відповідних рівнянь.

Опорний конспект з теми «Функції»	*Завдання з теми «Функції»*	*Супутні теми для повторення*
Нуль функції – значення аргументу, при якому значення **функції** дорівнює нулю. 	Знайти нулі функцій:	
	1) $f(x) = -1{,}5x + 9$	Лінійні рівняння
	2) $f(x) = x^2 - 4x - 21$	Квадратні рівняння
	3) $f(x) = \dfrac{x+8}{x-1}$	Дробові раціональні рівняння
	4) $f(x) = \lvert x+4 \rvert - 3$	Рівняння з модулем

Звичайно, не можна говорити про повторення у такий спосіб абсолютно всього навчального матеріалу курсу алгебри. Але у цьому немає і потреби, адже кожен учень за час навчання певні знання накопичив. Важливо, що така схема повторення за належної організації дозволяє виявити прогалини та сприяє формуванню цілісної системи знань. А ціле, як відомо, більше за суму.

2.4. Залучення учнів до тематичної систематизації у процесі підсумкового повторення

У сучасній освіті актуальним є питання оновлення начально-виховного процесу, який будується відповідно до потреб особистості та індивідуальних можливостей дітей, зростання їх самостійності та творчої активності. Необхідно організувати навчання, зокрема і повторення вивченого, відповідно до здібностей дитини, її здатності до навчання і таланту. Зміни неможливі без застосування на уроках інтерактивних технологій, які ґрунтуються на діалозі, моделюванні ситуацій вибору, вільному обміні думками, авансуванні успіху.

У п. 1.4 ми зазначали, що однією з основних причин прогалин у математичній підготовці учнів є несформованість компонентів самостійної навчально-пізнавальної діяльності. Тому вважаємо доцільним на етапі підсумкового повторення активне залучення учнів до цього процесу.

Починаючи повторення і систематизацію навчального матеріалу в 9 класі, ми пропонуємо об’єднати учнів класу у гетерогенні (різнорідні) групи по 5-6 осіб. Кожна з груп отримує певну тему для повторення. Для груп розробляються запитання, відповіді на які можна знайти в різних джерелах інформації. Кожна з груп отримує консультацію вчителя. Група розробляє план повідомлення, звітує і записує на дошці певні положення виготовляє наочність: роздатковий матеріал, таблиці, опорні конспекти. Кожен член групи виступає за планом.

Застосування інтерактивних технологій вимагає старанної підготовки вчителя та учнів. Вони повинні навчатися успішно спілкуватися, використовувати навички активного слухання, висловлювати особисті думки, переконувати й бути переконливими й толерантними, розуміти інших, ставити запитання і відповідати на них.

Кооперативна (групова) навчальна діяльність — це форма (модель) організації навчання в малих групах учнів, об'єднаних спільною навчальною метою. За такої організації навчання вчитель керує роботою кожного учня опосередковано, через завдання, якими він спрямовує діяльність групи. Кооперативне навчання відкриває для учнів можливості співпраці зі своїми ровесниками, дає змогу реалізувати природне прагнення кожної людини до спілкування, сприяє досягненню учнями вищих результатів засвоєння знань і формування умінь.

Співробітництво, на відміну від конкуренції та індивідуальної діяльності, забезпечує:

- вищий рівень досягнень і більшу продуктивність;
- панування більш турботливих, чуйних взаємин;
- міцне психологічне здоров'я дітей, соціальну компетентність і самоповагу.

Суттєвими компонентами співробітництва є позитивна взаємозалежність, особистісна взаємодія, індивідуальна й групова підзвітність, навички міжособистісного спілкування і спілкування в невеликих групах, обробка даних про роботу групи.

Оптимальною вважаємо групу з трьох-шести осіб. Групи з двох осіб (пара) забезпечують високий рівень обміну інформацією і низький рівень розбіжності думок. Групи з трьох осіб - найстабільніша групова структура. П'five осіб — оптимальна кількість навчальної групи. Об'єднання в групи вчитель може здійснювати на добровільних засадах або за результатами жеребкування.

2.5. Система уроків підсумкового повторення курсу алгебри

Програма з алгебри у 9-му класі передбачає резерв 18 годин [43]. Ми пропонуємо 8 уроків провести із залученням учнів до тематичного повторення.

Поурочне тематичне планування до проведення уроків представлене в таблиці.

№ уроку	*Тема уроку*
Урок № 1.	Функції, їх властивості та графіки.
Урок № 2.	Дійсні числа та дії над ними.
Урок № 3.	Вирази.Тотожні перетворення виразів.
Уроки № 4-5.	Рівняння. Розв’язування задач складанням рівнянь.
Уроки № 6-7.	Рівняння з двома невідомими. Системи рівнянь. Розв’язування задач складанням систем рівнянь.
Урок № 8.	Нерівності. Системи нерівностей.

Перший урок доцільно провести вчителю традиційно. На цьому уроці варто розглянути якомога більше простіших вправ на перевірку засвоєння окремих дій. Багатокрокові завдання доцільно залишити для наступних уроків. Переважну кількість вправ слід розглянути усно. Це дає можливість без великих затрат часу багаторазово «програвати» типові ситуації та прийоми міркувань, проводити роботу з формування логічної та мовної культури учнів. Пропонуємо на уроці використати презентацію (додаток А).

Розпочинаючи наступні уроки, вчитель на етапі мотивації пропонує розв’язати завдання (по можливості – зі збірника для ДПА), яке належить до функціональної змістової лінії. Далі до повторення відповідної теми долучаються учні, які готувались до цього уроку.

2.5.1. Дійсні числа та дії над ними.

Завдання для мотивації:

1) Функцію задано формулою $f(x)=x^2-4$. Знайдіть $f(-3)$.

2) Обчисліть значення функції $f(x)=\frac{3}{x}$ в точці $x_0=\frac{1}{3}$.

3) Обчисліть значення функції $f(x)=\frac{1}{6}x+7$ в точці $x_0=-12$.

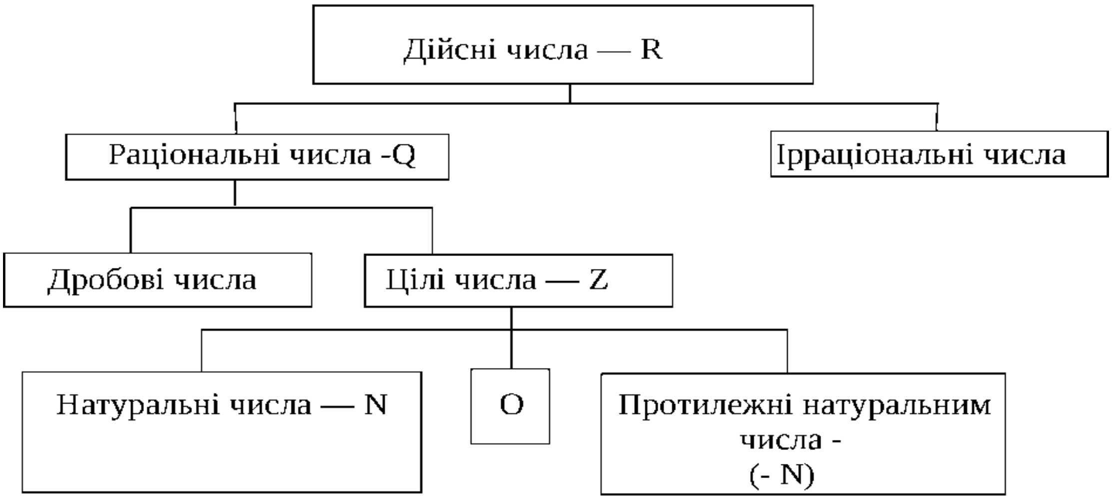
4) Чому дорівнює значення функції $f(x)=x^2-4x+3$ при $x=2+\sqrt{3}$.

Обговорюючи розв’язування цих вправ, вчитель підводить учнів до висновку про ідентичність вимог «знайти значення функції» та «обчислити значення виразу» та про важливість умінь виконувати арифметичні операції над різними числами.

Наступний етап – виступ команди за планом, записаним на дошці:

1. Означення раціональних, ірраціональних, дійсних чисел. Приклади.
2. Основні закони арифметичних дій над дійсними числами.
3. Протилежні числа. Обернені числа.
4. Модуль дійсного числа.
5. Означення степеня з натуральним показником; показником, що дорівнює нулю; від' ємним цілим показником.
6. Основні властивості степенів з цілим показником.
7. Означення і основні властивості арифметичного квадратного кореня.

Свої виступи учні супроводжують демонстрацією опорних конспектів.



Закони арифметичних дій

$$a + b = b + a \qquad a * b = b * a$$

$$a + (b + c) = (a + b) + c \qquad a * (b * c) = (a * b) * c$$

$$a * (b \pm c) = ab \pm ac$$

$$a + 0 = a \qquad a * 0 = 0$$

$$a + (-a) = 0 \qquad a * 1 = a$$

$$a * \frac{1}{a} = 1, a \neq 0$$

Степені	Арифметичний квадратний корінь
$a^b = \underbrace{a * a * a * \dots a}_{n}, n \in N, n \neq 1$	$\sqrt{a} = x, a \geq 0$ означає $x^2 = a, x \geq 0$
$a^1 = a;\ a^0 = 1;\ a \neq 0;$	$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b},\ a \geq 0, b \geq 0;$
$a^m * a^n = a^{m+n}; m \in Z; n \in Z; a \neq 0;$	$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}, a \geq 0, b \geq 0;$
$a^m \div a^n = a^{m-n}; m \in Z; n \in Z; a \neq 0;$	
$(a^m)^n = a^{m \cdot n}; m \in Z; n \in Z; a \neq 0;$	

$(ab)^n = a^n \cdot b^n; n \in Z; a \neq 0; b \neq 0;$ $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}; n \in Z; a \neq 0; b \neq 0;$ $a^{-n} = \frac{1}{a^n}, n \in N, a \neq 0, b \neq 0;$ $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n, n \in N, a \neq 0, b \neq 0;$ Якщо n – парне число $(n = 2m)$ й $a \geq 0$, то $a^n \geq 0, a \leq 0$, то $(-a)^n \geq a^n$ Якщо n – парне й $a \leq 0$, то $a^n \geq 0$, n – непарне $(n = 2m + 1)$, то $(-a)^n = -a^n$	$\left(\sqrt{a}\right)^2 = a; \sqrt{a^2} = \lvert a \rvert$ $\sqrt{a^{2k}} = \lvert a^k \rvert$, a – будь – яке число, $k \in N$

Система вправ для закріплення вмінь та навичок

Усні вправи

а) Виконайте дії:

1) $(-5)^2$; 2) $(C^3)^2$; 3) $2^3 \cdot 5^3$; 4) $(a^6)^4 : a^2$, де $a \neq 0$

5) $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} + \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{3}}$; 6) $\sqrt{(-25)^2} - \left(\sqrt{9}\right)^2$; 7) $\left(14\frac{2}{15} - 3\frac{12}{97}\right) + 5\frac{13}{15}$;

8) $5 \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{5} \cdot 7$; 9) $8 \cdot \left(3 + \frac{1}{4}\right)$; 10) $\left(1 - \frac{4}{4}\right) \cdot \frac{9}{25}$.

б)Назвіть числа обернені до $\frac{2}{9}; \frac{11}{2}; \frac{1}{6}; 2; 0{,}1; 3\frac{5}{6}; 0$.

в)Знайдіть таке x, щоб рівність була правильною

1) $x : 3\frac{1}{7} = 1$; 2) $x : 3\frac{1}{7} = 0$; 3) $x : x = 1$

Письмові вправи

1.Виконайте дії:

а) $14 \cdot 2\frac{1}{3} + 18 \cdot 3\frac{2}{3} - 2 \cdot 2\frac{1}{3} - 6 \cdot 3\frac{2}{3}$;

б) $3{,}3 - \left(7{,}5 - 3\frac{1}{3}\right) \cdot \frac{3}{5}$;

в) $\frac{3{,}5 \cdot 1{,}24}{10 + 1{,}6 \div \left(\frac{3}{5} \cdot 0{,}4 - 0{,}4\right)}$.

2. Обчисліть:

а) $\frac{3^4 * 3^5}{3^7}$; б) $((0{,}1)^4)^3 : (0{,}1)^{10}$; в) $((0{,}3)^5)^4 : (0{,}3)^{20}$.

3. Знайдіть значення виразу:

а) $\sqrt{6{,}25 \cdot 400}$; б) $\sqrt{\frac{3{,}61}{100}}$; в) $\sqrt{2} \cdot \sqrt{8}$; г) $\frac{\sqrt{54}}{\sqrt{6}}$.

4. Звільніться від ірраціональності в знаменнику дробу:

а) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; б) $\frac{12}{\sqrt{3}}$.

5. Знайдіть значення виразу:

а) $(\sqrt{7}-5)(\sqrt{7}+5)$; б) $(\sqrt{3}-1)^2+2\sqrt{3}$;

в) $(2\sqrt{5})^2$; г) $(6\sqrt{5})^2-(5\sqrt{6})^2$;

д) $\sqrt{11-2\sqrt{10}}-\sqrt{11+2\sqrt{10}}$; е) $\frac{1}{\sqrt{12}+\sqrt{4}}+\frac{1}{\sqrt{20}+\sqrt{12}}+\frac{1}{\sqrt{28}+\sqrt{20}}-\sqrt{\frac{7}{16}}$.

2.5.2. Вирази.Тотожні перетворення виразів.

Завдання для мотивації:

1) Побудуйте графік функції $y=\dfrac{8x-8}{x-x^2}$.

2) Побудуйте графік функції $y=\dfrac{x^3+2x^2-3x}{x}$.

3) Побудуйте графік функції $y=\dfrac{x^2-10x+25}{x-5}-\dfrac{2x-x^2}{x}$.

Вчитель: Зрозуміло, що, перш ніж будувати графіки даних функцій, аналітичні вирази, якими вони задані, треба спростити. Ви знаєте, що спрощення виразів часто доводиться робити і при розв’язуванні рівнянь чи нерівностей. Також під час атестації вам може трапитися і безпосереднє завдання спростити вирази. Отже, це одне із найважливіших базових умінь.

Учні з другої команди розповідають основні теоретичні відомості з цієї теми, наводять приклади.

На дошці записаний план виступу:

1. Основна властивість дробу. Правила дій над дробами.

2. Вирази. Цілі вирази. Дробові вирази.

3. Тотожно рівні вирази.

4. Одночлен. Одночлен стандартного вигляду. Степінь одночлена. Коефіцієнт одночлена.

5. Піднесення одночлена до степеня.

6. Многочлен. Стандартний вигляд многочлена. Степінь многочлена. Зведення подібних членів многочлена.

7. Множення одночлена на многочлен, многочлена на многочлен.

8. Формули скороченого множення.

9. Розкладання многочлена на множники.

Опорний конспект

Тотожні перетворення виразів. Правила розкриття дужок.

<table>
<tr><td colspan="2">a+(b+c)=a+b+c
a+(b-c)=a+b-c</td><td colspan="2">a-(b+c)=a-b-c
a-(b-c)=a-b+c</td></tr>
<tr><td>Формули скороченого множення
$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(a\pm b)^2=(a\pm b)=a^2\pm 2ab+b^2$
$(a\pm b)(a^2\pm ab+b^2)=a^3\pm b^3$
$(a\pm b)^3=(a\pm b)(a\pm b)(a\pm b)=$
$=a^3\pm 3a^2b+3ab^2\pm b^3$</td><td colspan="2">Основна властивість дробу
$\frac{a}{b}=\frac{ac}{bc}, \quad c\neq 0$
Дії з дробами
$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{c}=\frac{a\pm b}{c}, \quad c\neq 0$
$\frac{a}{c}\pm\frac{b}{d}=\frac{ad\pm bc}{cd}, c\neq 0, d\neq 0$
$\frac{a}{c}\cdot\frac{b}{d}=\frac{ad}{cb}, c\neq 0, d\neq 0$
$\frac{a}{c}\div\frac{b}{d}=\frac{ad}{cb}, c\neq 0, d\neq 0, b\neq 0$</td><td>Розкладання на множники
1.Винесення спільного множника за дужки
2.Метод групування
3.Використання формул скороченого множення</td></tr>
<tr><td colspan="2">Множення одночлена на многочлен
$I\cdot(II+III)=I\cdot II+I\cdot III$</td><td colspan="2">Множення многочлена на многочлен
$(I+II)\cdot(III+IV)=I\cdot III+I\cdot IV+II\cdot IV$</td></tr>
</table>

Система вправ для закріплення вмінь та навичок

Усні вправи

1) Скоротіть дріб:

а) $\frac{7x}{7y}$; б) $\frac{xy}{xm}$; в) $\frac{a^6+a^3}{a^9+a^6}$.

2) Виконайте дії:

а) $\frac{a}{5}+\frac{b}{5}$; б) $\frac{7}{b}-\frac{5}{b}$; в) $\frac{a}{3}+\frac{b}{6}$; г) $\frac{a-b}{n}+\frac{b}{n}$; д) $\frac{4x}{a}\cdot\frac{b}{3m}$

е) $\frac{a}{2}\div\frac{b}{3}$; є) $\frac{m}{3}\div\frac{m}{4}$; ж) $\frac{a^2-b^2}{2a-2b}$; з) $\frac{25a^2+10a+1}{(5a+1)^2}$.

Письмові вправи

1. Скоротіть дріб:

а) $\frac{14x^5y^3}{49x^3y^5}$; б) $\frac{5x^4-10x^3}{10x^5}$; в) $\frac{a^2+4a+4}{4-a^2}$; г) $\frac{x^2-7}{x+\sqrt{7}}$.

2. Доведіть тотожність:

а) $\left(1-\frac{2a}{b}+\frac{a^2}{b^2}\right)\cdot\frac{b}{a-b}=\frac{a-b}{b}$; б) $\frac{0,9}{0,25a+0,5}-\frac{0,3a+0,6}{0,5a^2+2a+2}=\frac{3}{a+2}$;

в) $\left(\frac{a-1}{a^2-a+1}-\frac{4a-5}{a^3+1}\right)\div\frac{2-a}{4a^2-4a+4}=\frac{4(2-a)}{a+1}$.

3. Спростіть вираз:

а) $2y-\frac{4y^2}{2y-1}-1$; б) $\frac{a^2-4a}{36a^2-1}\div\frac{a^4-64a}{36a^2-12a+1}$; в) $\left(\frac{1-b^2}{1-b}-2b\right)\div\frac{b^2-2b+1}{b+1}-\frac{2b}{b-1}$.

4. Розкладіть на множники:

а) $9x^2-27y^2$; б) $a(a-2)-5(a-2)$; в) $(x-6)^2-25$.;

г) $8m^2c-6m^2c-16cx^3+42x^4$; д) $b^2-12bc+36c^2-x^2$;

Тестова робота

1.Скоротіть дріб

$\frac{a^2-10ab+25b^2}{a-5b}$

А. a-5b; Б. 5b-a

В. a+5b. Г. Не можна скоротити.

$\frac{x^2-6xy+9y^2}{x^2-9y^2}$

А. 1; Б. $\frac{x+3y}{x-3y}$; В. $\frac{x-3y}{x+3y}$;

Г. Не можна скоротити.

2.Який вигляд має дріб піля спрощення

$\frac{4}{c^2-25}-\frac{2}{c+5}$

А. $\frac{2}{c^2-25}$; Б. $\frac{14-2c}{c^2-25}$;

В. $\frac{-2c-6}{c^2-25}$; Г. Інша відповідь

$\frac{3}{x+2}+\frac{5}{x-2}$

А. $\frac{8x+4}{x^2-4}$; Б. $\frac{8x+4}{4-x^2}$; В. $\frac{8}{x^2-4}$;

Г. Інша відповідь

3.Виконайте множення

$\frac{x^5}{9y^9}\cdot\frac{3y^8}{x^{11}}$

А. $3x^6y$; Б. $\frac{1}{3x^6y}$; В. $\frac{y}{3x^6}$; Г. $\frac{3x^6}{y}$

$\frac{5x^7}{y^{10}}\cdot\frac{y^9}{10x}$

А. $\frac{1}{2x^5y}$; Б. $2x^5y$; В. $\frac{y}{2x^5}$; Г. $\frac{2x^5}{y}$;

4.Обчисліть:

$(-10)^2 \cdot (-2)^3$

А. 600; Б. 800; В. -600; Г. -800

$\frac{(-10)^3}{2^3}$

А. 125; Б. -125; В. $\frac{1}{125}$; Г. $-\frac{1}{125}$

5.Виконайте ділення

$\left(\frac{35a^2b}{3c^2}\right) \div \frac{5ab^2}{9c^3}$

А. $-\frac{7a}{3bc}$; Б. $\frac{21ac}{b}$; В. $\frac{3bc}{7a}$; Г. $-\frac{21ac}{b}$

$\left(\frac{-49x^2y}{9z}\right) \div \frac{7xy^2}{3z^3}$

А. $\frac{3y}{7xz^2}$; Б. $-\frac{3y}{7xz^2}$; В. $\frac{7xz^2}{3y}$; Г. $-\frac{7xz^2}{3y}$

6.Скоротіть вираз і знайдіть його значення

якщо $a = \frac{1}{5}$; $x = -5$

$\frac{15a^2 - x}{5a} - 3a$

А. 0,5; Б. 5; В. -0,5; Г. -5

якщо $a = 0{,}6$; $b = 0{,}4$

$\frac{(a-b)^3 \cdot (a+b)}{a^2 - 2ab + b}$

А. 2; Б. -0,2; В. 0,2; Г. -2

2.5.3. Рівняння з одним невідомим.

Завдання для мотивації:

1) При яких значеннях аргументу не визначена функція $y = \frac{x-3}{x^2-4}$?

2) Знайдіть координати точки перетину графіка функції $y = 2x - 6$ з віссю абсцис.

3) Знайдіть нулі функцій:

а) $f(x) = -1{,}5x + 9$; б) $f(x) = x^2 - 4x - 21$;

в) $f(x) = \frac{x+8}{x-1}$; г) $f(x) = |x+4| - 3$.

Вчитель: Для дослідження функцій нам часто доводиться розв’язувати найрізноманітніші рівняння. Пригадаємо, які ж саме рівняння ми навчилися розв’язувати на цей час.

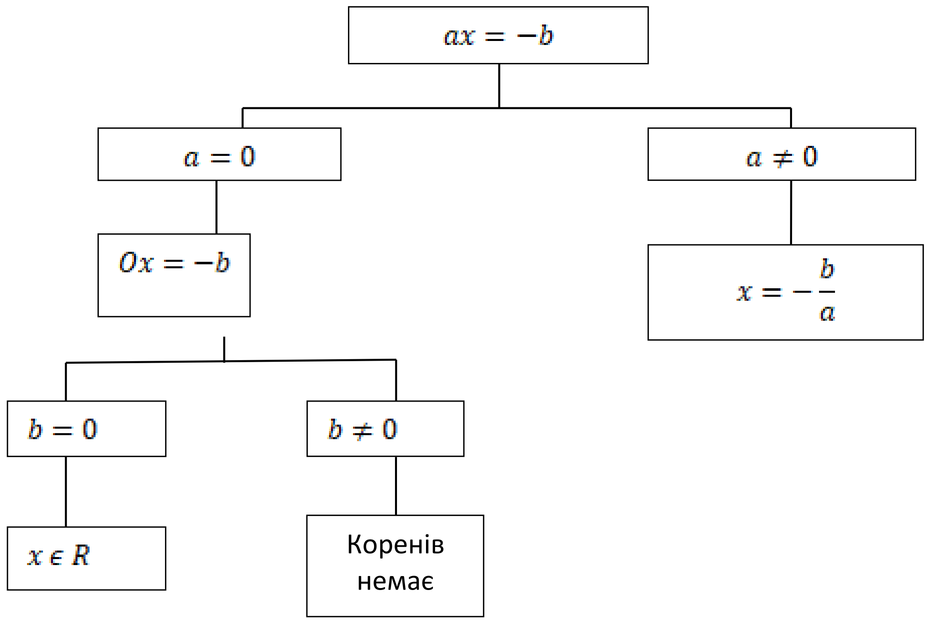
Виступ учнів третьої команди зі своєю презентацією за планом:

1. Рівняння. Корінь рівняння. Що означає розв’язати рівняння.
2. Рівносильні рівняння.
3. Основні властивості рівняння.

4. Лінійні рівняння.
5. Раціональні рівняння.
6. Умова рівності добутку нулю; дробу нулю.
7. Дробові рівняння.
8. Квадратне рівняння, неповне квадратне рівняння.
9. Дискримінант рівняння. Коефіцієнти рівняння.
10. Формула коренів квадратного рівняння.
11. Теорема Вієта. Обернена теорема.

Опорний конспект

Рівняння
Основні властивості 1.Розкрити дужки, звести подібні доданки. 2.Перенести доданок з однієї частини в другу, змінивши його знак на протилежний. 3.Обидві частини рівняння помножити або поділити на одне й те саме відмінне від нуля число. 4. $\boldsymbol{I\cdot II=0}$, то або $\boldsymbol{I=0, II}$ $\boldsymbol{I\neq 0}$, або $\boldsymbol{I\neq 0, II=0}$, Або $\boldsymbol{I=0, II=0}$ 5.$\frac{\boldsymbol{I}}{\boldsymbol{II}}=\boldsymbol{0}$, то $\boldsymbol{I=0}$, $\boldsymbol{II\neq 0}$.
Лінійні рівняння $\boldsymbol{ax+b=0}$



Неповні квадратні рівняння

$ax^2+bx+c=0$

$b=0,\ c\neq0$	$c=0,\ b\neq0$	$b=0,\ c=0$
$ax^2+c=0$, $ax^2=-c$, $x^2=$ якщо >0, то $x=\pm$, якщо <0, то коренів нема	$ax^2+bx=0$ $x(ax+b)=0$ $x=0$, або $ax+b=0$ $ax=-b$ $x=$ $x_1=0,\ x_2=-b/a$	$ax^2=0$ $a\neq0$ $x^2=0$ $x_1=x_2=0$

Квадратне рівняння

$D=b^2-4ac$

$D<0$	$D=0$	$D>0$
Коренів немає	$x_1=x_2=-b/(2a)$	$x_{1,2}=\dfrac{-b\pm\sqrt{D}}{2a}$

Теорема Вієта

Якщо x_1 і x_2 – корені зведеного квадратного рівняння $x^2+px+q=0$, то $\begin{cases}x_1+x_2=-p\\ x_1\cdot x_2=q\end{cases}$	Якщо x_1 і x_2 – корені зведеного квадратного рівняння $ax^2+bx+c=0$, то $\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{b}{a}\\ x_1\cdot x_2=\frac{c}{a}\end{cases}$

Система вправ для закріплення вмінь та навичок

Колективне розв’язування вправ.

1) Розв’яжіть рівняння:

а) $5x-b=1+15x$; б) $\frac{4x-8}{3}-\frac{3+2x}{5}=8$; в) $\frac{3x-7}{12}-\frac{x+3}{18}=1$;

2) Розв’яжіть квадратне рівняння:

а) $3x^2-27=0$; б) $x^2+11x=0$;

в) $x^2+64=0$; г) $7x^2+6x-1=0$;

3) Розв'яжіть дробове рівняння:

а) $\frac{2x^2-7x}{x^2-9}=\frac{9-2x}{9-x^2}$; б) $\frac{6x}{x+1}+\frac{16}{x^2+x}=\frac{11}{x}$; в) $\frac{x^2-5x-24}{x-8}=0$.

4) Розвяжіть рівняння $\left(\sqrt{x}-4\right)\cdot(x^4+8x^2-9)=0$;

5) Рівняння $2x^2+5x-4=0$ має корені x_1 і x_2. Знайдіть x_1^2+x_2^2, не розв'язуючи рівняння.

6) Число 4 є коренем рівняння $x^2+ax-24=0$. Знайдіть значення a і другий корінь рівняння.

Тестова робота

1.Серед даних виразів слід вибрати лінійне рівняння з однією змінною.

А.$4x^2+5=10$; Б. $6x-y=15$; А. $\frac{10}{x-1}+3=5$; Б. $4-4y=-1$;

В. $-5x-9=1$; Г.$\frac{8}{x}+11=-4$; В. $x^2-15=19$; Г. $5x+7y=0$.

2. Чи рівносильні рівняння

0*x=-7 і 0*x=0? z-3=0 і 0*z=0?

А.Так; Б.Ні; В. Неможливо визначити; Г. Інша відповідь.

3.Дробовим раціонаньним рівнянням є:

А.$4x+1=5(x-3)$; Б.$\frac{5x-1}{9}=\frac{x}{8}$; А.$\frac{3x^2-10x+8}{2}=14$; Б.$\frac{x-3}{2x}-\frac{4x-5}{8}$;

В.$\frac{6x+5}{x}=\frac{x-1}{2}$; Г.$\frac{4x^2-5x+1}{6}=9$. В.$49z-4=8(3z+5)$; Г.$\frac{x-2}{6}=\frac{4x}{7}$.

4. Рівняння

$\frac{x^2-5}{x-3}=\frac{5-3x}{3-x}$ $\left[\frac{x^2}{x-2}+\frac{4}{2-x}=0\right]$

А.Має безліч коренів; Б.Має два корені; В.Має один корінь; Г.Не має коренів.

5.Серед поданих рівнянь квадратним є

А.$2x^3-x+1=0$; А.$x^2-4x+7=0$;

Б.$\frac{3x^2-x+4}{x}=0$; Б.$x^2-15=0$;

В.$\frac{1}{3}x^2-\frac{2}{7}x-2=0$; В.$4x-13=2x+3$.

6.Коефіцієнти рівняння

$x^2-2x-8=0$ $[5x^2-7x+2=0]$

А.$a = 1; b = -2; c = -8;$ А. $a = -7;\ b = 2; c = 5;$

Б.$a = 1;\ b = 2;\ c = 8;$ Б. $a = 5;\ b = 7;\ c = 2;$

В.$a = -2; b = -8; c = 1;$ В. $a = 5; b = -7;\ c = 2;$

Г.$a = -8; b = 1;\ c = -2.$ Г. $a = 2;\ b = -7;\ c = 5.$

7.Які з чисел є коренями рівняння

$5x^2 - 8x + 3 = 0$ $3y^2 - 2y - 8 = 0$

А.0; Б.-1; В.-1 і 0,6; Г.1 і 0,6. А.2; Б.$\frac{4}{3}$; В. 2 і $\frac{4}{3}$; Г. 2 і $-\frac{4}{3}$.

8.Розв'яжіть рівняння

$x^2 - 3x = 0$ $x^2 + 2x = 0$

А. 0; Б.-3; В.0 і 3; Г.0 і -3. А.0; Б.-2; В.0 і -2; Г. 0 і 2.

9.Скільки коренів має рівняння

$5x^2 + 3x + 2 = 0$? $x^2 + 6x - 27 = 0$?

А.Один; Б. Два; В. Не має коренів; Г. Безліч.

10. Знайдіть суму (добутку) коренів рівняння

$x^2 - 9x + 1 = 0$ $x^2 - 22x + 14 = 0$

А.-9; Б. 9; В. -1; Г. 1. А. -22; Б. 22; В. -14; Г. 14.

2.5.4. Розв'язування задач складанням рівнянь.

Мотивація.

Вчитель: Кожний варіант атестаційної роботи у третій частині містить текстову задачу для розв'язування якої вам потрібно буде скласти рівняння або систему рівнянь. Сьогодні пригадаємо типи задач, які моделюються за допомогою рівнянь. Найчастіше – це задачі на рух або на спільну роботу.

Систематизація вмінь та навичок учнів.

Задачі на рух

Усі задачі на рух, які представлено у збірнику для державної підсумкової атестації з алгебри для 9 класу, можна систематизувати за фабулою таким чином:

- задачі на рух одного об'єкта водою;

- задачі на рух одного об’єкта сухопутнім шляхом;

- задачі на рух двох об’єктів сухопутнім шляхом у одному напрямку;

- задачі на рух двох об’єктів сухопутнім шляхом у протилежних напрямках.

Колективне розв’язування задач.

Результатом аналізу умови є заповнення таблиці, на основі якої складається рівняння. Учням слід нагадати, що у процесі заповнення кожного рядка таблиці дві комірки заповнюємо даними або введеними невідомими, а вираз для третьої виводимо за формулою.

Задача 1. Човен пройшов 5 км за течією річки і 3 км проти течії, витративши на весь шлях 40 хв. Швидкість течії становить 3 км/год. Знайдіть швидкість руху човна за течією.

Якщо за невідоме позначити власну швидкість човна, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
За течією	5	$x+3$	$\frac{5}{x+3}$
Проти течії	3	$x-3$	$\frac{3}{x-3}$

Підставою для складання рівняння є те, що увесь час руху становив 40 хв або $\frac{2}{3}$ год.

Рівняння: $\frac{5}{x+3}+\frac{3}{x-3}=\frac{2}{3}$.

Зауваження: для відповіді треба знайти не x, а $x + 3$.

Задача 2. Відстань між двома пристанями по річці дорівнює 30 км. Катер проходить цей шлях туди й назад за 2 год 15 хв. Визначте швидкість течії, якщо власна швидкість катера дорівнює 27 км/год.

З учнями варто з’ясувати, чим задача відрізняється від попередньої, а що у них спільного.

Задача 3. Турист проплив на моторному човні 25 км проти течії річки і повернувся назад на плоту. Знайдіть швидкість течії річки, якщо на плоту турист плив на 10 год більше, ніж човном, а власна швидкість човна становить 12 км/год.

Якщо за невідоме позначити швидкість течії, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
За течією (на плоту)	25	x	$\frac{25}{x}$
Проти течії (човном)	25	$12-x$	$\frac{25}{12-x}$

Підставою для складання рівняння є те, що час руху на плоту більший, ніж човном проти течії, на 10 год.

Рівняння: $\frac{25}{x}-\frac{25}{12-x}=10$.

Задача 4. Мікроавтобус запізнювався на 12 хв. Для того, щоб прибути у пункт призначення вчасно, він за 144 км від цього пункту збільшив свою швидкість на 8 км/год. Знайдіть початкову швидкість мікроавтобуса.

Якщо за невідоме позначити початкову швидкість мікроавтобуса, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
За планом	144	x	$\frac{144}{x}$
Фактично	144	$x+8$	$\frac{144}{x+8}$

Підставою для складання рівняння є те, що фактичний час руху менший від передбаченого планом на 12 хв або $\frac{1}{5}$ год.

Рівняння: $\frac{144}{x}-\frac{144}{x+8}=\frac{1}{5}$.

Задача 5. Поїзд мав проїхати 64 км. Коли він проїхав 24 км, то був затриманий біля семафора на 12 хв. Тоді він збільшив швидкість на 10 км/год і прибув у пункт призначення із запізненням на 4 хв. Знайдіть початкову швидкість поїзда.

З учнями варто з’ясувати, чим задача відрізняється від попередньої, а що у них спільного.

Якщо за невідоме позначити початкову швидкість поїзда, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
За планом	64	x	$\frac{64}{x}$
Фактично	24	x	$\frac{24}{x}$
	40	$x+10$	$\frac{40}{x+10}$

Підставою для складання рівняння є те, що фактичний час руху менший від передбаченого планом на 8 хв (12 хв – 4 хв) або на $\frac{2}{15}$ год.

Рівняння: $\frac{64}{x}-\left(\frac{24}{x}+\frac{40}{x+10}\right)=\frac{2}{15}$.

Задача 5. Із міста виїхав мікроавтобус. Через 10 хв після нього із цього міста виїхала в тому самому напрямку легкова машина, яка наздогнала мікроавтобус на відстані 40 км від міста. Знайдіть швидкість мікроавтобуса, якщо вона на 20 км/год менша від швидкості легкової машини.

Якщо за невідоме позначити швидкість мікроавтобуса, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
Мікроавтобус	40	x	$\frac{40}{x}$
Легкова машина	40	$x+20$	$\frac{40}{x+20}$

Підставою для складання рівняння є те, що час руху мікроавтобуса більший за час руху машини на 10 хв або $\frac{1}{6}$ год.

Рівняння: $\frac{40}{x}-\frac{40}{x+20}=\frac{1}{6}$.

Задача 6. З міста А в місто В, відстань між якими дорівнює 320 км, виїхав вантажний автомобіль. Через 3 год після цього з міста В у місто А виїхав легковий автомобіль, який зустрівся з вантажним через 1 год після свого виїзду. Легковий автомобіль долає відстань між містами на 1 год 20 хв швидше, ніж вантажний. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

Якщо за невідоме позначити час, необхідний легковому автомобілю на подолання всієї відстані, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
Вантажний автомобіль	320	$\frac{320}{x+\frac{4}{3}}$	$x+\frac{4}{3}$
Легковий автомобіль	320	$\frac{320}{x}$	x
Вантажний автомобіль	$4\cdot\frac{320}{x+\frac{4}{3}}$	$\frac{320}{x+\frac{4}{3}}$	$3+1$
Легковий автомобіль	$\frac{320}{x}$	$\frac{320}{x}$	1

Підставою для складання рівняння є те, що від початку руху до зустрічі обидва автомобілі подолали разом 320 км.

Рівняння: $4\cdot\frac{320}{x+\frac{4}{3}}+\frac{320}{x}=320$ або $\frac{4}{x+\frac{4}{3}}+\frac{1}{x}=1$.

Зауваження: цю задачу зручніше розв’язувати, якщо ввести два невідомих. Тоді моделлю до задачі буде система рівнянь.

Задачі на спільну роботу

Вчитель: У більшості випадків задачі на рух і на роботу є аналогічними, адже аналогічні величини, що наявні у цих процесах: робота – відстань; продуктивність праці – швидкість руху; час роботи – час руху.

Схема розв’язання задач на спільну роботу

1. Всю роботу, яку потрібно зробити, приймаємо за одиницю.

2. Знаходимо продуктивність праці кожного робітника окремо, тобто $\frac{1}{t}$, де t – час роботи, за який робітник може виконати всю роботу, працюючи окремо.

3. Знаходимо ту частину роботи, яку виконує кожний робітник окремо, за той час, що він працював.

4. Складаємо рівняння, прирівнявши об’єм усієї робти (тобто 1) до суми доданків, кожен з яких є частиною всієї роботи, виконаної окремо кожним робітником.

За цією схемою розв’язуються і задачі на наповнювання басейна водою декількома трубами.

Задача 7. Два трактористи, працюючи разом, можуть зорати поле за 12 год. За скільки годин може зорати це поле кожен із них, працюючи самостійно, якщо одному для цього потрібно на 10 год менше, ніж другому?

Якщо за невідоме позначити час, необхідний на виконання всієї роботи першому трактористу, то таблиця до задачі буде такою:

	Робота	*Продуктивність*	*Час, год*
Разом	1	$\frac{1}{12}$	12
Окремо 1й	1	$\frac{1}{x}$	x
Окремо 2й	1	$\frac{1}{x+10}$	$x+10$

Підставою для складання рівняння є те, що, працюючи окремо, за одиницю часу кожен робітник виконує ту саму частину роботи, що й працюючи разом.

Рівняння: $\frac{1}{x}+\frac{1}{x+10}=\frac{1}{12}$.

2.5.5. Рівняння з двома невідомими. Системи рівнянь

Завдання для мотивації:

1) Побудуйте графік функції $y=x^2-4|x|+3$.
2) Знайдіть координати точок перетину прямої $3x-y-2=0$ і параболи $y=3x^2+8x-4$.
3) Знайдіть координати точок перетину графіків рівнянь $x^2+y^2=25$ і $y=2x-5$.
4) Не виконуючи побудови, знайдіть координати точок перетину графіків рівнянь $x^2+y^2=4$ і $y=2-x$. Накресліть графіки даних рівнянь і позначте знайдені точки.
5) Розвяжіть графічно рівняння $\sqrt{x}=3-2x$.

Вчитель: Кожну функцію ми можемо розглядати як рівняння з двома змінними. Тому завдання побудувати графік функції та побудуати графік рівняння ідентичні. Але не кожне рівняння з двома змінними є функцією. Чому так, добре видно з графіків. Сьогодні пригадаємо, які рівняння з двома змінними ми знаємо та які системи рівнянь можемо розв’язувати.

Виступ команди з презентацією теми «Рівняння з двома невідомими. Системи рівнянь» за планом:

1. Рівняння з двома невідомими.
2. Лінійне рівняння з двома невідомими та його графік.
3. Системи рівнянь з двома невідомими.
4. Графічний спосіб розв’язування систем.
5. Розвязування систем способом підстановки.
6. Розвязування систем способом додавання.
7. Заміна змінних при розв’язуванні систем рівнянь

Опорний конспект

Лінійне рівняння з двома змінними

$$ax + by = c$$

a, b, c – коефіцієнти рівняння (числа)

x, y – змінні (невідомі)

Якщо $a \neq 0$ і $b \neq 0$,
лінійне рівняння називається рівнянням ***першого степеня з двома змінними***.

Розв'язок рівняння

$$2x + 5y = 37$$

$2 \cdot \mathbf{1} + 5 \cdot \mathbf{7} = 37$ правильна числова рівність ⇔ **(1; 7)** розв'язок рівняння

Графік лінійного рівняння з двома змінними

Розв'язок рівняння $(x_0; y_0)$ ⇔ Точка на координатній площині $(x_0; y_0)$

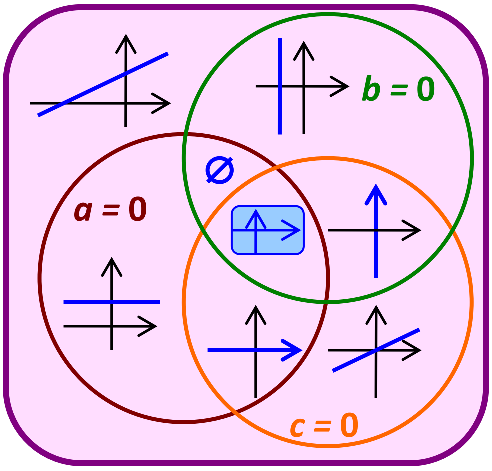
Графіком будь-якого рівняння $ax + by = c$, у якому хоча б один з коефіцієнтів біля змінних відмінний від нуля, є ***пряма***.

Отже, для *побудови графіка* достатньо:

- знайти два розв'язки рівняння;
- побудувати відповідні точки;
- провести через них пряму.

Види рівнянь та їх графіки

залежно від того, які коефіцієнти дорівнюють нулю



Система лінійних рівнянь з двома змінними

Якщо вимагається знайти спільні розв'язки двох або кількох рівнянь, говорять, що ці рівняння утворюють ***систему***.

$$\begin{cases} a_1x + b_1y = c_1, \\ a_2x + b_2y = c_2 \end{cases}$$

Розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} 2x + 5y = 37, \\ x + y = 14 \end{cases}$$

$2 \cdot \mathbf{11} + 5 \cdot \mathbf{3} = 37$, $\mathbf{11} + \mathbf{3} = 14$ правильні числові рівності ⇔ **(11; 3)** розв'язок

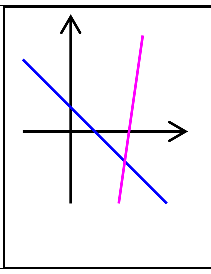
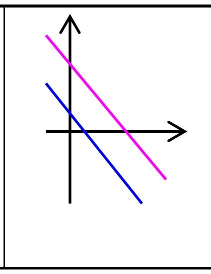
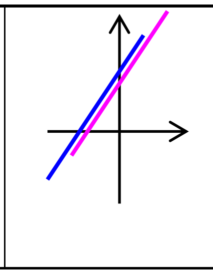
Графічний спосіб розв'язування систем рівнянь

Щоб розв'язати систему лінійних рівнянь графічно, потрібно:

- у одній системі координат побудувати графіки рівнянь системи;
- визначити координати точки перетину графіків, якщо така є;
- зробити перевірку.

Кількість розв'язків системи

$\frac{a_1}{a_2} \neq \frac{b_1}{b_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$	$\frac{a_1}{a_2} = \frac{b_1}{b_2} = \frac{c_1}{c_2}$

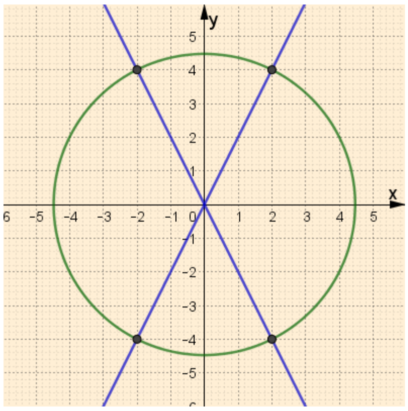
			

Системи лінійних рівнянь з двома змінними	
Спосіб додавання	
Алгоритм	*Приклад*
1. Біля однієї зі змінних утворити протилежні коефіцієнти. 2. Додати почленно рівняння. 3. Розв’язати одержане рівняння з однією змінною. 4. Знайти значення іншої змінної.	$\begin{cases} 3x+7y=31 & \times 2 \\ 2x+9y=12 & \times(-3) \end{cases}$ $\begin{cases} 6x+14y=62 \\ -6x-27y=-36 \end{cases} \oplus$ $-13y=26$ $y=-2$ $2x+9\cdot(-2)=12$ $2x=30$ $x=15$ *Відповідь.* (15; – 2)
Спосіб підстановки	
Алгоритм	*Приклад*

1. Виразити з якого-небудь рівняння системи одну змінну через іншу. 2. Підставити в друге рівняння системи замість цієї змінної знайдений вираз. 3. Розв'язати одержане рівняння з однією змінною. 4. Знайти значення іншої змінної.	$\begin{cases} 3x+7y=31 \\ 2x+9y=12 \end{cases} \rightarrow \boxed{x=6-4{,}5y}$ $3(6-4{,}5y)+7y=31$ $18-13{,}5y+7y=31$ $-6{,}5y=13$ $y=-2$ $x=6-4{,}5\cdot(-2)$ $x=15$ *Відповідь.* (15; – 2)

Різні способи розв'язування систем рівнянь з двома змінними

$$\begin{cases}(2x-y)(2x+y)=0\\ x^2+y^2=20\end{cases}$$



Графічний спосіб

$$\begin{cases}4x^2-y^2=0\\ x^2+y^2=20\end{cases} \oplus\rightarrow \quad 5x^2=20$$

$$\begin{cases}4x^2-y^2=0\\ -4x^2-4y^2=-80\end{cases} \oplus\rightarrow \quad -5y^2=-80$$

$$\begin{cases}5x^2=20\\ -5y^2=-80\end{cases} \rightarrow \begin{cases}x^2=4\\ y^2=16\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=2\\ y=4\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=-2\\ y=4\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=2\\ y=-4\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=-2\\ y=-4\end{cases}$$

Спосіб додавання

$$\begin{cases}4x^2-y^2=0\\ x^2+y^2=20\end{cases}$$

Спосіб підстановки

Заміна змінних

$$\begin{cases}4x^2-y^2=0 \rightarrow y^2=4x^2\\ x^2+y^2=20\end{cases}$$

$$x^2+4x^2=20$$
$$5x^2=20$$
$$x^2=4$$
$$x=\pm 2$$

$$\begin{cases}x=2\\ 4\cdot 2^2-y^2=0\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=-2\\ 4\cdot(-2)^2-y^2=0\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=2\\ y=\pm 4\end{cases} \quad \text{або} \quad \begin{cases}x=-2\\ y=\pm 4\end{cases}$$

Заміна: $x^2=a$, $y^2=b$.

$$\begin{cases}4a-b=0\\ a+b=20\end{cases}$$

$$\begin{cases}a=4\\ b=16\end{cases}$$

$$\begin{cases}x^2=4\\ y^2=16\end{cases}$$

$$\begin{cases}x=2\\ y=4\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=-2\\ y=4\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=2\\ y=-4\end{cases} \text{або} \begin{cases}x=-2\\ y=-4\end{cases}$$

Система вправ для закріплення вмінь та навичок

Колективне розв'язування вправ.

1) Розвяжіть систему лінійних рівнянь:

а) $\begin{cases} 7x+3y=17, \\ 4x-3y=5; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x-y=2, \\ 3x+2y=23. \end{cases}$

2) Розвяжіть систему рівнянь:

а) $\begin{cases} x+y=4, \\ 5xy-x^2=-64; \end{cases}$ б) $\begin{cases} 4x-y=6, \\ 4x^2+y^2=8; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x-y=2 \\ \frac{x}{y}-\frac{y}{x}=\frac{5}{6}. \end{cases}$

3) При яких значеннях параметра a система рівнянь $\begin{cases} x^2+(y-2)^2=1, \\ y=|x|+a \end{cases}$ має три розв'язки?

4) Знайдіть усі значення параметра a, при яких система рівнянь $\begin{cases} |x|+|y|=1, \\ x^2+y^2=a \end{cases}$ не має розв'язку.

2.5.6. Розв'язування задач складанням систем рівнянь

Багато задач, особливо ті, в яких треба знайти значення двох величин, зручно розв'язувати за допомогою систем рівнянь. При аналізі змісту задачі умова розбивається на дві частини – дві ситуації, які дають змогу скласти два рівняння.

Схема розв'язання задач.

Схема
2.Аналіз умови
3.Виділення двох ситуацій.
4.Введення змінних.
5.Встановлення залежностей між даними задачі та змінними.
6.Складання рівнянь.
7.Розв'язування системи рівнянь.
8.Аналіз отриманих розв'язків.
9.Запис відповіді.

Розглянемо приклади.

Задача 1. Дротом, завдовжки 400м, треба 4 рази обгорнути прямокутну ділянку, площею 0,06га. Які розміри повинна мати ділянка?

Розв'язання

Нехай х м і у м – сторони прямокутної ділянки, тоді умову задачі можна записати у вигляді системи рівнянь: $\begin{cases} xy = 600 \\ 4(2x + 2y) = 400 \end{cases}$.

Після спрощення, задача зводиться до знаходження такої пари значень змінних, яка б задовольняла систему рівнянь: $\begin{cases} x + y = 50 \\ xy = 600 \end{cases}$.

Розв'язавши цю систему рівнянь, одержимо: x_1=20, y_1=30 і x_2=30, y_2=20.

Отже, система має два розв'язки. В обох випадках одна із сторін дорівнює 30м, а друга – 20м.

Відповідь: 20м і 30м.

Розв'язування задач на рух значно полегшується, якщо його звести до розгляду системи двох рівнянь з двома змінними складанням таблиці.

Розглянемо задачу, яку ми вже розв'язували за допомогою рівняння.

Задача 2. З міста А в місто В, відстань між якими дорівнює 320 км, виїхав вантажний автомобіль. Через 3 год після цього з міста В у місто А виїхав легковий автомобіль, який зустрівся з вантажним через 1 год після свого виїзду. Легковий автомобіль долає відстань між містами на 1 год 20 хв швидше, ніж вантажний. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.

Якщо за невідоме позначити час, необхідний легковому автомобілю на подолання всієї відстані, то таблиця до задачі буде такою:

	Відстань, км	*Швидкість, км/год*	*Час, год*
Вантажний автомобіль	320	x	$\frac{320}{x}$
Легковий автомобіль	320	y	$\frac{320}{y}$
Вантажний автомобіль	$4x$	x	$3+1$
Легковий автомобіль	y	y	1

Отже, маємо систему рівнянь: $\begin{cases} \dfrac{320}{x} - \dfrac{320}{y} = \dfrac{4}{3}, \\ 4x + y = 320. \end{cases}$

Задача 3. По доріжці, що має форму кола і довжину 400м, рухається в одному напрямі два ковзанярі, які сходяться через кожні 4 хв. Визначте швидкість кожного ковзаняра, якщо перший з них пробігає коло на 12 сек. швидше за іншого.

Розв'яжемо цю задачу, записавши її умову за допомогою таблиці.

Ковзанярі	Відстань, м	Швидкість, м/хв	Час, хв
I	400	x	$\frac{400}{x}$
II	400	y	$\frac{400}{y}$

I ситуація – різниця в часі – 12сек= $\frac{1}{5}$ хв., тоді $\frac{400}{y} - \frac{400}{x} = \frac{1}{5}$.

II ситуація – за 4хв перший ковзаняр пробігає 4x метрів, а другий – 4y метрів. Перший з них за цей час проходить на 400 м (одне коло) більше за іншого.

Маємо ще одне рівняння: 4x – 4y = 400, скоротивши яке на 4, маємо x-y=100.

Складемо систему рівнянь: $\begin{cases} \frac{400}{y} - \frac{400}{x} = \frac{1}{5}. \\ x - y = 100 \end{cases}$

Скоротивши систему, маємо: $\begin{cases} 2000(x - y) = xy \\ x - y = 100 \end{cases}$.

Маємо два розв'язки: (500; 400) і (-400; -500). Задачу задовольняє тільки додатний розв'язок.

Відповідь: 500м/хв, 400м/хв.

Найчастіше при складанні рівнянь за невідоме приймають те, що потрібно знайти за умовою задачі. Але трапляється, що в такому випадку складання рівняння ускладнюється. Неможна виразити інші величини, які є в задачі, через невідомі x і y, встановити співвідношення між даними і шуканими величинами. Тому такий шлях не приводить до знаходження розв'язку.

Задача 4. Басейн можна наповнити водою за допомогою двох насосів. Якщо перший насос увімкнути на 5 год, а потім другий на 7 год, то буде наповнено $\frac{11}{20}$ басейну. Після цього, щоб наповнити басейн. Потрібно ще 5 год спільної роботи обох насосів. За скільки годин може наповнити басейн кожний насос, працюючи окремо.

Із першої ситуації маємо рівняння $\frac{5}{x}+\frac{7}{y}=\frac{11}{20}$, а із другої – $5\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=1-\frac{11}{20}$,

Складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{5}{x}+\frac{7}{y}=\frac{11}{20} \\ 5\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)=\frac{9}{20} \end{cases}; \qquad \begin{cases} 20(5x+7y)=11xy \\ 20(5y+5x)=9xy \end{cases};$$

$$+\begin{cases} 100x+140y=11xy \\ 100x+100y=9xy \end{cases}$$

40y=2xy Оскільки $y\neq 0$, то $2x=40; x=20.$

$20(100+7y)=11\cdot 20\cdot y;\quad 7y-11y=-100;\quad -4y=-100;\quad y=25.$

Відповідь: 20 год; 25 год.

2.5.7. Нерівності. Системи нерівностей

Завдання для мотивації:

1) Знайдіть область визначення функції $y=\frac{4}{\sqrt{4-3x-x^2}}$.

2) Знайдіть область визначення функції $y=\frac{4}{\sqrt{3-5x-2x^2}}+2\sqrt{x+1}$.

3) Побудуйте графік функції $y=-4x-x^2$. Користуючись графіком, знайдіть множину розв’язків нерівності $-4x-x^2\geq 0$.

4) Знайдіть проміжки знакосталості функції $y=\frac{x^4-5x^2+4}{x^2-4}$.

5) Доведіть, що функція $f(x)=\dfrac{8}{2-x}$ зростає на проміжку $(2;+\infty)$.

Вчитель: Як бачимо, у процесі дослідження функцій нам часто доводиться розв'язувати нерівності або їх системи. Пригадаємо, які бувають нерівності та які способи їх розв'язування нам відомі.

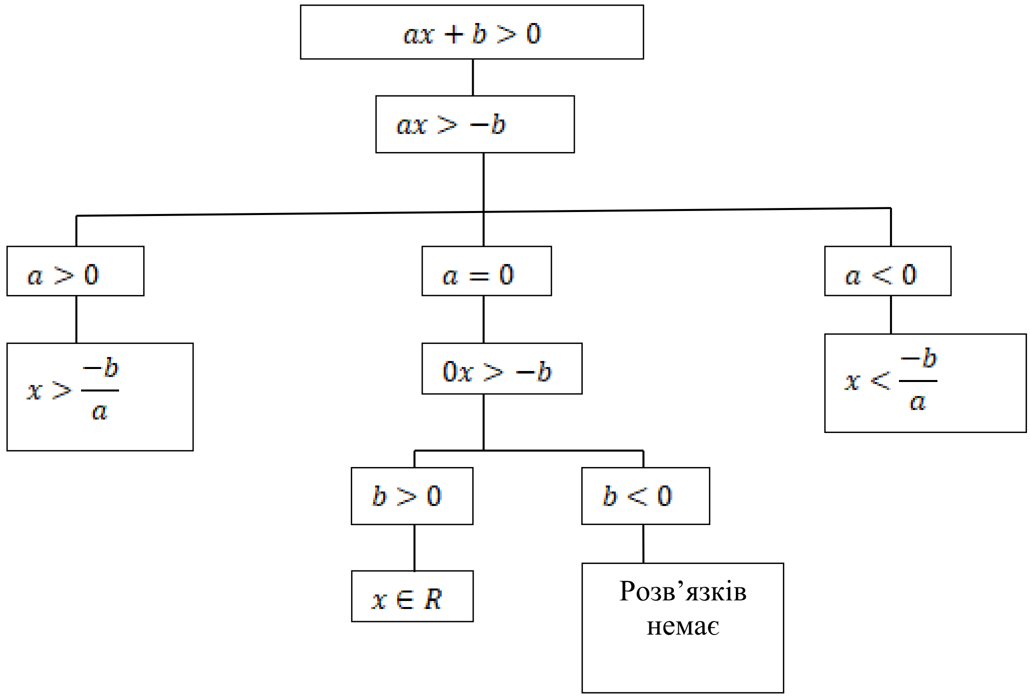
Виступ команди з презентацією теми «Нерівності. Системи нерівностей» за планом:

1. Числові нерівності та їх властивості.
2. Лінійні нерівності.
3. Системи лінійних нерівностей.
4. Квадратні нерівності.
5. Метод інтервалів розв'язування раціональних нерівностей.

Опорний конспект

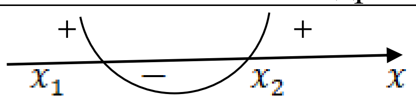
<table>
<tr><td colspan="2" align="center">Нерівності</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Означення</td></tr>
<tr><td>b a</td><td>a>b означає $a-b>0$</td></tr>
<tr><td>a b</td><td>a<b означає $a-b<0$</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Властивості
Якщо $a>b,$ то $a+c>b+c.$
Якщо $a>b,$ $c>0$ то $ac>bc.$
Якщо $a>b, c<0,$ то $ac<bc.$
Якщо $a>b, c>d,$ то $a+c>b+d.$
Якщо $a>b>0, c>d>0,$ то $ac>bd.$
Якщо $a>b>0, n\in N,$ то $a^n>b^n.$
Якщо $a>0, b>0,$ то $\frac{a+b}{2}\geq\sqrt{ab}.$
Якщо $a>0,$ то $a+\frac{1}{a}\geq 2.$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Лінійні нерівності



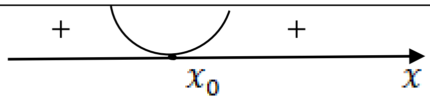
Квадратні нерівності

a>0
D>0



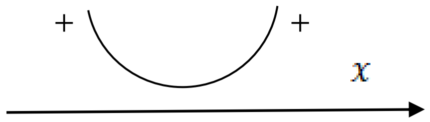
$ax^2+bx+c>0$	$(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$
$ax^2+bx+c<0$	$(x_1;x_2)$

a>0
D=0



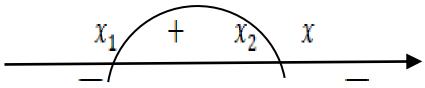
$ax^2+bx+c>0$	$(-\infty;x_0)\cup(x_0;+\infty)$
$ax^2+bx+c<0$	Розв'язків немає

a>0
D<0



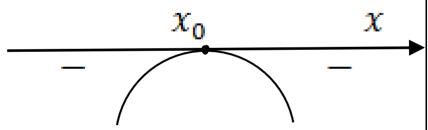
$ax^2+bx+c>0$	R
$ax^2+bx+c<0$	Розв'язків немає

a<0
D>0



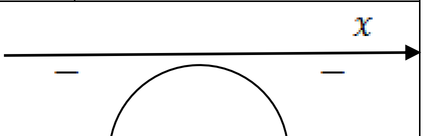
$ax^2+bx+c>0$	$(x_1;x_2)$
$ax^2+bx+c<0$	$(-\infty;x_1)\cup(x_2;+\infty)$

a>0
D<0



$ax^2+bx+c>0$	Розв'язків немає
$ax^2+bx+c<0$	$(-\infty;x_0)\cup(x_0;+\infty)$

a<0
D>0



$ax^2+bx+c>0$	Розв'язків немає
$ax^2+bx+c<0$	R

Система лінійних нерівностей

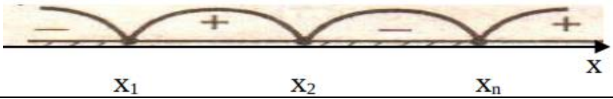
1.Розв'язати кожну нерівність системи;
2.Зобразити множину розв'язків на координатній прямій.
3.Знайти переріз множини розв'язків

Примітки: 1. $\begin{cases} x<a \\ x<b \end{cases}$, де $a>b$,

то розв'язок $x<a$.

2. $\begin{cases} x>a \\ x>b \end{cases}$, де $a>b$,

то розв'язок $x>a$.

Метод інтервалів (розв'язування нерівностей виду $f(x) > 0$ і $f(x) < 0$)
1.Знайти ОДЗ. 2.Подати ліву частину нерівності у вигляді $(x - x_1) \cdot (x - x_2) \dots (x - x_n) > 0$, де $x_1, x_2, \dots x_n$ − деякі попарно різні числа 3.Позначити нулі на ОДЗ і знайти знак f(x) у кожному проміжку, на які розбивається ОДЗ. 4.Записати відповідь, враховуючи знак заданої нерівності 

Систематизація і узагальнення умінь і навичок з теми

Усні вправи

Розв'яжіть нерівність:

$2x > -8$; $-5x \leq 40$; $0 \cdot x > 5$; $0 \cdot x > 0$; $0 \cdot x \leq 0$; $0 \cdot x < 0$;

$0 \cdot x \geq -3$; $0 \cdot x \geq 0$.

Чи є числа -1; 5; 4; 0; 1 розв'язком системи $\begin{cases} x > -4 \\ x < 8 \end{cases}$?

Розв'яжіть систему нерівностей:

$\begin{cases} -3x > 9 \\ 4x \leq 1 \end{cases}$.

Письмові вправи

Розв'яжіть нерівність:

1)$7x - 4 > 8x + 2$;

2)$(x - 1)(x - 3) \leq 27 - 2x$;

3)$(x^2 + 8x - 9)(x^2 - 4) \geq 0$;

4)$-0{,}8 \leq 0{,}4 - 3x \leq 2{,}8$;

5)$\frac{x^2 + 7x - 8}{(x-5)^2} \geq 0$.

Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} \dfrac{2x-1}{4} - \dfrac{x+3}{8} < 4, \\ 5(x-3) + 11 > 7(x+3). \end{cases}$

2.5.8. Результати педагогічного експерименту

На початковому етапі виконання магістерської роботи з метою обґрунтування актуальності обраної теми проводився констатуючий експеримент у формі анкетування. Усього було опитано 5 учителів математики

Козелецького ЗЗСО І-ІІІ ступенів №3. Запитання, які їм було запропоновано, стосувалися здійснення підсумкового повторення взагалі та шкільного курсу алгебри зокрема (див. додаток 2).

Результати анкетування свідчать, що більшість учителів (4) підсумкове повторення здійснює у формі розв'язування варіантів атестаційних робіт. Ніхто з учителів не залучає учнів ні до підготовки матеріалів для уроків повторення, ні до розроблення опорних конспектів. Усі вчителі вказували на недостатність навчального часу, а також відсутність науково-методичних розробок з даної проблеми.

Отже, результати анкетування свідчать про гостроту і суперечливість піднятої проблеми, а також і доцільність її дослідження.

З метою перевірки ефективності розроблених у роботі матеріалів нами було сплановано і проведено навчальний педагогічний експеримент у травні 2021 року. Ми запропонували провести уроки систематизуючого повторення у 9-х класах. Вчитель Погиба Тетяна Борисівна провела у 9-А класі три уроки з використанням розроблених нами матеріалів. У 9-Б та 9-В класах проводилося повторення у процесі розв'язування задач зі збірника для підсумкової атестації.

У 9-А класі впродовж експериментальних уроків учитель здійснювала повторення матеріалу функціональної лінії, на фоні якого повторювалися також теми «Дійсні числа та дії над ними», «Вирази», «Рівняння», «Нерівності». Для підготовки матеріалів до повторення цих тем були залучені учні. Після уроків повторення у всіх дев'ятих класах було проведено зріз знань за цими темами. Учні 9-А класу показали кращі результати, порівняно з учнями інших класів.

Після перевірки контрольної роботи ми опитали учнів 9-х класів. Учні 9-А класу відзначили, що спеціально не готувалися до контрольної роботи, бо вони готувалися до уроків повторення. Тим самим було підтверджено відомий з психології факт, що людина запам'ятовує 80-90 % самостійно здобутих та опрацьованих знань і лише близько 70%, якщо отримує готові знання.

ВИСНОВКИ

Основою математичної компетентності учнів є міцне засвоєння знань. Це складний і тривалий процес, який включає сприймання навчального матеріалу, його осмислення і запам’ятовування та передбачає можливість використання цих знань в різних умовах.

Для повного засвоєння і відтворення знань, умінь, навичок необхідним є довільне запам'ятовування, яке залежно від ступеня розуміння матеріалу буває механічним (формальним) і смисловим (логічним). Формування прийомів смислового запам'ятовування відбувається за рахунок оволодіння розумовими логічними операціями під час навчання.

Водночас не слід перебільшувати роль заучування навчального матеріалу у процесі вивчення математики. Для того, щоб мати академічні успіхи, потрібно вивчати математику більш рефлексивно, таким способом, який передбачає дослідження альтернативних способів пошуку рішень, установлення зв’язків, розуміння різних поглядів та перспектив.

Такому способу вивчення предмета сприяє методично доцільна організація узагальнюючого повторення та систематизації знань на різних етапах навчання, тобто впорядкування вивченого матеріалу, виділення ключових його компонентів та встановлення існуючих зв’язків між ними.

Одним із основних завдань підсумкового повторення є актуалізація та зміцнення внутрішньо предметних зв’язків. З цією метою методику організації підсумкового повторення курсу алгебри 7-9 класів доцільно розробляти на основі методу укрупнення дидактичних одиниць (УДО) У контексті підсумкового повторення реалізацію методу УДО ми бачимо у виявленні ключових розділів курсу, які мають розгалужені внутрішньо предметні зв’язки, та використанні їх як приводу для повторення інших тем курсу. Ми вважаємо можливою і доцільною організацію підсумкового повторення курсу алгебри через призму повторення відомостей про функції, їх властивості та графіки. Це дозволяє відомий матеріал розглянути під іншим кутом зору та встановити додаткові логічні зв'язки.

Для підвищення інтересу і активності учнів при повторенні необхідно застосовувати різні прийоми і методи роботи, стимулювати самостійну роботу учнів. Зокрема доцільною є кооперативно-групова форма організації навчання, яка дозволяє поєднати особистісно-орієнтований підхід та інтерактивні технології навчання.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Амонашвили Ш. А. Обучение. Оценка. Отметка / Ш. А. Амонашвили. Москва : Знание, 1980. 96 с.

2. Бартлетт Ф. Человек запоминает // Хрестоматия по общей психологи. Психология памяти / Под ред. Ю.Б. Гиппенрейтер, В.Я. Романова. - М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979. - С. 93-102.

3.Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 7-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П.Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Видавництво «Відродження», 2015.-288с.

4.Бевз Г.П. Алгебра: підруч. для 8-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / Г.П.Бевз, В.Г. Бевз. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2016.-254.

5. Бевз Г.П. Виховання учнів математикою. – Х.: видавнича група « Основа» 2004.-91с.

6. Булах І.Є. Створюємо якісний тест: навч. посібник / І.Є. Булах, М.Р. Мруга.- К.: Майстер-клас, 2006. – 160 с.

7. Возняк Г.М., Маланюк М.П. Взаємозв’язок теорії з практикою в процесі навчання математики: Посібник для вчителя.- К.: Рад шк., 1989.-128с.

8. Гончар А.І. Цикл уроків повторення з алгебри для 9 класу з використанням інтерактивних технологій (з теоретичним обґрунтуванням). — Лозова, 2011. — 64 с.

9. Груденов Я.И. Совершенствование методики работы учителя математики: Кн. для учителя. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.

10. ДПА 2021 (2020) Математика 9 клас. Збірник завдань для проведення ДПА. Авт.: Бевз В. Вид-во: Освіта, 2021.-80с.

11. Эрдниев П.М., Эрдниев Б. П. Укрупнение дидактических единиц в обучении математике. Книга для учителя.—М., 1986.—255 с

12. Зінченко Л.В. «Задачі на відсотки», «Математика в школах України» №11(59) 4.2004р. стор12.

13. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 9-й кл. / А.Г. Мерзляк [та ін.]; за рез. М.І.Бурди.-К.: Центр навч.-метод. л-ри, 2014.-256с.

14. Інтерактивні технології на уроках математики/Упоряди.У.С. Маркова. –Х: Вид.група «Основа», 2007,-128с.-(Б-ка журн. «Математика в школах України», Випр..3(51)).

15. Істер О.С. Алгебра: підруч. Для 8-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С.Істер.-Київ: Генеза, 2016.-272с.

16. Істер О.С. Алгебра: підруч. Для 9-го кл. загальноосвіт. навч. закл. / О.С.Істер.-Київ: Генеза, 2017.-264с.

17. Істер О.С. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики. 9 клас / О.С. Істер, О. І. Глобін, І.Є. Панкратова. – К.: ЦНМЛ, 2012.-112с.

18. Иржавцева В.П., Федченко Л.Я. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики. Пособие для учителей. Под ред. канд. Психологических наук Н. Коломинского. Серия: Библиотека передового опыта. К.: Радянська школа 1988г. 208 с.

19. Корнієнко Т.Л. Математичні диктанти. Алгебра. Геометрія. 9клас/ Т.Л. Корнієнко, В.І. Фіготіна. – Х.: Видавництво «Ранок», 2009-160с.-Бібліотека творчого вчителя.

20. Костюк Г.С. Питання психології мислення і мови / Г.С. Костюк. – К., 1959. – 321с.

21. Кравчук В., Підручна М, Янченко Г. Алгебра: Підручник для 8 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2008. – 224 с.

22. Кравчук В., Підручна М, Янченко Г. Алгебра: Підручник для 9 класу. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2009. – 256 с.

23. Мальований Ю. Алгебра : підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закл. – Тернопіль : Навчальна книга – Богдан, 2016. – 224 с.

24. Маркова І.С. Інтерактивні технології на уроках математики. Х.: видавнича група «Основа», 2006.

25. Математика. Комплексне видання: [Довідник з математики з тренувальними вправами, 5-11 класи. Тести] /[А.Р. Гальперіна, М. Я. Забєлишинська, Ю. О. Захарійченко, В.В. Карпік, О.В. Школьний]. – 15-те вид., перероб. та доп. – Київ: «Літера ЛТД», 2020. – 464 с. – (Серія «Зовнішнє незалежне оцінювання»).

26. Мерзляк А.Г. Алгебра: підруч. Для 7 кл. закладів заг. серед. освіти / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – 2-ге вид., переробл. – Х.: Гімназія, 2020. – 288с.: іл.

27. Мерзляк А. Г. Алгебра: підруч. Для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів /А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х: Гімназія, 2016. – 240с.: іл.

28. Мерзляк А.Г. Збірник завдань для державної підсумкової атестації з математики: 9 клас /А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С.Якір. – Х.: Гімназія, 2017. – 160с.

29. Онищук В.А. Типы, структура и методика урока в школе. – К.: Рад.школа, 1976. – 183 с.

30. Пометун О.І., Пироженко Л.В. Сучасний урок: інтерактивні технології навчання.- К.: А.С.К., 2003.-144с.

31. Роганін О.М. Алгебра: 9 клас: Плани-конспекти уроків.-Х: світ дитинства, 2003-300с.

32. Слєпкань З. Психолого-педагогічні та методичні основи розвивального навчання математики. – Тернопіль: Підручники і посібники, 2004. – 240 с.

33. Стадник Л.Г. Алгебра. Клас. Комплексний зошит для контролю знань/ Л.Г. Стадник, О.М. Роганін. –Х.: Видавництво «Ранок»-2009.-64с.

34. Татьянчиков А.О. Розумові операції в контексті адаптації учнів до навчання в основній школі : Методичні рекомендації педагогічним працівникам загальноосвітніх шкіл та практичним психологам. – Слов’янськ : Видавництво Б.І. Маторіна, 2015. – 114 с.

35. Учитель року – 2004. Відкриті уроки з математики.Упорядн. Н.С. Прокопенко, Н.П. Щепань-Х.: Вид. група «Основа»,2005.-160с-(Б-ка журн. «Математика в школах України», Вип. 5(29))

36. Навчальна програма для загальноосвітніх навчальних закладів. Математика 5- 9 класи (зі змінами, затвердженими наказом МОН № 804 від 07. 06. 2017 р.). [Електронний ресурс] – Режим доступу : https://www.ed-era.com/img/books/mon59/programs/5.programa-zmatematiki.pdf

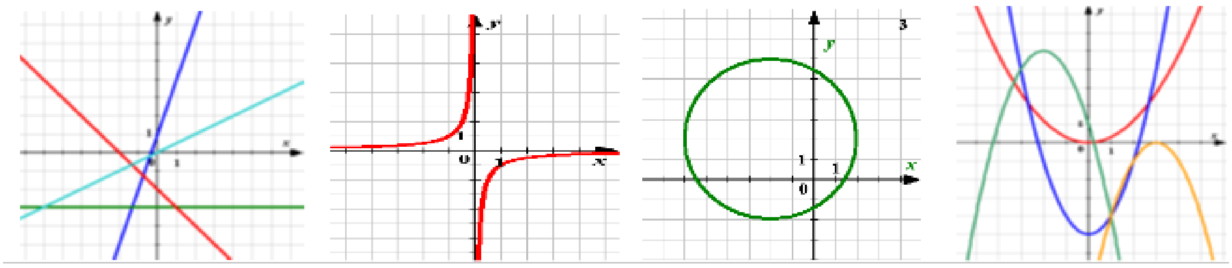
37. Текстові задачі на уроках і в позаурочний час : алгебра : 7-9 класи / Світлана Лук'янова. — К. : Редакції газет природничо-математичного циклу, 2012. — 128 с. — (Бібліотека «Шкільного світу»).

38. Чи є запам'ятовування гарною стратегією для вивчення математики? [Електронний ресурс] – Режим доступу: https://nus.org.ua/wp-content/uploads/2021/05/PISA_in-focus_61.pdf

ДОДАТОК 1

Презентація до уроку підсумкового повторення

«Функції, їхні властивості, графіки».

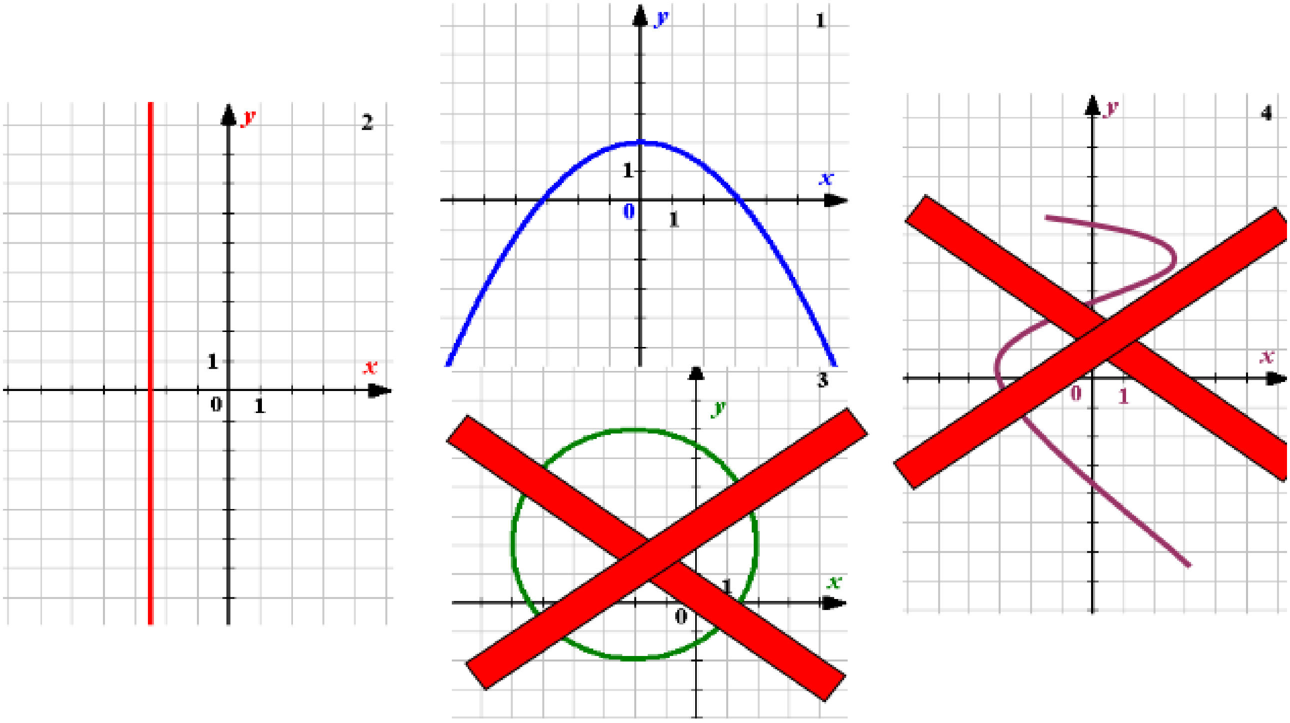


Мета:

Систематизація та узагальнення знань, умінь і навичок учнів по темі «Функції»; розвивати вміння працювати разом, творчо і логічно мислити; працювати кожному і навчити іншого; робити висновки; узагальнювати факти; сприяти моральному вихованню учнів у ході уроку.

Повторення

№1. Які із даних графіків є графіками функцій?



№ 2. Повторення

$$y = \frac{9}{x} \qquad y = 9{,}5x \qquad y = -4x + 8$$

$$y = -x^2 \qquad y = x(4 - x) \qquad y = \frac{x}{10}$$

$$y = \sqrt{x} \qquad y = 0{,}6x^3 + 2 \qquad y = -0{,}2x \qquad y = 3x - 5$$

Лінійні функції

$$y = ax + b$$

№ 3. Повторення

$$y = \frac{9}{x} \qquad y = 9{,}5x \qquad y = -x^2 \qquad y = x(4-x) \qquad y = \frac{x}{10}$$

$$y = \sqrt{x} \qquad y = 0{,}6x^3 + 2 \qquad y = -0{,}2x$$

Функції прямої пропорційності

$$y = kx$$

Правильно!

№ 4. Повторення

$$y = \frac{9}{x} \qquad y = -x^2 \qquad y = x(4-x)$$

$$y = \sqrt{x} \qquad y = 0{,}6x^3 + 2$$

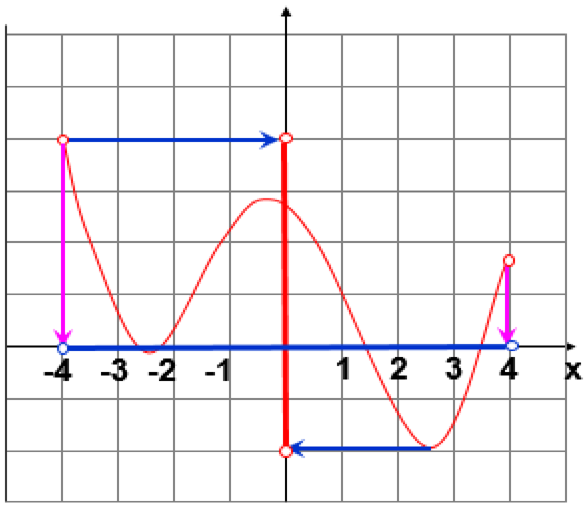
Функції оберненої пропорційності

$$y = k/x$$

І все!

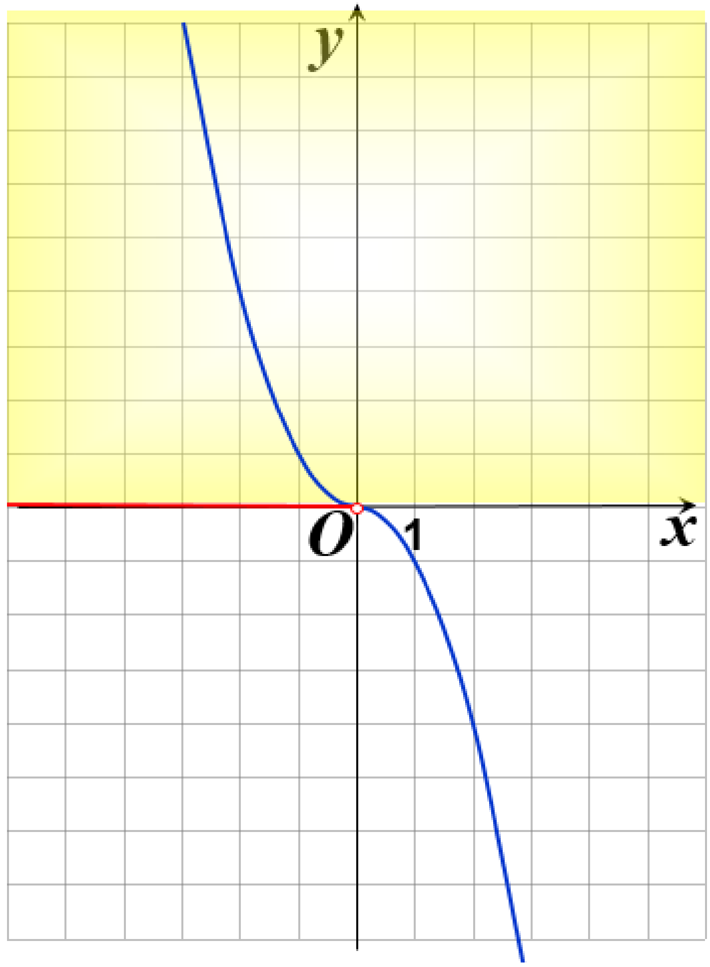
План

- 1. Означення функції.
- 2. Аргумент функції, область визначення функції, область значень функції.
- 3. Графік функції.
- 4. Способи задання функції.
- 5. Зростаючі та спадні функції
- 6. Парні і непарні функції, розміщення графіків цих функцій.
- 7. Лінійна функція. Графік лінійної функції.
- 8. пряма пропорційність. Обернена пропорційність. Їх графіки та властивості.
- 9. Графіки функцій, їх назви.
- 10. Означення і властивості квадратичної функції.
- 11. Перетворення графіків функцій.

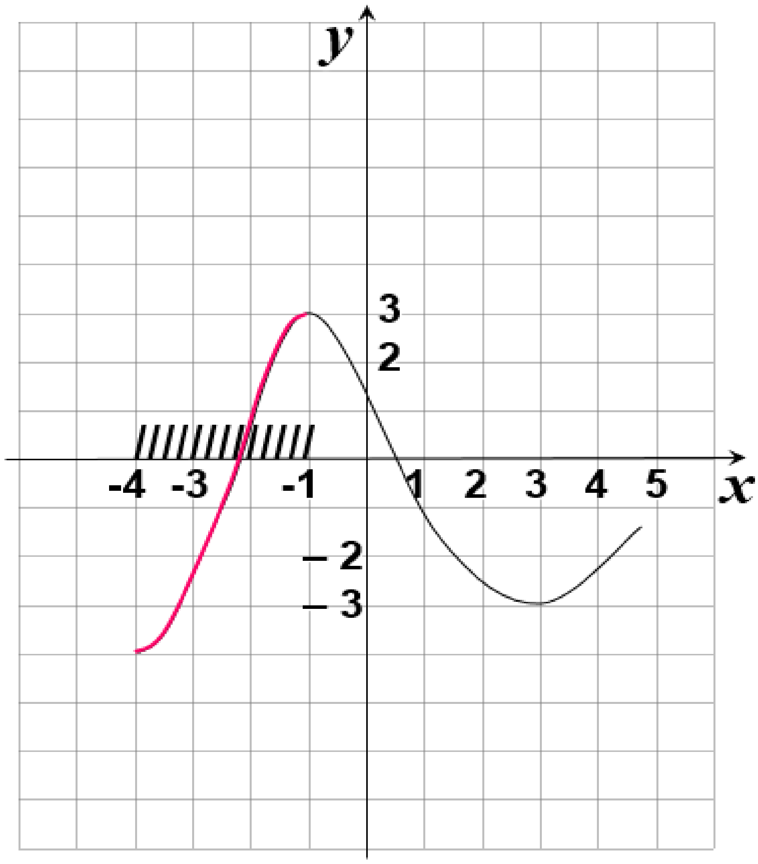


1. Знайти область визначення функції.
2. Знайти область значень функції.

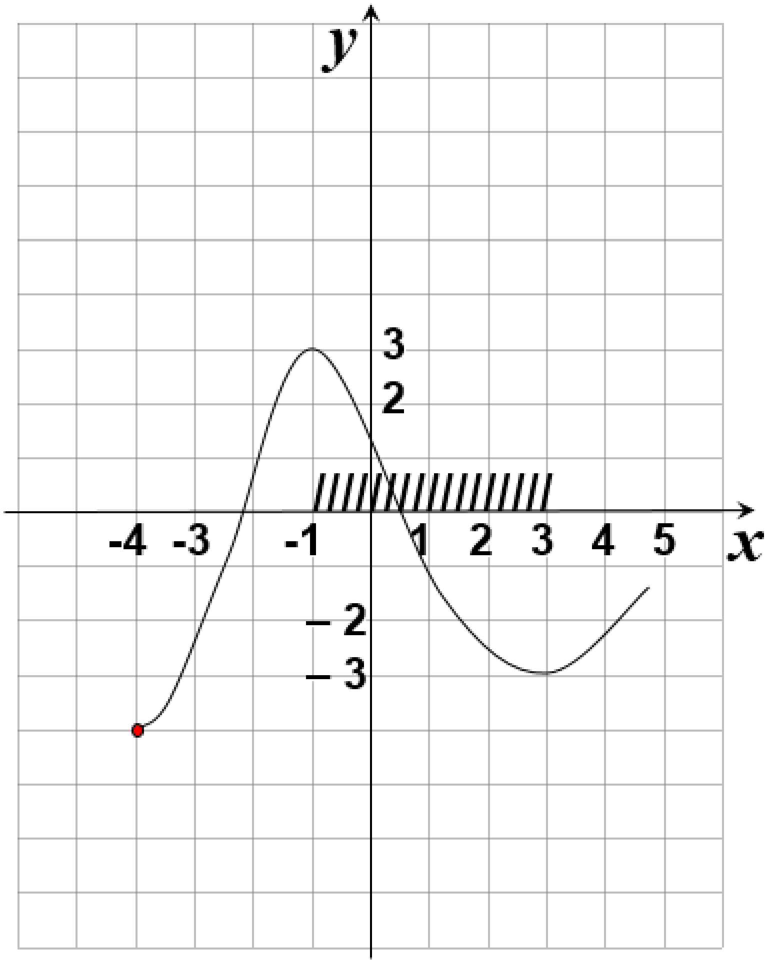
Вказати проміжок, на якому функція приймає додатні значення.



Вказати проміжок зростання функції

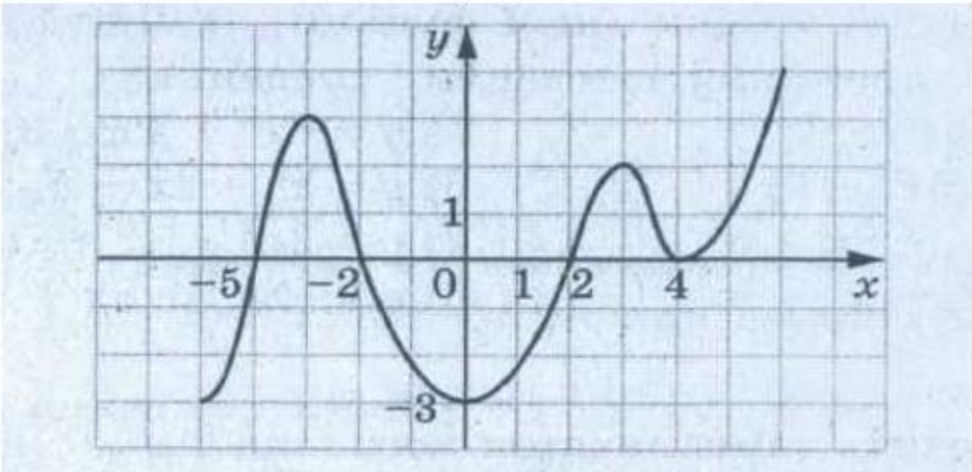


Назвіть проміжок спадання функції



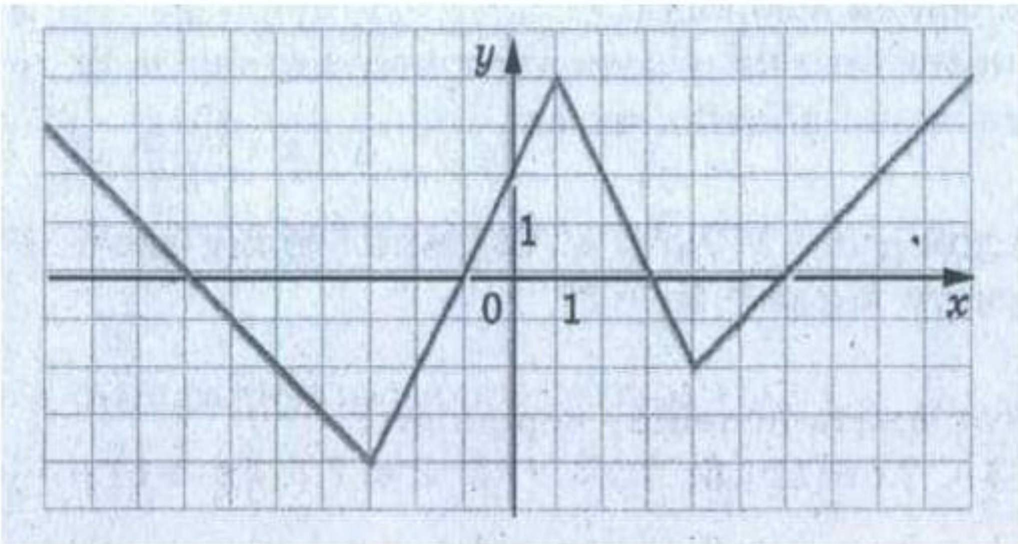
На рисунку зображено графік функції визначеної на проміжку [– 5; 6]. Користуючись рисунком, вказати:

1) Область значень функції;
2) Нулі функції;
3) Проміжки зростання та спадання.



На рисунку зображено графік функції визначеної на множені дійсних чисел. Користуючись рисунком, вказати:

1) Область значень функції;
2) Нулі функції;
3) Проміжки зростання та спадання.



Математичний диктант

1. Назвати абсцису точки А (4 ; 7)
2. Функцію задано формулою у = 4х – 5. Знайти у(-2)
3. Записати область визначення функції у = $\frac{6x+11}{x^2-2x}\ \frac{1}{3}$
4. Знайти нулі функції у =   х + 12
5. Функцію задано формулою у = 5х + 15. Знайти х , якщо у(х) = 10
6. Знайти область визначення функції $y=\sqrt{x-7}$

Відповідь

1. 4
2. – 13
3. крім 0 та 2
4. – 36
5. – 1
6. $x \geq 7$

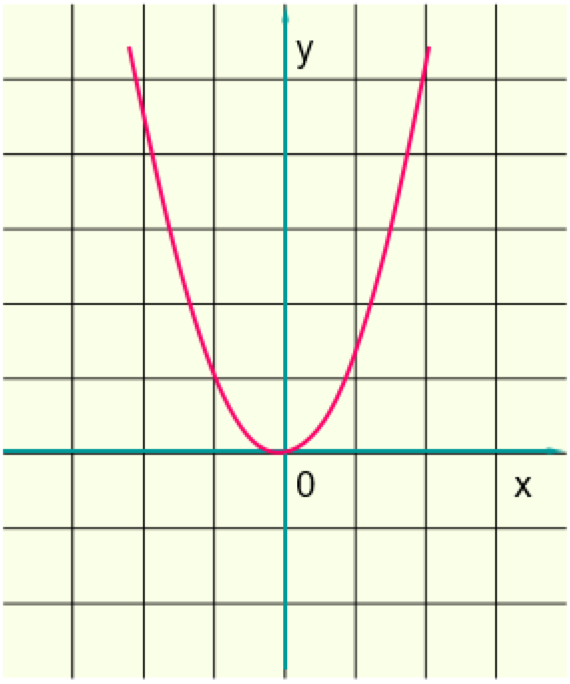
Алгоритм побудови графіка функції $y=(x+a)^2 + b$

1. Побудувати графік функції $y=x^2$

(за допомогою точок).

2. Зробити переміщення графіка вздовж осі ОХ на $|a|$ одиниць масштабу вліво, якщо $a>0$, і вправо, якщо $a<0$.

3. Зробити переміщення утвореного графіка вздовж осі ОY на $|b|$ одиниць вгору, якщо $b>0$, і вниз, якщо $b<0$.

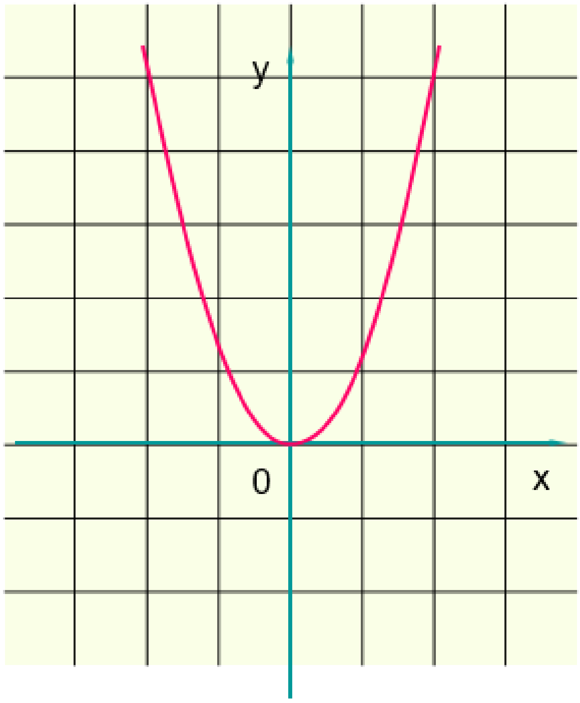


Алгоритм побудови графіка функції $y=(x+3)^2+4$

1. Побудувати графік функції $y=x^2$ (за допомогою точок).

2. Здійснити переміщення графіка вздовж осі ОХ на 3 одиниці масштабу вліво .

3. Здійснити переміщення утвореного графіка вздовж осі ОY на 4 одиниці масштабу вгору.

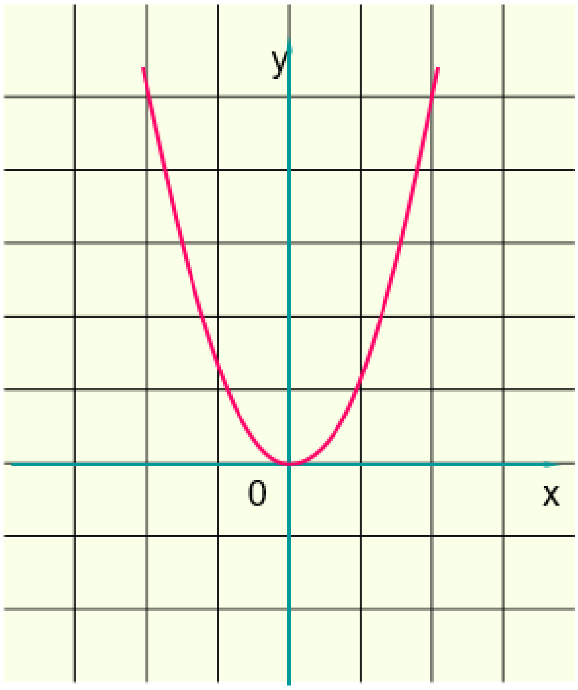


Визначити алгоритм побудови та побудувати графік функції $y=(x-2)^2+3$

1. Побудувати графік функції $y=x^2$ (за допомогою точок).

2. Здійснити переміщення графіка вздовж осі ОХ на 2 одиниці масштабу вправо.

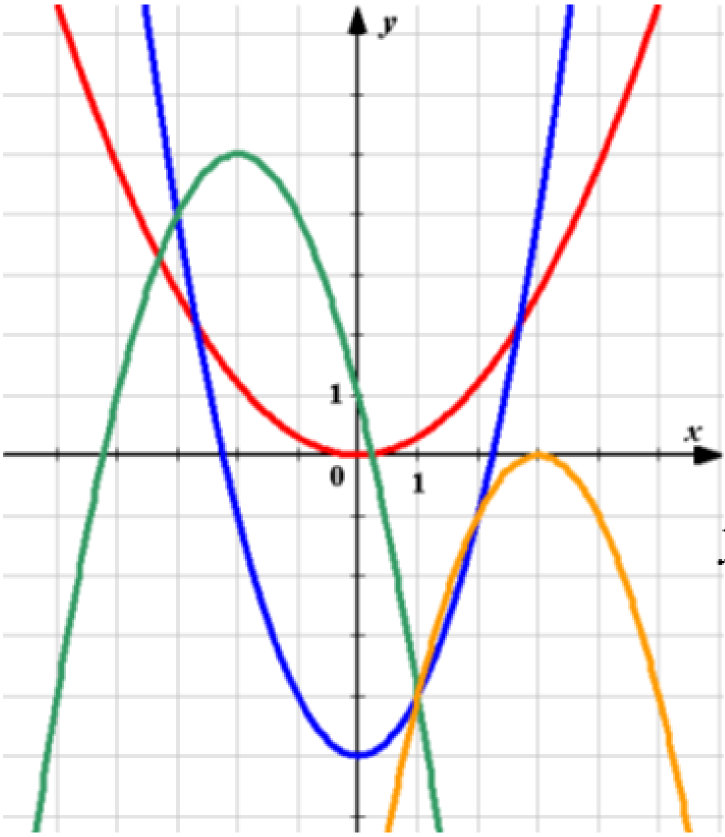
3. Здійснити переміщення утвореного графіка вздовж осі ОY на 3 одиниці масштабу вгору.



№6. Як треба паралельно перенести графік функції $y = x^2$, щоб отримати даний графік?

$y = x^2 - 2$	*На 2 одиниці вліво і на 1 одиницю вниз*
$y = (x+3)^2$	*На 2 одиниці вниз*
$y = (x-4)^2$	*На 1 одиницю вгору*
$y = x^2 + 1$	*На 3 одиниці вліво*
$y = (x+2)^2 - 1$	*На 4 одиниці вправо*

Знайти відповідність:



$y = x^2 - 5$

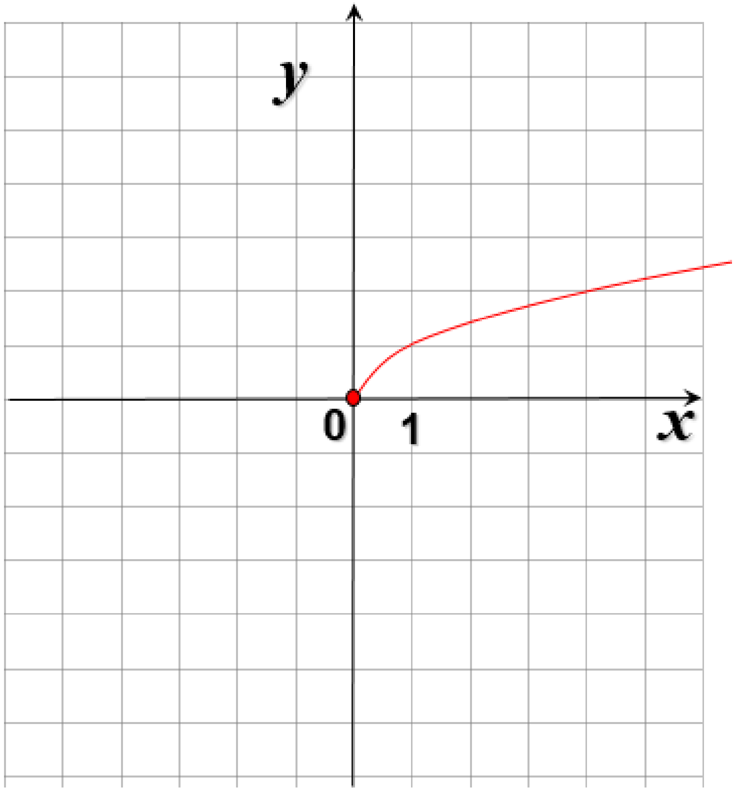
$y = 0{,}3x^2$

$y = -(x-3)^2$

$y = -(x+2)^2 + 5$

Добре!

$$y = \sqrt{x+4} - 2$$



Побудувати графіки функцій:

$y=x^2$

$y=x^2+1$

$y=x^2-2$

$y=(x-2)^2$

$y=(x+4)^2$

$y=(x+1)^2-1$

$y=(x-3)^2+4$

Функція виду:

$$f(x) = ax^2 + bx + c,\ \ a \neq 0$$

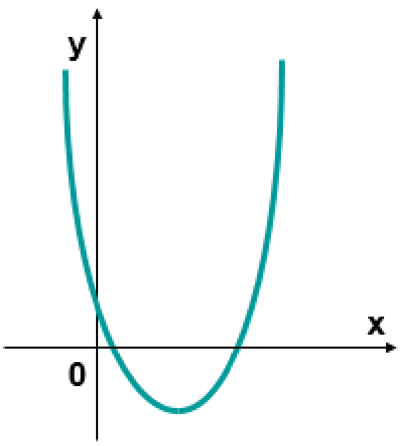
де a, b ,c - числа.

називається квадратичною!!!

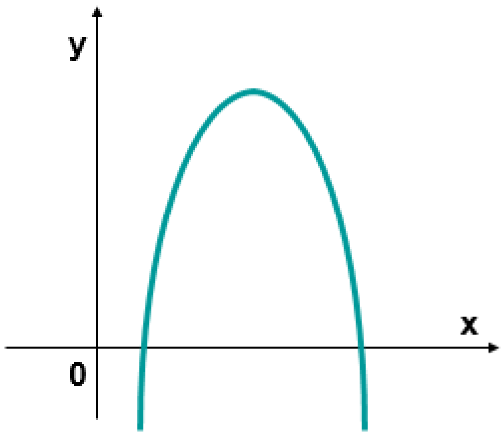
Схеми побудови графіка функції:

1.Графіком квадратичної функції є парабола , вітки якої напрямлені:

вгору — *вниз*



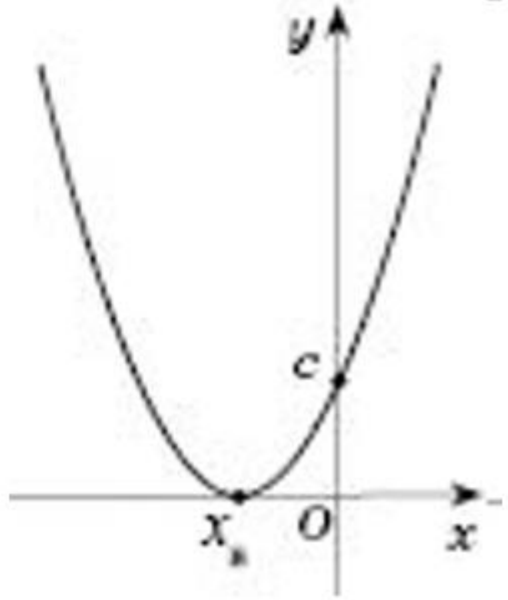
при a>0



при a<0

3.Перетин з ОУ:

$x = 0$, $y = c$



(0;С) – точка перетину параболи з віссю ОУ

4.Вершина параболи:

$$X_0 = -\frac{b}{2a} \qquad y_0 = \frac{-b^2+4ac}{4a}$$

Дослідимо функцію:

$y = x^2 - 3x + 2$

Вкажіть координати вершини параболи:

а) (-3; 2) б) (1,5; 2,75) в) (1,5; 5,25)

Знайдіть точку перетину з ОУ:

а) (0; 2) б) (2; 0) в) (1,5; 0)

Знайдіть точку перетину з ОХ:

а) (1;0),(4;0) б) (2;5),(5,0) в) (1;0),(2;0)

Побудувати графік функції:

$y=x^2-6x+5$ б) $y=x^2-6x+8$

Знайдіть:

1)Нулі функції

2) Найбільше та найменше значення

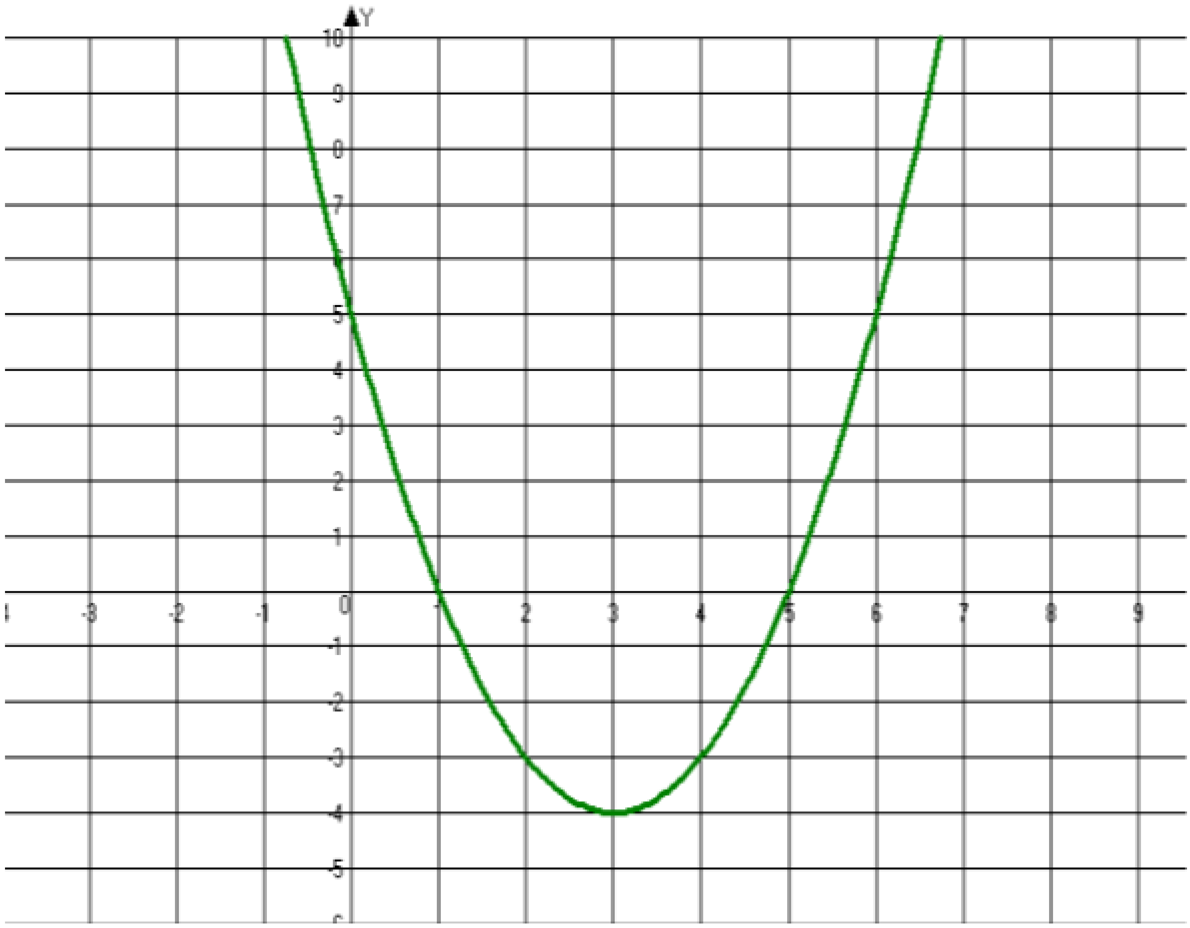
3) Проміжки зростання та спадання

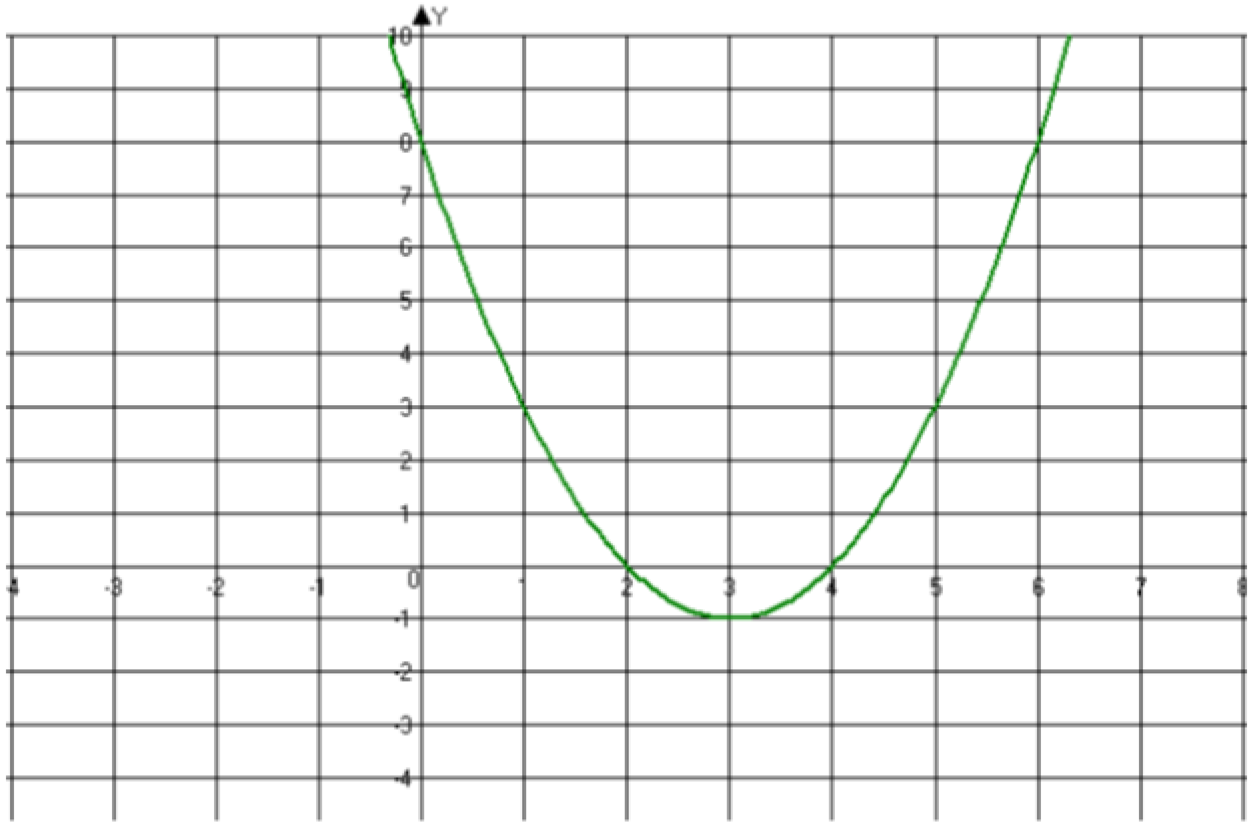
4) При яких значення функція набуває додатних значень та від'ємних

5) Область значень

АЛГОРИТМ ПОБУДОВИ

- 1) Визначаємо коефіцієнти a,b,c
- 2) Напрям віток
- 3) Координати параболи
- 4) Точки перетину графіка з віссю OX
- 5) Точки перетину з віссю OY
- 6) Будуємо графік





ПІДСУМОК УРОКУ

- Що ми сьогодні повторили на уроці?
- Як будувати графіки квадратичних функцій?
- Як можна побудувати графік функції за допомогою паралельного перенесення?
- Як визначити вершину параболи?
- Як знайти точки перетину з віссю OX та OY?
- Як знайти нулі функції?

ДОДАТОК 2

Анкета для вчителів

1. Які види повторення пройденого матеріалу Ви здійснюєте у своїй роботі?

☐ на початку навчального року

☐ поточне повторення

☐ тематичне повторення

☐ підсумкове повторення

2. У який спосіб Ви зазвичай здійснюєте поточне повторення?

____

3. У який спосіб Ви зазвичай здійснюєте тематичне повторення?

____

4. Чи вважаєте Ви, що у вивченні математики заучування навчального матеріалу відіграє провідну роль?

☐ так ☐ частково ☐ ні

5. Чи показуєте учням мнемонічні прийоми запам’ятовування навчального матеріалу?

☐ так ☐ ні

Якщо так, наведіть, будь ласка, приклад:

____

6. У який спосіб Ви здійснюєте підсумкове повторення курсу алгебри?

☐ систематизуюче повторення окремих змістових ліній курсу

☐ повторення матеріалу у процесі розв’язування варіантів атестаційних робіт

Свій варіант: ____

____

7. Чи вистачає Вам часу для підсумкового повторення курсу?

☐ так ☐ ні

8. Чи залучаєте Ви учнів до підготовки матеріалів у процесі підсумкового повторення?

☐ так ☐ ні

9. Чи використовуєте Ви у процесі підсумкового повторення опорні конспекти?

☐ так ☐ ні

Якщо так, то зазвичай Ви:

☐ розробляєте систематизуючи таблиці самостійно

☐ залучаєте учнів до розроблення

☐ використовуєте готові таблиці

10. Чи вивчаєте Ви досвід здійснення підсумкового повторення інших учителів?

☐ так ☐ ні

Якщо так, то якими джерелами методичної інформації зазвичай користуєтесь?

☐ спілкуєтесь з колегами

☐ відвідуєте сайти колег

☐ знаходите матеріали на відомих освітніх сайтах

(наприклад, ____)

☐ читаєте фахові періодичні видання

Свій варіант: ____

11. Чи відомі Вам науково-методичні розробки з проблеми узагальнення, систематизації, підсумкового повторення?

☐ так ☐ ні

Якщо так, вкажіть, будь ласка, які саме:

____