

Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т.Г.Шевченка  
Природничо-математичний факультет  
Кафедра математики та економіки

# Кваліфікаційна робота

освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр»  
на тему

## Методика реалізації наскрізних ліній компетентностей під час навчання шкільного курсу математики

Виконала:

студентка 2 курсу, групи 61

спеціальності

014 Середня освіта (Математика)

Светюха Н.В.

Науковий керівник:

к.п.н., доцент Соколенко Л.О.

Чернігів – 2019

Роботу подано до розгляду « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студентка \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Науковий керівник \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри математики та економіки

протокол № \_\_\_\_\_ від « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студентка допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_  
(підпис) (прізвище та ініціали)

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	10
1.1. Поняття компетентності в освіті. Класифікація компетентностей.....	10
1.2. Формування ключових компетентностей під час навчання курсу математики в закладах середньої освіти.....	16
1.3. Коротка характеристика наскрізних ліній ключових компетентностей, виокремлених в навчальних програмах з математики для основної та старшої школи.....	22
1.3.1. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Екологічна безпека та сталий розвиток».....	23
1.3.2. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Громадянська відповідальність».....	23
1.3.3. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Здоров'я і безпека».....	24
1.3.4. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Підприємливість та фінансова грамотність».....	25
1.4. Стан проблеми дослідження в науковій, психолого-педагогічній, навчально-методичній літературі та шкільній практиці.....	26
1.4.1. Аналіз чинних навчальних програм з математики для основної та старшої школи по темі дослідження.....	26
1.4.2. Аналіз посібників, підручників, методичних статей.....	27
РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ, ЩО СПРИЯЮТЬ ФОРМУВАННЮ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ КУРСУ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ТА СТАРШОЇ ШКОЛИ.....	30
2.1. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної ліній ключових компетентностей «Екологічна безпека та сталий розвиток» та методика навчання учнів їх розв'язування.....	30

2.2. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Громадянська відповідальність» та методика навчання учнів їх розв'язування.....	42
2.3. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Здоров'я і безпека» та методика навчання учнів їх розв'язування.....	48
2.4. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Підприємливість та фінансова грамотність» та методика навчання учнів їх розв'язування.....	57
2.5. Експериментальна перевірка окремих результатів дослідження...	70
ВИСНОВКИ.....	75
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ.....	77
ДОДАТКИ.....	86

## ВСТУП

**Актуальність дослідження.** Запровадження компетентнісного підходу як перспективного світового й освітнього орієнтиру є пріоритетним напрямом в сучасній вітчизняній освіті.

Компетентнісний підхід до навчання, спрямований на формування системи відповідних знань, навичок, досвіду, здібностей і ставлення, яке дає змогу обґрунтовано робити висновки про застосування математики в реальному житті, водночас готовність випускника школи до успішної діяльності в соціумі [51, с. 1].

Кінцевим результатом навчання шкільних предметів, зокрема математики 5-6 класів, алгебри та геометрії в основній школі, алгебри і початків аналізу та геометрії в старшій школі є сформовані певні компетентності, які сприятимуть зданості учня застосовувати свої знання в реальних життєвих ситуаціях, нести відповідальність за свої дії, брати повноцінну участь в житті суспільства [51, с. 1].

Державним стандартом базової та повної загальної середньої освіти [23], чинними програмами з математики для 5-9 класів [49] та програмами з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (рівень стандарту [50], профільний рівень [51], для класів з поглибленим вивченням математики [52]) передбачено формування практичної компетентності [50, с. 1], ключових компетентностей, серед яких: спілкування державною (і рідною у разі відмінності) мовами, спілкування іноземними мовами, математична компетентність, основні компетентності у природничих науках і технологіях, інформаційно-цифрова компетентність, уміння вчитися впродовж життя, ініціативність і підприємливість, соціальна та громадянська компетентності, обізнаність та самовираження у сфері культури, екологічна грамотність і здорове життя [50, с. 2-4].

Наскрізні лінії компетентностей мають стати засобами інтеграції ключових і загально предметних компетентностей, навчальних предметів та предметних циклів, що вивчаються в основній та старшій школі.

На сучасному етапі виділяють такі чотири наскрізні лінії ключових компетентностей: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність». Важливість збереження довкілля та дбайливе ставлення до нього; громадянське виховання; здоровий спосіб життя; фінансова грамотність та здатність у спішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, визначили зміст наскрізних ліній компетентностей. А для того, щоб в учнів сформувались вище зазначені аспекти, організація навчального процесу має сприяти їх реалізації.

Засобами реалізації наскрізних ліній компетентностей є: 1) задачі відповідного змісту; 2) ілюстративні приклади; 3) практичні життєві ситуації безпосередньо пов'язані з математикою та її застосуваннями у реальному житті.

Цим засобам (зокрема задачами відповідного змісту) безпосередньо присвячено навчально-методичні посібники, серед яких посібник Борзяк І.М. «Реалізація наскрізних ліній на уроках математики» [10], Васильєвої Д.В. «Збірник задач з математики. 5-9 класи: Наскрізні лінії компетентностей та їх реалізація» [15], Павлусь Г.О., Островік А.Б. «Компетентнісний підхід при вивченні математики» [57], Рафальської М. та ін. «Громадянська відповідальність: 80 вправ для формування громадянської та соціальної компетентностей під час вивчення різних шкільних предметів. 5-9 клас» [64], науково-методичні статті [16], [19], [30], [33], [34], [45], [55], [60], [72], [73], [74], [75], [76], [77].

Переважає більшість задач, призначених для реалізації наскрізних ліній компетентностей, що розглядаються у наукових джерелах має безпосереднє відношення до курсу математики основної школи. Актуальною залишається проблема підбору та створення відповідних задач, які мають безпосереднє відношення до курсу алгебри і початків аналізу та геометрії старшої профільної школи та створення методики навчання учнів їх розв'язування.

**Об'єкт дослідження:** процес навчання курсу математики в основній та старшій профільній школі.

**Предмет дослідження:** методика навчання учнів закладів середньої освіти розв'язування різних типів прикладних задач, які є засобами реалізації наскрізних ліній компетентностей.

**Мета дослідження:** створити ефективну методику реалізації наскрізних ліній компетентностей під час навчання курсу математики в закладах середньої освіти.

**Завдання дослідження:**

1) Опрацювати психолого-педагогічну, навчально-методичну, науково-популярну літературу з теми дослідження.

2) Розглянути теоретичні основи компетентісно-орієнтованого навчання.

3) Охарактеризувати наскрізні лінії ключових компетентностей, виокремлені в навчальних програмах з математики для основної та старшої школи.

4) Розробити систему різнорівневих задач, що сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання курсу математики основної та старшої школи.

5) Створити методику навчання учнів розв'язування задач запропонованої в роботі системи.

6) Підібрати ілюстровані приклади, практичні життєві ситуації безпосередньо пов'язані з математикою та її застосуваннями у реальному житті та запропонувати методику їх використання під час проведення позакласної роботи з математики.

7) Провести експериментальну перевірку окремих результатів дослідження.

Результати дослідження представлені у таких публікаціях:

1. Наскрізні лінії як засіб інтеграції ключових і математичної компетентностей під час навчання в старшій школі / Светюха Н.В.,

Соколенко Л.О. // Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання: Збірник тез доповідей Регіональної науково-практичної конференції студентів, аспірантів і молодих учених (28 листопада 2018 р., м. Чернігів). Чернігів: НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2018. – С. 102-103.

2. З досвіду реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання трансцендентних функцій / Светюха Н.В., Шолом Г.І., Соколенко Л.О. // Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання: Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів і молодих учених (27 листопада 2019 р., м. Чернігів). Чернігів: НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2019. – С. 93-94.

**Структура роботи.** Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків, списку використаної літератури, трьох додатків.

У вступі розкрита актуальність дослідження, визначені об'єкт, предмет, мета та завдання дослідження.

У першому розділі роботи розглянуті такі питання: поняття компетентності в освіті, класифікація компетентностей; наведена коротка характеристика наскрізних ліній ключових компетентностей: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність». Розглянуто стан проблеми дослідження в науковій, психолого-педагогічній, навчально-методичній літературі та шкільній практиці. Зроблено аналіз чинних навчальних програм з математики для основної та старшої школи та посібників, підручників, методичних статей по темі дослідження.

У другому розділі роботи представлена система задач, що сприяють формуванню ключових компетентностей під час навчання курсу математики основної та старшої школи та запропонована методика їх навчання. В окремих пунктах розміщені задачі, що сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей: «Екологічна безпека та сталий розвиток»,



«Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність». Також у другому розділі наведені зміст і результати навчально-педагогічного експерименту.

## РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

### 1.1. Поняття компетентності в освіті. Класифікація компетентностей

Аналіз наукової та навчально-методичної літератури показує, що у вітчизняній педагогічній літературі вживаються і поняття «компетенція» («компетенції», «групи компетенцій»), і поняття «компетентність» («групи компетентностей») [1].

Наведемо тлумачення цих понять за словником іншомовних слів [68].

*Компетентність* – 1) авторитетність, обізнаність; 2) володіння компетенцією. *Компетенція* – 1) коло повноважень певної установи або посадової особи; 2) коло питань, в яких дана особа добре поінформована, має знання, досвід, що дає їй змогу фахово розв'язувати проблеми. Компетенція – еталон досвіду дій, знань, умінь, навичок, творчості, емоційно-ціннісної спрямованості особистості, який установлює суспільство. Компетентність [65] – володіння знаннями, що дають змогу розмірковувати про що-небудь компетентно, висловлювати вагоме, авторитетне судження. *Компетентний* [56] – той, хто обізнаний, тямущий, досвідчений у певній галузі; який може за своїми знаннями чи повноваженнями щось здійснювати, приймати рішення або судити про щось.

У педагогіці [65] поняття «компетенція» тривалий час вживалося у значенні «коло повноважень», а поняття «компетентність» пов'язувалося з обізнаністю, авторитетністю, кваліфікованістю.

А. Хуторський [83] розмежовуючи ці поняття, вкладав у них різний зміст. На його думку, *компетенція* – це сукупність взаємопов'язаних якостей особистості (знань, умінь, навичок, способів діяльності), які є заданими щодо відповідного кола предметів і процесів і необхідними для якісної продуктивної дії з ними. *Компетентність* – це володіння людиною відповідною компетенцією, що характеризує її особистісне ставлення до предмета діяльності. Тобто компетенцію науковець пропонував розуміти як

задану вимогу, норму освітньої підготовки учня, а компетентність – як його реально сформовані особистісні якості та мінімальний досвід діяльності [1].

Н. Бібік зауважує [8], що теорія й практика компетентнісного підходу в освіті пов'язані з професійною освітою, а поняття «компетентність» трактується як визначальна категорія, що характеризує людину як суб'єкта професійної діяльності, її здатність успішно виконувати свої повноваження.

Загалом, як зазначає О.Пошетун [59], компетентнісний підхід в освіті пов'язаний з особистісно орієнтованим і діяльнісним підходами до навчання, оскільки стосується особистості того, хто навчається, і може бути реалізований і перевірений тільки в процесі виконання суб'єктом навчального процесу *певного комплексу дій*. Компетентнісний підхід в освіті [62] також ширший, ніж підхід з позиції предметних знань, навичок, умінь, і включає широкі гуманістичні, морально-етичні, культурні, естетичні, мотиваційні та інші компоненти, спрямовані на творчість, дію, ініціативу, виконання, результат.

### **Класифікація компетентностей**

У Державному стандарті базової і повної загальної середньої освіти [23] компетентність визначають як набути в процесі навчання інтегровану здатність учня, що складається із знань, умінь, досвіду, цінностей і ставлень, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці; ключову компетентність – як спеціально структурований комплекс характеристик (якостей) особистості, що дає можливість їй ефективно діяти в різних сферах життєдіяльності; предметну (галузеву) компетентність – як набутий учнями в процесі навчання досвід специфічної для певного предмета діяльності, пов'язаної із засвоєнням, розумінням і застосуванням нових знань.

Виходячи з того, що компетентність є складним утворенням, більшість дослідників виокремлюють у цьому педагогічному явищі первинні напрями і групи. Перелік різних класифікацій компетентностей (табл. 1) наведено у монографії І. А. Акуленко [1].

## Різні класифікації компетентностей

Автор	Види компетентностей
А. Маркова	<p><i>Спеціальна компетентність</i> – володіння власне професійною діяльністю на достатньо високому рівні, здатність проектувати свій подальший професійний розвиток; <i>соціальна компетентність</i> – володіння спільною (груповою, кооперативною) професійною діяльністю, співробітництвом, а також відповідними прийомами професійного спілкування, соціальна відповідальність за результати своєї професійної праці; <i>особистісна компетентність</i> – володіння прийомами особистісного самовираження та саморозвитку, засобами протистояння професійним деформаціям особистості; <i>індивідуальна компетентність</i> – володіння прийомами самореалізації й розвитку індивідуальності в рамках професії, готовність до професійного зростання, здатність до індивідуального самозбереження.</p>
Л. Гузєєв	<p><i>Соціальна компетентність</i> – здатність діяти в соціумі з урахуванням позицій інших людей; <i>комунікативна компетентність</i> – здатність вступати в комунікацію з метою порозуміння. <i>Предметна компетентність</i> – здатність аналізувати й діяти з кута зору певних галузей людської культури.</p>
А. Хуторський	<p><i>Ключові компетентності</i> (міжпредметні і надпредметні компетентності) – здатність людини</p>

	здійснювати складні поліфункціональні, поліпредметні види діяльності, ефективно розв'язуючи актуальні індивідуальні й соціальні проблеми. <i>Загальногалузеві компетентності</i> – компетентності, що формуються в тих, хто навчається, в ході засвоєння змісту тієї чи тієї освітньої галузі в кожній ланці системи освіти, і які відбуваються в розумінні «способу існування» відповідної галузі – тобто того місця, яке ця галузь займає в суспільстві, а також уміння застосовувати їх на практиці для розв'язування індивідуальних і соціальних проблем. <i>Предметні компетентності</i> – складові загальногалузевих компетентностей, що стосується конкретного предмета.
Н. Кузьміна, Е. Зеєр	Індивідуальна, соціальна, спеціальна.
В. Кричевський	Функціональна, інтелектуальна, соціальна, ситуативна.
С. Шишов, В. Кальней	Побутова, громадянська, професійна.
В. Антипова, К. Колесіна, Г. Пахомова	Аксіологічна, життєтворча, культурологічна, морально-естетична, громадянська.
М. Ярмистий	Інтелектуальна, ділова, соціальна, морально-психологічна, фахова.

Вітчизняні науковці виділяють [9] ієрархію компетентностей, до якої включено:

- ключові, надпредметні або базові – спираються на пізнавальні процеси й виявляються в різних контекстах, їхніми ознаками є поліфункціональність, міжпредметність, багатовимірність;
- загальнопредметні – належать до певної сукупності предметів або освітніх галузей, відрізняються високим ступенем узагальненості й комплексності;
- предметні – часткові щодо названих вище, яких набувають у процесі вивчення певних предметів.

Перелік ключових освітніх компетентностей визначається на основі головних цілей загальної освіти, структурного представлення соціального досвіду й досвіду особистості, а також основних видів діяльності учня, що дозволяють йому опанувати соціальний досвід, одержувати навички життя та практичної діяльності в сучасному суспільстві.

У чинних навчальних програмах з математики для основної [49] та старшої [50], [51], [52] школи виділяють наступні ключові освітні компетентності:

1. Спілкування державною (і рідною у разі відмінності) мовами.
2. Спілкування іноземними мовами.
3. Математична компетентність.
4. Основні компетентності у природничих науках і технологіях.
5. Інформаційно-цифрова компетентність.
6. Уміння вчитися впродовж життя.
7. Ініціативність і підприємливість.
8. Соціальна та громадянська компетентності.
9. Обізнаність та самовираження у сфері культури.
10. Екологічна грамотність і здорове життя.

Перерахувавши різні класифікації компетентностей і визначивши ключові освітні компетентності, розглянемо детальніше поняття «математична компетентність».

Проблема формування математичної компетентності й математичних компетенцій учнів постає в дослідженнях Т. Б. Волобуєвої [17], Л.І. Зайцевої [29], С. А. Ракова [62], А. В. Хуторського [83] та ін. Окремі її аспекти відображені в дослідженнях В.В. Ачкана [4], Н. Тарасенкової, В. Кірмана [79] та ін. І хоча в дослідників спостерігається певна неузгоджуваність у визначенні поняття «математична компетентність учнів» і вони виділяють дещо відмінні види математичних компетентностей учнів, однак компетентнісне спрямування шкільної математичної освіти, поза сумнівом, є на часі й майбутній учитель математики це має усвідомити.

Майбутньому вчителеві математики профільної школи необхідно спрямувати свою подальшу професійну діяльність на формування готовності й спроможності учнів «застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, уміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень» [62, с. 2].

С. А. Раков виділяє [62] такі види предметно-галузевих математичних компетентностей: процедурну, логічну, технологічну, дослідницьку, методологічну компетентності. В. В. Ачкан [4] виокремлює дещо інші види: процедурну (володіння методами розв'язування типових математичних задач; конструктивно-графічну (здатність будувати математичні моделі практичних ситуацій, використовуючи аналітичні або графічні об'єкти); логічну (володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень); дослідницьку (володіння передбачуваними програмою та Державним стандартом базової і повної загальної середньої освіти математичними методами дослідження практичних задач).

Водночас заслуговує на увагу думка Н. Тарасенкової та В. Кірмана [79], що математична компетентність як складна система дає можливість проводити аналіз за різними критеріями, у тому числі на основі змістових ліній курсу математики.

Отже, прийняття мети формування всіх видів математичної компетентності учнів у процесі навчання математики в профільній школі вчителями математики, виділення ними покомпонентного складу спеціальних предметних математичних компетентностей виступає одним із головних звань їхньої методичної підготовки. При цьому варто зауважити, що залежно від того, на якій саме компетентності вчитель зосереджуватиме увагу в процесі навчання учнів, можливі варіації у побудові методичних систем навчання: у виборі змісту, методів і прийомів, організаційних форм та засобів навчання.

## **1.2. Формування ключових компетентностей під час навчання курсу математики в закладах середньої освіти**

Зміст навчання має сприяти формуванню ключових компетентностей.

Математична і ключові компетентності взаємозв'язані. Їх формування передбачає дотримання певних дидактичних і методичних вимог до процесу навчання. Насамперед, це *посилення прикладної спрямованості змісту навчання математики*, яка забезпечує цілісну соціально ефективну математичну підготовку учнів – успішне використання знань, умінь і навичок як при вивченні теоретичного матеріалу, розв'язанні суто математичних задач та задач практичного змісту, так і при вивченні інших предметів. Йдеться про перенесення акцентів із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати для досягнення певних цілей. Знати математику – це вміти її застосовувати.

Однією з найважливіших вимог є *вироблення стійкої мотивації, інтересу до набуття компетентностей*. Це розуміння значення математичної освіти для життєдіяльності особистості в сучасному суспільстві, для освоєння і впровадження нових технологій, розуміння принципів будови і правильного використання сучасної техніки, інформаційних технологій, сприймання наукових і технічних ідей. Учні



мають також розуміти, що математика забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, передусім предметів природничого циклу, оскільки виступає не лише як галузь знань, а й як потужний метод наукового пізнання в інших науках.

Розглянемо способи формування ключових компетентностей під час навчання шкільного курсу математики.

**1. Спілкування державною (і рідною у разі відмінності) мовами.** Це вміння формується в учнів під час: усного і письмового висловлювання й тлумачення означень понять, формулювання властивостей, доведення теорем; міркуючи та роблячи висновки на основі інформації, поданої в різних формах; обґрунтування розв'язання прикладу або задачі. Також під час використання математичної термінології, чітко, лаконічно та зрозуміло висловлювати власну думку.

**2. Спілкування іноземними мовами.** Для того щоб розвивати відповідну компетентність, можна під час уроку використовувати числівники, математичні поняття і найуживаніші терміни на тій іноземній мові, яку вивчають учні; ставити запитання і формулювати проблему, порівнювати математичний термін чи буквенне позначення з його походженням з іноземної мови. Також варто пропонувати учням тексти іноземною мовою з використанням статистичних даних, математичних термінів та залучати їх до пошуку інформації в іншомовних джерелах.

**3. Математична компетентність** – це вміння бачити та застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і методи математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її методами математики, інтерпретувати отримані результати, оцінювати похибку обчислень.

С. А. Раков виділяє [62] такі види предметно-галузевих математичних компетентностей: процедурну, логічну, технологічну, дослідницьку, методологічну компетентності. Розглянемо їх детальніше.

**Математичні компетентності:**

**1) Процедурна компетентність** – уміння розв’язувати типові математичні задачі.

*Напрями набуття:*

- використовувати на практиці алгоритм розв’язання типових задач;
- уміти систематизувати типові задачі, знаходити критерії зведення задач до типових; уміти розпізнавати типову задачу або зводити її до типової;
- уміти використовувати різні інформаційні джерела для пошуку алгоритму розв’язувань типових задач (підручник, довідник, Інтернет-ресурси).

**2) Логічна компетентність** – володіння дедуктивним методом доведення та спростування тверджень, необхідно:

- володіти і використовувати на практиці понятійний апарат дедуктивних теорій (поняття, визначення понять; висловлювання, аксіоми, теореми і їх доведення, контрольні приклади до теорем тощо);
- відтворювати дедуктивні доведення теореми та доведення правильності процедур розв’язань типових задач;
- здійснювати дедуктивні обґрунтування правильності розв’язання задач та шукати логічні помилки у неправильних дедуктивних міркуваннях;
- використовувати математичну та логічну символіку на практиці.

**3) Технологічна компетентність** – володіння сучасними математичними пакетами (пакети символічних перетворень, динамічної геометрії – Gran 2D(3D), електронні таблиці (Excel)) необхідно:

- оцінювати похибки при використанні наближених обчислень;
- будувати комп’ютерні моделі для предметної області задачі з метою їх евристичного, наближеного або точного розв’язання.

**4) Дослідницька компетентність** – володіння методами дослідження практичних та прикладних задач математичними методами.

*Напрямки набуття:*

- формулювати математичні задачі;
- будувати аналітичні моделі задач;

- висувати та перевіряти справедливість гіпотез, спираючись на відомі методи (індукція, аналогія, узагальнення), а також на власний досвід досліджень;
- інтерпретувати результати, отримані формальними методами;
- систематизувати отримані результати, досліджувати межі справедливості отриманих результатів, встановлювати зв'язки з попередніми результатами, шукати аналогії в інших розділах математики.

**5) Методологічна компетентність** – уміння оцінювати доцільність використання математичних методів для розв'язання практичних та прикладних задач.

- аналізувати ефективність розв'язання задач математичними методами;
- рефлексія власного досвіду розв'язування задач та подолання перешкод з метою постійного вдосконалення власної методології проведення досліджень.

Природа компетентності така, що вона може проявлятися лише в органічній єдності з цінностями людини, тобто в умовах глибокої особистої зацікавленості в даному виді діяльності.

**Компонентами математичної компетентності, як і будь якої іншої, є:**

- *мотиваційний* – внутрішня мотивація, інтерес;
- *змістовний* – комплекс математичних знань, умінь та навичок;
- *дійовий* – навички навчальної праці (самостійність, самооцінка, самоконтроль).

#### **4. Основні компетентності у природничих науках і технологіях.**

Формуванню компетентностей у зазначених науках буде сприяти вирішення проблем, що виникають у докiллі і які можна розв'язати засобами математики; побудова та дослідження математичних моделей природних явищ і процесів; складання графіків та діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу. В учнів має формуватися наукове розуміння природи і сучасних технологій, а також здатність застосовувати його в практичній діяльності.

Уміння застосовувати науковий метод, спостерігати, аналізувати, формулювати гіпотези, збирати дані, проводити експерименти, аналізувати результати.

**5. Інформаційно-цифрова компетентність.** Для формування в учнів зазначеної компетентності на уроках математики, потрібно розвивати в них такі уміння: структурувати дані; діяти за алгоритмом та складати алгоритми; визначати достатність даних для розв'язання задачі; використовувати різні знакові системи; знаходити інформацію та оцінювати її достовірність; доводити істинність тверджень. Також є необхідним застосування інформаційно-комунікаційних технологій (ІКТ) для створення, пошуку, обробки, обміну інформацією та використання педагогічних програмних засобів з метою візуалізації даних, побудови графіків та діаграм.

**6. Уміння вчитися впродовж життя.** Для формування цієї компетентності на уроках математики можна використати наступні завдання: створення програми самоосвітньої діяльності учнів; формування стійкої позитивної мотивації до саморозвитку та постійного вдосконалення; залучення учнів до пошукової та дослідницької діяльності; складання учнями опорних конспектів, виконання творчих завдань; організація самостійної роботи з інформаційними джерелами; розробка учнями вікторин, тестів, написання рефератів.

**7. Ініціативність і підприємливість.** Метою даної компетентності є допомогти учням зрозуміти, як можна застосовувати набуті на уроках математики знання і уміння у підприємницькій діяльності та життєвих ситуаціях. Ці компетентності найкраще формувати під час виконання таких завдань: складання проєктів; розв'язування задач на відсотки та задач економічного і практичного змісту. А також під час використання інтерактивних методів навчання; проведення інтегрованих уроків та позакласної роботи з предмета.

**8. Соціальна та громадянська компетентності.** Метою соціальної компетентності є навчити учнів продуктивно співпрацювати з партнерами у

групі та команді, виконувати різні ролі та функції у колективі. Метою громадянської компетентності є навчити учнів відповідально ставитися до своїх прав та обов'язків з метою розвитку демократичного суспільства. Тому, щоб сформувати в учнів відповідні компетентності на уроках математики, можна запропонувати такі завдання: проаналізувати власну економічну ситуацію, родинний бюджет, користуючись математичними методами; задачі соціального змісту; задачі, які будуть сприяти формуванню патріотичної свідомості та громадянської відповідальності. Також для формування в учнів соціальної та громадянської компетентності потрібно проводити факультативи та гуртки відповідного змісту, уроки, позакласні заходи у формі ситуативних занять, дискусій, рольових ігор. Необхідно використовувати групові, парні, колективні форми організації навчальної діяльності.

**9. Обізнаність та самовираження у сфері культури.** Ця компетентність передбачає, що учні повинні усвідомити взаємозв'язок математики та культури на прикладах з архітектури, живопису, музики та ін.; розуміти важливість внеску математиків у загальносвітову культуру. Тобто необхідно впроваджувати такі прийоми роботи на уроці, які б не спотворювали основний зміст уроку, але при цьому були з підтекстом, завдяки якому відбувалось формування культурної компетентності. Формуванню цієї компетентності будуть сприяти задачі про золотий переріз. Також проведення наступних заходів: інтегрованих уроків, уроків-екскурсій, рольових ігор, «круглих столів», предметних тижнів.

**10. Екологічна грамотність і здорове життя.** Щоб сформувати в учнів екологічну та здоров'язберезувальну компетентності на уроках математики, потрібно пропонувати до розв'язання: задачі соціально-економічного, екологічного змісту; задачі, які сприяють усвідомленню цінності здорового способу життя. Також можна складати та спільно з учнями розв'язувати кросворди із зашифрованими назвами лікарських рослин (після чого учні

одержують завдання додому знайти способи їх застосування); складати та розв'язувати задачі валеологічного змісту.

Виходячи з того, що формування та розвиток всіх компетентностей має бути наскрізним і пронизувати весь освітній процес в школі, то організовувати уроки математики та позаурочні заходи, потрібно так, щоб забезпечувати це.

### **1.3. Коротка характеристика наскрізних ліній ключових компетентностей, виокремлених в навчальних програмах з математики для основної та старшої школи**

У навчальних програмах з математики для основної [49] та старшої [50], [51], [52] школи виокремлюються такі чотири наскрізні лінії ключових компетентностей: **«Екологічна безпека та сталий розвиток»**, **«Громадянська відповідальність»**, **«Здоров'я і безпека»**, **«Підприємливість та фінансова грамотність»**, які спрямовані на формування в учнів здатності застосовувати знання й уміння у реальних життєвих ситуаціях.

Наскрізні лінії є засобом інтеграції ключових і загально предметних компетентностей, навчальних предметів та предметних циклів, їх необхідно враховувати при формуванні шкільного середовища життєдіяльності.

Наскрізні лінії є соціально значимими надпредметними темами, які допомагають формуванню в учнів уявлень про суспільство в цілому, розвивають здатність застосовувати отримані знання у різних життєвих ситуаціях.

Навчання за наскрізними лініями реалізується насамперед:

- *через організацію відповідного навчального середовища* – зміст та цілі наскрізних тем враховуються при формуванні духовного, соціального і фізичного середовища навчання;

- *через базові навчальні предмети* – під час навчання, виходячи із наскрізних тем, проводяться відповідні трактовки, приклади і методи навчання, реалізуються надпредметні, міжкласові та загальношкільні проекти. Роль навчальних предметів при навчанні наскрізних тем – різна і залежить від цілей і змісту навчального предмета та від того, наскільки тісно пов'язаний із конкретною наскрізною темою той чи інший предметний цикл;

- *через предмети за вибором;*
- *через роботу в проектах;*
- *через позакласну навчальну роботу і роботу гуртків.*

### **1.3.1. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Екологічна безпека та сталий розвиток»**

Наскрізна лінія «Екологічна безпека та сталий розвиток» спрямована на формування в учнів соціальної активності, відповідальності та екологічної свідомості, готовності брати участь у вирішенні питань збереження довкілля і розвитку суспільства, усвідомлення важливості сталого розвитку для майбутніх поколінь.

Проблематика наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток» реалізується в курсі математики, насамперед, через завдання з реальними даними про використання природних ресурсів, їх збереження та примноження. Аналіз цих даних сприяє розвитку бережливого ставлення до навколишнього середовища, екології, формуванню критичного мислення, вміння вирішувати проблеми, критично оцінювати перспективи розвитку навколишнього середовища і людини. При розгляді цієї лінії важливе місце займають відсоткові обчислення, функції, елементи статистики.

### **1.3.2. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Громадянська відповідальність»**

Реалізація наскрізної лінії «Громадянська відповідальність» сприятиме формуванню відповідального члена громади і суспільства, що розуміє принципи і механізми функціонування суспільства. Ця наскрізна

лінія освоюється в основному через колективну діяльність (дослідницькі роботи, роботи в групі, проекти тощо), яка поєднує математику з іншими навчальними предметами і розвиває в учнів готовність до співпраці, толерантність щодо різноманітних способів діяльності і думок.

Навчання математики має викликати в учнів якомога більше позитивних емоцій, а її зміст – бути націленим на виховання порядності, старанності, систематичності, послідовності, посидючості і чесності. Приклад вчителя покликаний зіграти важливу роль у формуванні толерантного ставлення до товаришів, незалежно від рівня навчальних досягнень. З цієї ж наскрізною лінією пов'язані, наприклад, процентні обчислення, елементи статистики, що дозволяють учням зрозуміти значення кількісних показників при характеристиці суспільства і його розвитку.

### **1.3.3. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Здоров'я і безпека»**

Завданням наскрізної лінії «Здоров'я і безпека» є становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя і формувати навколо себе безпечне життєве середовище.

Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» в курсі математики реалізується через завдання з реальними даними про безпеку і охорону здоров'я (текстові завдання, пов'язані з середовищем дорожнього руху, рухом пішоходів і транспортних засобів, відсотковими обчисленнями і графіками, що стосуються чинників ризику). Особливо важливий аналіз причин ДТП, пов'язаних із перевищенням швидкості. Варто звернути увагу на проблеми, пов'язані із ризиками для життя і здоров'я при вивченні основ математичної статистики.



### **1.3.4. Наскрізна лінія ключових компетентностей «Підприємливість та фінансова грамотність»**

Наскрізна лінія «Підприємливість та фінансова грамотність» націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в технологічному швидкозмінному середовищі, забезпечення кращого розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань (здійснення заощаджень, інвестування, запозичення, страхування, кредитування тощо). Ця наскрізна лінія пов'язана з розв'язуванням практичних задач щодо планування господарської діяльності та реальної оцінки власних можливостей, складання сімейного бюджету, формування економного ставлення до природних ресурсів. Вона реалізується під час вивчення відсоткових обчислень, рівнянь та функцій.

Необхідною умовою формування компетентностей є діяльнісна спрямованість навчання, яка передбачає постійне залучення учнів до різних видів педагогічно активної навчально-пізнавальної діяльності, а також практична його спрямованість. Доцільно, де це можливо, не лише показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації, а й ілюструвати його застосування на практиці. Формуванню математичної та ключових компетентностей сприяє встановлення та реалізація у навчанні математики міжпредметних і внутрішньопредметних зв'язків, а саме: змістово-інформаційних, операційно-діяльнісних і організаційно-методичних. Їх використання посилює пізнавальний інтерес учнів до навчання і підвищує рівень їхньої загальної культури, створює умови для систематизації навчального матеріалу і формування наукового світогляду. Учні набувають досвіду застосування знань на практиці та перенесення їх в нові ситуації.

## **1.4. Стан проблеми дослідження в науковій, психолого-педагогічній, навчально-методичній літературі та шкільній практиці**

### **1.4.1. Аналіз чинних навчальних програм з математики для основної та старшої школи по темі дослідження**

Аналізуючи чинну навчальну програму з математики для 5-9 класів [49], можна зробити висновок, що курс математики основної школи логічно продовжує реалізацію завдань математичної освіти учнів, розпочату в початкових класах, розширюючи і доповнюючи ці завдання відповідно до вікових і пізнавальних можливостей школярів. В основу побудови змісту та організації процесу навчання математики покладено *компетентнісний підхід*, відповідно до якого кінцевим результатом навчання предмета є сформовані певні компетентності, як здатності учня застосовувати свої знання в навчальних і реальних життєвих ситуаціях, повноцінно брати участь в житті суспільства, нести відповідальність за свої дії. Навчання математики в основній школі передбачає формування предметної математичної компетентності, сутнісний опис якої подано у розділі «Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності» цієї програми. Формування зазначеної компетентності підпорядковується реалізації загальних завдань шкільної математичної освіти.

Крім того, навчання математики має зробити певний внесок у формування ключових компетентностей. У нині діючих навчальних програмах з математики для 5-9 класів [49] та 10-11 класів [50], [51], [52] виділені 10 ключових компетентностей.

Такі ключові компетентності, як вміння вчитися, ініціативність і підприємливість, екологічна грамотність і здоровий спосіб життя, соціальна та громадянська компетентності можуть формуватися відразу засобами усіх навчальних предметів. Виокремлення в навчальних програмах таких наскрізних ліній ключових компетентностей як «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека»,

«Підприємливість та фінансова грамотність» спрямовані на формування в учнів здатності застосовувати знання й уміння у реальних життєвих ситуаціях.

#### **1.4.2. Аналіз посібників, підручників, методичних статей**

Впровадження компетентнісного підходу в освіті активно підтримує велика кількість педагогів-науковців і освітян-практиків. Вагомий внесок у дослідженні цього питання зроблено І. А. Акуленко [1], яка написала монографію присвячену теоретичним аспектам компетентнісно орієнтованої методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи.

С. А. Раков [63] написав дисертацію, в якій розглянув питання формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій. Також у монографії С. А. Ракова [61] розкрито питання компетентнісного підходу з використанням ІКТ.

В. В. Ачкан написав автореферат, в якому висвітлені питання формування математичних компетентностей у процесі вивчення рівнянь та нерівностей [4], а також є автором статей, які присвячені формуванню в учнів логічної та дослідницької математичних компетентностей [5] та процедурної компетентності [6]. Проблема формування математичної компетентності й математичних компетенцій учнів також постає в дослідженнях Т. Б. Волобуєвої [17], М.С. Голованя [18], Л.І Зайцевої [29], С. А. Раков [62]. Окремі її аспекти відображені в дослідженнях Н. Тарасенкової, В. Кірмана [79] та ін.

Питання компетентнісної освіти та компетентнісного підходу розкриті у працях Н. М. Бібік [8], О. О. Клименко [32], Г.О. Павлусь [57], О. В. Овчарука [54], І.В. Родигіної [65].

Проводячи аналіз чинних шкільних підручників з математики, серед яких підручник Мерзляка А.Г. та ін. «Математика», 5 клас [38],

Мерзляка А.Г. та ін. «Математика», 6 клас [39], можна зробити висновок, що підручники наповнені задачами різного змісту, які сприяють реалізації наскрізних змістових ліній. Також аналізуючи підручники Єршової А.П. та ін. «Геометрія», 7, 8, 9 класи [24], [25], [26]; Єршової А.П. та ін. «Геометрія» (профільний рівень), 10 клас [27]; Єршової А.П. та ін. «Геометрія» (академічний рівень, профільний рівень), 11 клас [28], Бурди М.І. «Геометрія» (профільний рівень), 11 клас [14] та Мерзляка А.Г. та ін. «Алгебра», 7, 8, 9 класи [40], [41], [42]; Мерзляка А.Г. та ін. «Алгебра і початки аналізу» (профільний рівень), 10 клас [43]; Мерзляка А.Г. та ін. «Алгебра і початки аналізу» (академічний рівень, профільний рівень), 11 клас [44]; Бурди М.І. «Математика» (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту), 10 клас [13], можна зробити висновок, що вміст підручників сприяє реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей зазначених у навчальних програмах з математики.

Проблема реалізації наскрізних змістових ліній, таких як «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність» на уроках математики на сьогоднішній день є дуже актуальною. Її вирішенню присвячені роботи таких науковців: І.М. Борзяк [10], Д.В. Васильєва [15], [16], А.Ю. Кокойло [33], Г.О. Павлусь [57].

Система задач, що сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей призначених для навчання математики в основній школі, представлена у збірнику задач Д.В. Васильєвої [15]. Для старшої школи проблема реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей є малодослідженою. У збірниках прикладних задач зустрічаються окремі задачі, фабула яких безпосередньо пов'язана з названими наскрізними змістовими лініями. Деякі прикладні задачі, що мають відповідне призначення, можна зустріти в підручниках, зокрема [19], [78], [80], посібниках та статтях, зокрема в [46], [60], [77].

Прикладні задачі – це основний інструмент, який сприяє реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей на уроках математики. Значну роль прикладних задач у навчанні математики, зокрема в навчанні алгебри та початків аналізу, розкрито в працях М. Я. Ігнатенко [29], Л. О. Соколенко [69]–[76], В.О. Швеця [71]–[76] та ін. Розглядаючи питання використання прикладних задач, не можна не згадати про дослідження з методики навчання математики (зокрема Л. Панченко [58]), у яких висвітлено питання необхідності включення до шкільного курсу математики понять “модель” та “моделювання”; доведено необхідність навчання учнів математичному моделюванню; розроблено загальну методичну схему навчання побудові математичних моделей; зазначено, що відображення в шкільному курсі елементів математичного моделювання сприяє розв’язуванню низки важливих педагогічних завдань: посиленню прикладної спрямованості; формуванню елементів математичної і загальної культури; засвоєнню міжпредметних зв’язків та ін. У цих дослідженнях серед іншого обґрунтовано, що навчати учнів побудові математичних моделей необхідно під час розв’язування прикладних задач.

## **РОЗДІЛ 2. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ УЧНІВ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ, ЩО СПРИЯЮТЬ ФОРМУВАННЮ КЛЮЧОВИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ ПІД ЧАС НАВЧАННЯ КУРСУ МАТЕМАТИКИ ОСНОВНОЇ ТА СТАРШОЇ ШКОЛИ**

### **2.1. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Екологічна безпека та сталий розвиток» та методика навчання учнів їх розв'язування**

До задач, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Екологічна безпека та сталий розвиток» відносяться задачі: 1) на обчислення значень виразів; 2) на відсотки; 3) на пропорції; 4) на складання лінійних рівнянь та їх систем; 5) на складання квадратних рівнянь. Також задачі математичні моделі яких містять степеневу, показникову та логарифмічну функції. Прикладні задачі, що розв'язуються за допомогою похідної.

Фабули цих задач надзвичайно різноманітні, а саме: можуть бути пов'язані з середовище існування та екологічною взаємодією організмів; зміною популяції різних організмів; забрудненнями водойм, яке відбувається внаслідок антропогенного і природного факторів; проблемами літосфери; визначенням збитків, які завдають автомобілі довкіллю; організацію і функціонування екологічних систем.

Залежно від того, яку математичну модель містять ці задачі, або яку математичну модель слід побудувати під час їх розв'язування, задачі поділяються по класам та типам у відповідності до чинних програм з математики для основної та старшої школи.

Дані задачі є різновидом прикладних задач і тому можуть бути використані під час проведення уроків на етапі мотивації вивчення певного теоретичного матеріалу.

Продемонструємо це на прикладах. Вивчаючи в 5 класі тему «Натуральні числа і дії над ними» можна запропонувати учням розв'язати наступні задачі.

**Задача 1.** Запишіть цифрами числа, які є в тексті задачі. У Середземне море щорічно скидається тридцять вісім тисяч тон свинцю, вісімсот тисяч тон нафти, сто тон ртуті, двадцять одну тисячу двісті тон цинку. Знайдіть суму всіх цих речовин.

**Розв'язання.**

1) 38 000 т – свинець,

2) 800 000 т – нафта,

3) 100 т – ртуть,

4) 21 200 т – цинк.

$38\,000 + 800\,000 + 100 + 21\,200 = 859\,300$  (т) – сума всіх речовин.

**Відповідь.** 859 300 тон.

Розв'язавши задачу 1, учні можуть побачити, якими речовинами і в яких масштабах відбувається забруднення Середземного моря. Після чого варто обговорити з учнями проблему забруднення водою, таким чином формуючи в них екологічну компетентність.

**Задача 2.** Дуб вбирає 85 л води за день, осика – 462 л за тиждень, береза – 180 л за 30 діб. Розташуйте назви цих дерев у порядку збільшення кількості води, яку вони вбирають за один день.

**Розв'язання.** Отже, дуб вбирає 85 л води за день.

1)  $462 : 7 = 66$  (л) води вбирає за день осика;

2)  $180 : 30 = 6$  (л) води вбирає за день береза.

Тоді назви цих дерев у порядку збільшення кількості води, яку вони вбирають за один день будуть розташовані так: 1) береза, 2) осика, 3) дуб.

**Відповідь.** Береза, осика, дуб.

**Задача 3.** Через різке погіршення екологічного стану у Чорному морі за останнє століття кількість дельфінів зменшилася з 1 млн. до 90 тисяч. На скільки дельфінів стало менше у Чорному морі?

**Розв'язання.**  $1\ 000\ 000 - 90\ 000 = 910\ 000$  (д.)

Отже, за останнє століття у Чорному морі стало на 910 000 дельфінів менше.

**Відповідь.** 910 000 дельфінів.

Задача 3 ілюструє проблему зменшення кількості дельфінів, яка пов'язана із значним забрудненням Чорного моря. Після розв'язання якої, учні мають зрозуміти, що люди повинні сприяти поліпшенню екологічного стану моря, що б не шкодити його мешканцям.

**Задача 4.** Запаси нафти в Україні – 125 млн. т. Розрахуйте, на скільки років вистачить цих ресурсів при умові, що їх щорічний видобуток становить 5 млн. т?

**Розв'язання.**  $125 : 5 = 25$  (р.) – на стільки років вистачить запасів нафти в Україні.

**Відповідь.** 25 років.

Розв'язання задачі 5 спонукає учнів до раціонального використання ресурсів та бережливого ставлення до природи.

**Задача 5.** Кожен автомобіль викидає в атмосферу в 3 рази більше забруднюючих речовин в порівнянні зі своєю власною масою. Маса вантажівки 3 т. Яку кількість забруднюючих речовин викидає в атмосферу така машина?

**Розв'язання.**  $3 \cdot 3 = 9$  (т) – забруднюючих речовин викидає в атмосферу машина масою 3 т.

**Відповідь.** 9 тон.

Забруднення атмосфери викидами від автомобілів дуже важлива і глобальна проблема, яка потребує уваги.

**Задача 6.** В середньому людина споживає за добу близько 500 л кисню. Легковий автомобіль за одну тисячу кілометрів пробігу спалює річну норму кисню однієї людини. Знайдіть цю кількість кисню.

**Розв'язання.**  $500 \cdot 365 = 182\ 500$  (л) кисню спалює легковий автомобіль за одну тисячу кілометрів пробігу.



**Відповідь.** 182 500 літрів.

Під час розв'язання задач 1-6 в учнів формуються такі математичні компетентності: вміння читати і записувати натуральні числа та виконувати арифметичні дії над ними. Також в учнів сформується відповідні екологічні компетентності.

Вивчаючи тему «Відсотки» у 6 класі, можна розглянути наступні задачі, які будуть сприяти реалізації наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток».

**Задача 1.** Якщо атмосфера містить 70 % азоту, 2 % вуглекислого газу, 9 % домішок, то який відсотковий вміст кисню в повітрі?

**Розв'язання.**

1)  $70\% + 2\% + 9\% = 81\%$  – відсотковий вміст в атмосфері азоту, вуглекислого газу та домішок разом;

2)  $100\% - 81\% = 19\%$  – відсотковий вміст кисню в повітрі.

**Відповідь.** 19%.

**Задача 2.** Площа лісів становить у світі близько 30% суші. Загальна площа суші – 149 млн. км<sup>2</sup>. Обчислити площу лісів планети.

**Розв'язання.**

1)  $30\% : 100\% = 0,3$ ;

2)  $149\,000\,000 \cdot 0,3 = 44\,700\,000$  (км<sup>2</sup>) – площа лісів планети.

**Відповідь.** 44 700 000 км<sup>2</sup>.

**Задача 3.** Відомо, що ліси відіграють дуже важливу роль у нашому житті, їхнє значення важко переоцінити. Нині загальна площа лісового фонду України становить близько 10 млн. гектарів, у тому числі вкрито лісом – 8,6 млн. гектарів. Але темпи відтворення лісів сповільнилися. Так, з 1991 р. площа лісових масивів в Україні зросла всього на 1,4%. Скільки це становить у гектарах?

**Розв'язання.** 8,6 млн. га – 100%

$x$  млн. га – 1,4%

$$x = \frac{8,6 \cdot 1,4}{100} = 0,12 \text{ млн. (га)} - \text{на стільки зросла площа лісових масивів в}$$

Україні з 1991 р.

**Відповідь.** 0,12 млн. га.

В задачі постає проблема екології, а саме, зменшення лісових масивів. Її розв'язання сприяє екологічній свідомості учнів і демонструє зв'язок математики і навколишнього світу.

Розв'язуючи запропоновані задачі в учнів сформуються уміння знаходити відсоток від числа та число за його відсотком.

У 7 класі під час вивчення теми «Лінійні рівняння» учням можна запропонувати наступну задачу для закріплення умінь складання і розв'язування лінійних рівнянь. Зміст якої спонукає учнів до озеленення міста, що є необхідним для покращення екологічної ситуації і очищення повітря.

**Задача 1.** Навесні учні 7 класів прийняли участь в благодійній акції «Подаруй дерево місту». Школою було закуплено 76 саджанців, які потрібно було розподілити між трьома класами. У 7-А класі навчається у два рази менше учнів ніж у 7-Б, а у 7-В на 12 учнів більше ніж у 7-А. Скільки саджанців потрібно виділити кожному класу?

**Розв'язання.**

Нехай першому класу потрібно виділити  $x$  саджанців. Тоді другому слід виділити  $2x$  саджанців, а третьому  $(x + 12)$  саджанців.

Загальна кількість саджанців  $x + 2x + (x + 12)$ , що за умовою задачі дорівнює 76.

$$\text{Отже, } x + 2x + (x + 12) = 76.$$

$$\text{Розв'яжемо це рівняння: } x + 2x + x + 12 = 76,$$

$$4x = 76 - 12,$$

$$4x = 64,$$

$$x = 16.$$

Отже, 7-А потрібно віддати для посадки 16 саджанців, 7-Б – 32 ( $2 \cdot 16 = 32$ ) саджанці, а 7-В – 28 саджанців, оскільки учнів в цьому класі на 12 більше ніж в 7-А ( $16 + 12 = 28$ ).

**Відповідь.** 7-А – 16 саджанців, 7-Б – 32 саджанці, 7-В – 28 саджанців.

Вивчаючи тему «**Квадратні рівняння**» у 8 класі, можна розглянути задачі 1-2, які будуть сприяти удосконаленню умінь розв'язувати квадратні рівняння.

**Задача 1.** Лісосмуга має  $200\,000\text{ м}^3$  деревини. Кількість деревини зростає щороку на однакову кількість відсотків, у результаті через два роки об'єм становив  $212\,180\text{ м}^3$ . Визначити щорічний приріст деревини у відсотках.

**Розв'язання.**

Нехай  $x$  – щорічний приріст деревини (у відсотках),  $200\,000\text{ м}^3$  – початковий об'єм деревини. Тоді за перший рік у лісосмузі об'єм деревини збільшиться на  $200\,000 x\text{ м}^3$ . Новий об'єм деревини, що знаходиться в лісосмузі наприкінці першого року, становить  $200\,000 + 200\,000 x\text{ м}^3$ . За другий рік об'єм деревини в лісосмузі зростає на  $(200\,000 + 200\,000 x) x\text{ м}^3$ . Об'єм деревини, яку містить лісосмуга наприкінці другого року, становить  $200\,000 + 200\,000 x + (200\,000 + 200\,000 x) x\text{ м}^3$ . За умовою задачі цей об'єм дорівнює  $212\,180\text{ м}^3$ , тобто

$$200\,000 + 200\,000 x + (200\,000 + 200\,000 x) x = 212\,180.$$

Отримане рівняння зводиться до квадратного:  $x^2 + 2x - 0,0609 = 0$ . Його корені  $x_1 = -2,03$ ;  $x_2 = 0,3$ .

Корінь  $x_1$  сторонній корінь (приріст деревини – додатна величина). Другий корінь  $x = 0,3$  задовольняє умову задачі. Таким чином, щорічний приріст деревини у лісосмузі дорівнює 0,3 або 30%.

**Відповідь.** 30%.

Збільшення лісових масивів є дуже важливи для поліпшення екологічної ситуації.

**Задача 2.** На прямокутній клумбі розміром  $3 \text{ м} \times 4 \text{ м}$  висаджено 36 кущів троянд (посадка рівномірна). На яку однакову величину треба змінити довжину та ширину клумби, щоб з такою самою щільністю посадити 90 кущів троянд?

**Розв'язання.**

З умови задачі безпосередньо визначаємо площу клумби:

$$S = 3 \cdot 4 = 12 \text{ (м}^2\text{)}.$$

Тоді на один квадратний метр припадає  $36 : 12 = 3$  кущі троянд. Отже, густина троянд на новій ділянці дорівнює 3 кущі на  $1 \text{ м}^2$ .

Нехай довжину та ширину клумби збільшили на  $x$  метрів. Тоді площа нової клумби дорівнює  $(3 + x)(4 + x) \text{ м}^2$ . Кількість троянд, яку можна посадити на новій ділянці, дорівнює  $3(3 + x)(4 + x)$ . За умовою задачі останній вираз дорівнює 90. Маємо рівняння:

$$3(3 + x)(4 + x) = 90.$$

Після спрощення отримуємо квадратне рівняння  $x^2 + 7x - 18 = 0$ , корені якого  $x_1 = -9$ ,  $x_2 = 2$ .

Перший корінь сторонній ( $x$  – додатна величина). Другий корінь  $x = 2$  задовольняє умову задачі. Отже, сторони клумби потрібно збільшити на 2 метри.

**Відповідь.** Довжину та ширину клумби потрібно збільшити на 2 метри.

Для формування в учнів екологічної компетентності, як приклад, представимо задачу, яка може бути розглянута в курсі алгебри і початків аналізу під час вивчення теми «**Степенева функція**» у 10 класі.

**Задача 1.** Внаслідок зростання температури води Північного моря виникла екологічна катастрофа – забруднення синьо-зеленими водоростями території довжиною біля 10 км (площа, на якій повністю вбито морське життя). Визначте середній приріст синьо-зелених водоростей протягом доби, виражений у відсотках, якщо кожного місяця їх кількість збільшується у 10 разів.

*Вказівка.* Використайте формулу  $l = l_0(1 + p)^t$ , де  $l$  – довжина забрудненої водоростями території в момент часу  $t$ ,  $l_0$  – початкова довжина забрудненої території,  $p$  – середній приріст водоростей протягом доби, виражений у %,  $t$  – час, вимірюється добами.

*Розв’язання.* Скориставшись формулою, згідно даних задачі одержуємо рівність:  $10(1 + p)^{30} = 100$ , якій рівносильна рівність  $(1 + p)^{30} = 10$ . Для визначення  $p$  можна піднести обидві частини рівняння до степеня  $\frac{1}{30}$  і, виконавши певні перетворення, одержати  $p = \sqrt[30]{10} - 1 \approx 0,079 \approx 8$  (%)

*Відповідь.* 8%.

Забруднення навколишнього середовища радіоактивними речовинами є проблемою світового масштабу. Наслідки аварій на атомних електростанціях завдають непоправної шкоди для людини та природи. Розглядаючи в 11 класі тему «**Показникова функція**», пропонуємо задачу, розв’язання якої, передбачає побудову математичної моделі – показникового рівняння, яке розв’язується методом заміни змінної. А також сприяє формуванню в учнів екологічної компетентності.

**Задача 1.** Є 6 г радіоактивної речовини з періодом піврозпаду 6 років і 8 г радіоактивної речовини з періодом піврозпаду 3 роки. Через скільки років маса першої речовини буде на 1 г більше маси другої речовини?

*Вказівка.* Для відповіді на питання задачі використайте рівняння радіоактивного розпаду  $m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^x$ , де  $m_0$  – початкова маса радіоактивної речовини,  $m$  – маса речовини, що лишилась внаслідок розпаду після  $x$  періодів піврозпаду,  $x = \frac{t}{T}$  – відношення часу протікання реакції до періоду піврозпаду даної речовини.

**Розв'язання.** Через  $t$  років маса першої та другої речовини відповідно буде  $6\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}}$  і  $8\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}}$ . Для відповіді на питання задачі слід розв'язати рівняння

$$6\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} - 8\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} = 1 \quad (1)$$

Введемо заміну, нехай  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{6}} = y$ , тоді  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{3}} = y^2$ . Отже, рівнянню (1) рівносильне рівняння  $6y - 8y^2 = 1$ , перетворивши яке, одержуємо квадратне рівняння  $8y^2 - 6y + 1 = 0$ , якому рівносильне рівняння  $y^2 - \frac{3}{4}y + \frac{1}{8} = 0$ . За теоремою Вієта одержуємо  $y_1 = \frac{1}{2}$ ,  $y_2 = \frac{1}{4}$ . Отже, маємо  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_1}{6}} = \frac{1}{2}$  або  $\left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t_2}{6}} = \frac{1}{4}$ , звідки  $t_1 = 6$ ,  $t_2 = 12$ .

**Відповідь.** Маса першої речовини буде на 1 г більше маси другої речовини після 6 і 12 років від початку розпаду.

Вивчаючи в 10 класі тему «**Похідна та її застосування**», з'ясування з учнями біологічного та хімічного змісту похідної дає можливість розглядати цікаві прикладні задачі, які сприяють реалізації наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток», в яких йдеться про природничі процеси та явища. Серед них можна виділити задачі, в розв'язуванні яких похідна відіграє першорядну роль.

Функція	Приріст аргументу	Приріст функції	Середня швидкість зміни функції	Миттєва швидкість зміни функції
1. $P = P(t)$ – чисельність популяції в момент часу $t$ ; [особини]	$\Delta t$	$\Delta P = P(t + \Delta t) - P(t)$	$v_{cn} = \frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{P(t + \Delta t) - P(t)}{\Delta t}$	$v_n = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_{cn}$ – швидкість зростання популяції
2. $C = C(t)$ – концентрація речовини, яка вступила в хімічну реакцію в момент часу $t$ ; [моль/л]	$\Delta t$	$\Delta C = C(t + \Delta t) - C(t)$	$v_c = \frac{\Delta C}{\Delta t} = \frac{C(t + \Delta t) - C(t)}{\Delta t}$	$v_p = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} v_c$ – швидкість хімічної реакції

Розглянемо деякі з них.

**Задача 1.** Кількість бактерій  $N$  у деякій біомасі змінюється за законом  $N(t) = 450 + 52t + 2t^2$ . Скільки бактерій було в біомасі у початковий

момент  $t = 0$ ? Яка швидкість приросту кількості бактерій в момент часу 3,5 хв?

**Розв'язання.** Зрозуміло, що у початковий момент часу  $t = 0$  у біомасі було 450 бактерій. Оскільки швидкість приросту кількості бактерій є похідною від чисельності популяції, тобто  $v(t) = N'(t)$ , то для відповіді на друге питання використаємо правило для знаходження похідної.

1) Надамо  $t$  приросту  $\Delta t$ .

$$\begin{aligned} 2) \text{ Знайдемо приріст залежної змінної } \Delta N: \Delta N &= N(t + \Delta t) - N(t) = \\ &= 450 + 52(t + \Delta t) + 2(t + \Delta t)^2 - (450 + 52t + 2t^2) = \\ &= 52\Delta t + 4t\Delta t + 2(\Delta t)^2 = \Delta t(52 + 4t + 2\Delta t). \end{aligned}$$

$$3) \text{ Складемо відношення } \frac{\Delta N(t)}{\Delta t} : \frac{N\varphi}{\Delta t} = 52 + 4t + 2\Delta t.$$

$$4) \text{ Знайдемо границю цього відношення, якщо } \Delta t \rightarrow 0: \\ \lim_{\Delta t \rightarrow 0} (52 + 4t + 2\Delta t) = 52 + 4t.$$

Ця границя і є швидкістю приросту кількості бактерій в момент часу  $t$ . Тому коли  $t = 3,5$  хв, то  $v = 66$  бакт/хв.

**Відповідь.** 450 бактерій; 66 бакт/хв.

Задачі такого типу розв'язуються не лише за правилом знаходження похідної, а й використовуючи інший прийом розв'язування – диференціювання функції, яка відіграє роль математичної моделі прикладної задачі.

Як приклад, розглянемо таку задачу, в якій функція, що відіграє роль математичної моделі, міститься в умові задачі. Розв'язування даної задачі зводиться до диференціювання функції та знаходження значення похідної в певній точці.

**Задача 2.** Розмір популяції комах у момент часу  $t$  (в днях) задається формулою  $p(t) = 10^5 - \frac{9 \cdot 10^4}{t+1}$ . Знайдіть швидкість зростання популяції у момент  $t = 5$  днів.

**Розв'язання.** Швидкість зростання популяції є похідною від чисельності популяції, тобто  $v(t) = p'(t)$ . Отже,  $v(t) = \frac{9 \cdot 10^4}{(t+1)^2}$  – швидкість приросту популяції комах в момент часу  $t$ . Тому, якщо  $t = 5$  днів, то  $v(5) = \frac{9 \cdot 10^4}{(5+1)^2} = \frac{10^4}{4} = 2500$  (комах/день).

**Відповідь.** 2500 комах/день.

Розглянемо задачу, яку можна використовувати під час вивчення ознак зростання і спадання функцій. Застосуємо похідну до дослідження на монотонність функції, яка є математичною моделлю такої прикладної задачі.

**Задача 3.** Чисельність популяції бактерій у момент часу  $t$  (у годинах) задається формулою  $p(t) = 10^6 + 10^4 t - 10^3 t^2$ . Протягом якого часу популяція зростає? Починаючи з якого моменту часу її чисельність почне зменшуватися?

**Розв'язання.** Знайшовши похідну функції  $p(t)$  і розв'язавши нерівність  $10^4 - 2 \cdot 10^3 t > 0$ , на основі ознаки зростання функції на проміжку робимо висновок про те, що протягом 5 год чисельність популяції збільшується. А оскільки  $p'(t) < 0$  при  $t > 5$ , то на основі ознаки спадання функції стверджують, що після 5 годин чисельність популяції почне зменшуватися.

**Відповідь.** Протягом 5 год чисельність популяції збільшується, а після 5-ї години чисельність популяції почне зменшуватися.

**Задача 4.** З танкера, який потрапив у аварію, виливається у море нафта, утворюючи на поверхні моря круглу пляму, площа якої збільшується з постійною швидкістю  $6 \text{ км}^2/\text{год}$ . З якою швидкістю збільшується радіус нафтової плями у той момент, коли площа плями дорівнює  $9 \text{ км}^2$ ?

**Розв'язання.** Оскільки нафтова пляма має форму круга, то її площа в час  $t$  визначається за формулою  $S(t) = \pi \cdot r^2(t)$ . Швидкість зміни площі плями  $S'(t) = 2\pi r(t) \cdot r'(t)$ . У той момент, коли площа плями дорівнює  $9 \text{ км}^2$ , її радіус  $r = \frac{3}{\sqrt{\pi}}$  км. Оскільки швидкість збільшення площі плями постійна і дорівнює  $6 \text{ км}^2/\text{год}$ , то маємо рівність  $6 = 2\pi \cdot \frac{3}{\sqrt{\pi}} \cdot r'(t)$ . З



останньої рівності визначаємо, що швидкість збільшення радіуса нафтової плями

$$r'(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ (км/год)}.$$

**Відповідь.**  $r'(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\pi} \text{ (км/год)}.$

З метою реалізації змістової лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток» під час вивчення в 11 класі теми «Логарифм. Логарифмічна функція» у курсі алгебри і початків аналізу можна розглянути такий приклад.

При проведенні агрохімічного аналізу ґрунтових субстратів, а також при описі характеристик компонентів, з яких складаються субстрати (дернова земля, торф, листова земля, хвойний перегній і т. д.) – використовується поняття **кислотність**. Кожному виду рослин необхідна своя індивідуальна кислотність ґрунтової суміші.

Кислотність характеризується значенням  $pH$  – показником зворотної величини концентрації водневих іонів ( $H^+$ ). Цей показник вимірюється в одиницях від 0 до 14 і обчислюється за формулою  $pH = -\lg(H^+)$ .

Цей показник дає уявлення про рівень можливого вмісту іонів водню в ґрунтовій суміші. Якщо  $pH = 7,0$  – ґрунт вважається нейтральним, при нижчому показнику – кислим, вищому – лужним. Оскільки десятковий логарифм – це показник степеня числа 10, то зміна  $pH$  всього на одну одиницю означає десятикратну зміну кислотності (тобто зменшення  $pH$  на кожную одиницю означає збільшення кислотності ґрунту в 10 разів). Наприклад, ґрунт з  $pH = 5$  в 10 разів перевищує кислотність ґрунту,  $pH$  якого становить 6, а ґрунт з  $pH = 4$  в 100 раз перевищує кислотність ґрунту з  $pH = 6$ .

Учням можна запропонувати задачу.

**Задача 1.** Задати вираз, який буде виражати степінь кислотності ґрунту, якщо в розчині концентрація іонів водню дорівнює  $a$ . Дослідити та порівняти кислотності ґрунтів в різних регіонах України, якщо на Поліссі  $a = 10^{-4}$  моль/л., в лісостеповій зоні  $a = 10^{-5}$ , а в степовій –  $a = 10^{-8}$ .

### ***Розв'язання.***

Так як  $pH = -lg(H^+)$ , то підставивши заданий параметр  $a$  та його значення у формулу, отримаємо:

#### ***для Полісся:***

$pH = -lga = -lg(10^{-4}) = 4$  (висока кислотність, родючість ґрунтів низька, для покращення потрібно вносити велику кількість добрив і відповідних компонентів, які цю кислотність знижують).

#### ***Лісостенова зона:***

$pH = -lg(10^{-5}) = 5$  (середньо кислий ґрунт).

#### ***Степова зона:***

$pH = -lg(10^{-8}) = 8$  (слабко кислий, близький до нейтрального).

## **2.2. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Громадянська відповідальність» та методика навчання учнів їх розв'язування**

Наскрізна лінія «Громадянська відповідальність» покликана сприяти формуванню відповідального члена громади і суспільства, що розуміє принципи й механізми функціонування суспільства. Для формування в учнів громадянської відповідальності можна пропонувати задачі про: права й обов'язки громадянина України, права дитини і механізми їх захисту; роль законів у житті суспільства і готовність свідомо виконувати існуючі закони; сутність демократії, демократичні цінності, демократичну державу і активну участь громадян в її житті, роль ЗМІ у суспільному житті; громадянську ідентифікацію, прийняття суспільних рішень і форми участі громадян у житті громади і суспільства; вмотивованість до суспільно значимих дій і вчинків, уміння передбачати наслідки своїх дій і вчинків; основи співпраці та спілкування з іншими людьми, шляхи розв'язання конфліктних ситуацій, толерантне ставлення до інших людей.

Задачі такої тематики мають складатися на основі реальних фактів, що сприяють усвідомленню кожним учнем власної ролі у процесі природо- чи енергозбереження.

Громадянське виховання, можна здійснювати не тільки на позакласних виховних заходах, уроках історії, рідної мови, українознавства, а і на уроках математики.

З математичними задачами, діями, поняттями, паралельно вносити історичні відомості про Україну, її символи, основні події та дати. Можна також розповідати про звичаї українського народу, тобто про все, в чому полягає громадянське виховання. Щоб у серці кожного учня виховувати почуття гордості за свою Державу, за її видатних діячів, досягнення народу.

Звичайно, на уроках математики, це будуть деякі елементи, але вони дають ефективні результати.

Виховання в школярів почуття патріотизму на уроках математики, потрібно здійснювати, враховуючи вікові особливості учнів.

у 5-6 класах це може бути виховання в учнів любові до України, її природи, рідного дому, школи, рідної мови, шляхом складання самими учнями (або з допомогою вчителя) і розв'язування задач, в яких мова йде про наш рідний край.

Важливим етапом становлення України, як держави була Запорізька Січ, тому при розв'язуванні математичних задач їх героями та місцем подій можуть бути козаки та Січ. Наприклад, при вивченні теми «**Натуральні числа і дії над ними**» можна запропонувати учням таку задачу:

**Задача 1.** Автор першої в світі конституції – український політичний і громадський діяч Пилип Орлик. 5 квітня 1710 р. його обрали гетьманом Запорозького війська. У цей же день Пилип Орлик оголосив «Конституцію прав і свобод війська Запорізького». У США конституцію прийняли 1787 р., У Франції та Польщі – лише 1791 р. На скільки років пізніше з'явилася конституція у США, Франції і Польщі?

**Розв'язання.**

1)  $1787 - 1710 = 77$  (р.) – на стільки років пізніше з'явилася конституція у США;

2)  $1791 - 1710 = 81$  (р.) – на скільки років пізніше з'явилася конституція у Франції і Польщі.

**Відповідь.** 77 років, 81 рік.

Також можна пропонувати задачі пов'язані з іменами видатних діячів.

**Задача 2.** Виміряйте довжину і ширину поданих нижче зображень картин Катерини Білокур. Порівняйте отримані виміри.

**Катерина Білокур** – українська всесвітньо відома художниця.



Під час вивчення теми «Відсотки» у 6 класі можна розглянути наступну задачу.

**Задача 3.** За даними Державної служби статистики станом на 1 січня 2012 року в Україні постійно проживало 42,5 млн людей, із них 31,1 млн – жителі міст. Скільки відсотків усього населення в Україні становить міське населення? Відповідь округліть до десятих.

**Розв'язання.** 42,5 млн. – 100%

31,1 млн. –  $x\%$

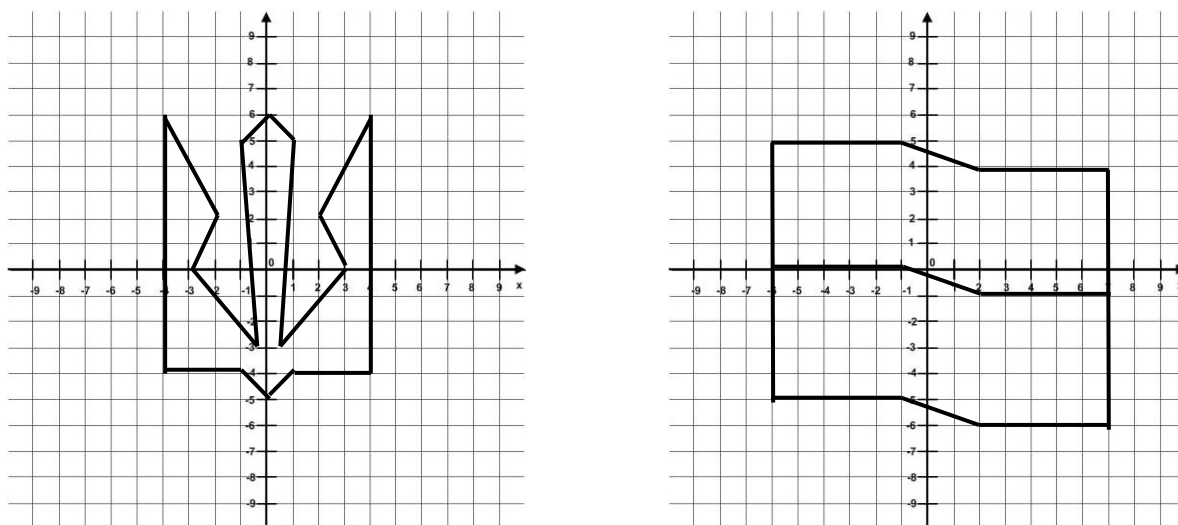
$$x = \frac{31,1 \cdot 100}{42,5} = 73,2\% \text{ – всього населення в Україні проживає в місті.}$$

**Відповідь.** 73,2%.

В задачі описано рівень урбанізації в Україні. Після її розв'язання доцільно було б обговорити з учнями отриманий результат та, по

можливості, навести історичну довідку про зменшення чисельності населення села і розповісти чим це може загрожувати країні. Також можна зазначати, що в сучасних умовах населення України зменшується і за рахунок того, що певний відсоток українців їде за кордон. Це сприятиме національній свідомості учнів.

При вивченні теми «**Координатна площина**» на уроках математики в 6 класі, учням можна запропонувати позначити на координатній площині точки, з'єднавши які в певному порядку з'являються символи України – державний прапор і герб (Рис. 1). Діти розповідають про історію виникнення цих символів і що вони означають. Повідомлення доповнюється учнями і розширюється учителем.



**Рис. 1**

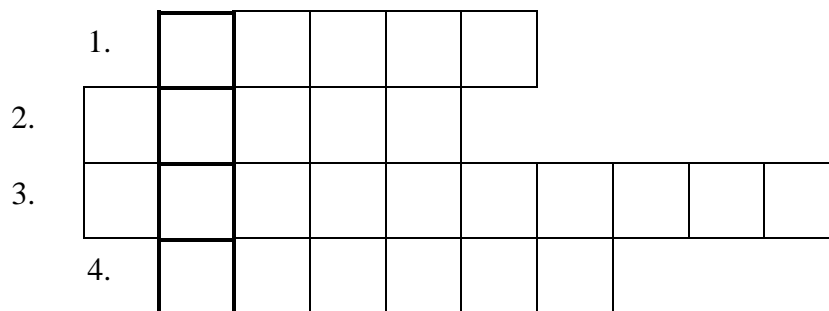
У 7-9 класах можна розширити знання учнів про культуру українського народу за допомогою різних українських орнаментів (вишиванок) в процесі вивчення геометричних перетворень.

Як приклад, можна показати використання властивостей паралельного перенесення при створенні орнаментів.



**Рис. 2**

На закріплення, повторення матеріалу можна запропонувати запитання математичного кросворду, коли після запису правильних відповідей у виділеному стовпчику (чи рядку) отримуємо слово. У запропонованому кросворді, це слово “Київ” (рис. 3)



**Рис. 3**

8 клас, геометрія “Співвідношення між сторонами і кутами у прямокутному трикутнику”.

1. Одна із сторін трикутника, що утворюють в ньому прямий кут;
2. Відношення протилежного катета до гіпотенузи;
3. Найбільша сторона прямокутного трикутника;
4. Відрізок, опущений з даної вершини до прямої, що містить протилежну сторону трикутника, під прямим кутом.

Кросворди можна скласти до будь-якої теми і щоб виділеними словами були “Рада”, “Президент”, “Конституція” тощо.

Обов’язково до кожної теми потрібно включати задачі відповідного змісту.

9 клас “Застосування властивостей подібності”.

Протяжність України із заходу на схід наближено 1270 км, а з півночі на південь – 9000 км. Який треба взяти масштаб, щоб намалювати карту України найбільш можливого розміру на аркуші паперу учнівського зошита?

Задача на складання рівняння.

Слово складається з чотирьох букв. Якщо кожну з них замінити числом, яке відповідає місцю букви в Українському алфавіті, то матимемо: сума першого і другого числа дорівнює 22, різниця другого і першого

дорівнює третьому, а різниця другого і третього числа дорівнює 3. Четверте число в 2 рази більш за третє. Яке це слово?

Вчитель пропонує згадати і записати український алфавіт і після всіх обчислень отримується слово “Воля”, після чого важливо поговорити з учнями про Незалежність України і згадати всі дати, пов’язані з цим.

Для учнів 11 класів під час вивчення **показникової функції** можна запропонувати задачі, які стосуються питання демографічної ситуації. Наведемо приклади таких задач.

**Задача 1.** Населення міста зростає щорічно на 3%. Через скільки років населення міста збільшиться у 5 разів.

**Розв’язання.**

Застосуємо формулу складних відсотків:  $A = a \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ .

$a$  – населення міста;  $A = 1,5a$ ;  $n$  – кількість років;  $p = 3\%$ .

Підставимо значення у формулу і отримаємо:

$$1,5a = a \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n;$$

$$1,5 = \left(1 + \frac{3}{100}\right)^n;$$

$(1,03)^n = 1,5$ . Прологарифмуємо дане рівняння, отримаємо:

$$n \lg 1,03 = \lg 1,5; n = \frac{\lg 1,5}{\lg 1,03} = \frac{0,1761}{0,0128} = \frac{1761}{128} \approx 14.$$

**Відповідь.** Приблизно через 14 років населення міста збільшиться у 5 разів.

**Задача 2.** Якою була чисельність населення міста 10 років тому, якщо в даний час проживає 300 тис. чоловік, а щорічний приріст населення складає 3,5%.

**Розв’язання.**

Застосуємо формулу складних відсотків:  $A = a \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ .

$a$  – чисельність населення 10 років тому назад,  $A = 300$  тис. чоловік;  $n = 10$  років;  $p = 3,5\%$ .

Підставимо значення у формулу і отримаємо:

$$300 = a \left(1 + \frac{3,5}{100}\right)^{10}; \quad 300 = a(1,035)^{10}; \quad a = \frac{300}{(1,035)^{10}} \approx 212,7 \text{ тис.}$$

чоловік.

**Відповідь.** Чисельність населення міста 10 років тому була 212,7 тис. чоловік.

Розв'язуючи ці задачі учні можуть побачити практичне застосування показникової функції та вдосконалити вміння розв'язувати показникові рівняння. Також зміст задач сприяє формування громадянської компетентності.

Одним із засобів формування громадянської компетентності на уроках математики можуть бути короткі розповіді про внесок у науку відомих українських математиків М.В. Остроградського, Г.Ф. Вороного, М.Ф. Кравчука та інших.

### **2.3. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної ліній ключових компетентностей «Здоров'я і безпека» та методика навчання учнів їх розв'язування**

Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» передбачає становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя і формувати навколо себе безпечне життєве середовище. Необхідність збереження здоров'я молоді і запобігання його руйнації – важлива проблема сьогодення. Засобами реалізації цієї наскрізної лінії є задачі про: оцінку гучності шуму; інтенсивність виділення пилу і його шкідливий вплив на організм людини; визначення ємності легенів людини у різному віці; залежність норми різних мікроелементів від віку людини. Також, зміст задач може відрізнятися від запропонованих вище, головне, щоб вони сприяли реалізації наскрізної лінії та розв'язуючи їх, в учнів формувались відповідні компетентності.



Вивчаючи тему «Відсотки» у 6 класі можна запропонувати учням наступну задачу, яка сприятиме формуванню в учнів математичної компетентності знаходження числа за його відсотком та здоров'язбережувальної компетентності.

**Задача 1.** Лікарі рекомендують добову потребу в їжі розподілити на 4 частини: перший сніданок – 25 %, другий сніданок – 15 %, обід – 45 %, вечеря – 15 %. Скільки їжі людина з'їла під час обіду, якщо її добовий об'єм склав 2 кг 400 г ?

**Розв'язання.** 2 кг 400 г дорівнюють 2400 г.

$$2400 \text{ г} \quad - \quad 100 \%$$

$$x \text{ г} \quad - \quad 45 \%$$

Складемо і розв'яжемо пропорцію:

$$\frac{2400}{x} = \frac{100}{45};$$

$$x = \frac{2400 \cdot 45}{100} = 1080 \text{ (г)} = 1 \text{ кг } 80 \text{ г} - \text{ їжі з'їла людина під час обіду.}$$

**Відповідь.** 1 кг 80 г.

Правильне і збалансоване харчування є одним із чинників здорового способу життя. Зміст цієї задачі допоможе учням навчитися правильно розподіляти кількість їжі, яка необхідна людині впродовж дня. Також після розв'язання задачі, учням варто зауважити, що надмірне споживання їжі може призвести до ожиріння.

Тема «Пропорції», 6 клас.

Вітаміни роблять сильний вплив на ріст, розвиток, обмін речовин, є ферментами або входять до складу ферментів.

Виключно важливим є **вітамін С**. У великих кількостях він міститься в плодах шипшини, чорної смородини, в капусті, петрушці та ін. Окрім овочів і фруктів, багато вітаміну С міститься в хвої сосни, приблизно в 7 разів більше, ніж в лимонах. Добова норма вітаміну С становить 0,05 грама.

**Задача 1.** У 100 грамах чорної смородини міститься приблизно 250 міліграмів вітаміну С (1 мг = 0,001 грама). Визначте вміст вітаміну С в

грамах на 1 кг чорної смородини. Скільки добових доз вітаміну С для дорослої людини замінює 1 кг чорної смородини?

**Розв'язання.**

**I.** 100 г смородини – 250 мг вітаміну;

1000 г смородини –  $x$  мг вітаміну.

Складаємо пропорцію:  $\frac{100}{1000} = \frac{250}{x}$ . Звідси:  $x = \frac{1000 \cdot 250}{100} = 2500$  (мг) =  
= 2,5 (г) – вміст вітаміну С в 1 кг смородини.

**II.** 1 доза – 0,05 г вітаміну;

$y$  доз – 2,5 г вітаміну.

Складаємо пропорцію:  $\frac{1}{y} = \frac{0,05}{2,5}$ . Звідси:  $y = \frac{1 \cdot 2,5}{0,05} = 50$  (доз) – в 1 кг

смородини.

Для задоволення добової потреби у вітаміні С треба з'їсти  $1000 : 50 = 20$  (г) свіжих ягід чорної смородини.

**Відповідь.** 2,5 г; 50 доз.

Вивчаючи тему «Лінійні рівняння» у 7 класі, можна розглянути задачі, розв'язуючи які, учні набудуть здоров'язбережувальної компетентності і закріплять уміння розв'язувати лінійні рівняння.

**Задача 1.** Рівень шуму рок-музики становить 110 Дб і сумарно дорівнює рівню шелестіння листя, ходу будильника і вуличного шуму в місті, які відносяться як 1 : 3 : 7. Знайдіть ці рівні шуму?

**Розв'язання.** Нехай  $x$  – міра пропорційності (міра однієї частини). Тоді шелестіння листя дорівнює  $1x = x$  Дб, хід будильника –  $3x$  Дб, а шум у місті –  $7x$  Дб. Разом вони дорівнюють  $x + 3x + 7x$ , що за умовою задачі дорівнює 110 Дб. Складемо і розв'яжемо рівняння:

$$x + 3x + 7x = 110;$$

$$11x = 110;$$

$$x = 110 : 11;$$

$x = 10$  (Дб) – міра однієї частини, що дорівнює шелестінню листя;

$3x = 3 \cdot 10 = 30$  (Дб) – хід будильника;

$$7x = 7 \cdot 10 = 70 \text{ (Дб)} - \text{вуличний шум у місті.}$$

**Відповідь.** 10 Дб; 30 Дб; 70 Дб.

Останні дослідження закордонних вчених встановили зв'язок між захворюваннями вуха та високим рівнем шуму (95 – 120 децибелів). На виробництві при рівні шуму 85 Дб слід застосовувати спеціальні захисні пристрої для органів слуху.

**Задача 2.** Співвідношення в раціоні маси ковбас і сосисок до маси м'яса і риби має бути не більше, ніж 2 : 5. Скільки грамів ковбасних виробів на тиждень не пошкодять здоров'ю, якщо всього за тиждень школяр з'їдає 2,1 кг м'яса, рибних і ковбасних страв?

**Розв'язання.** Всього 2,1 кг страв. Нехай  $x$  – коефіцієнт пропорційності. Тоді  $2x + 5x = 2,1$ ;  $7x = 2,1$ ;  $x = 2,1 : 7$ ;  $x = 0,3$  (кг) – в одній частині.

$$\text{Ковбасні вироби: } 2 \cdot 0,3 = 0,6 \text{ (кг)} = 600 \text{ г;}$$

$$\text{м'ясо і риба: } 5 \cdot 0,3 = 1,5 \text{ (кг)} = 1500 \text{ г.}$$

**Відповідь.** На тиждень школяру можна зісти 600 г ковбасних виробів.

Розв'язавши дану задачу учні можуть зробити висновки, яким повинно бути співвідношення в раціоні маси ковбас і сосисок до маси м'яса і риби. Також визначити кількість ковбасних виробів, яку можна вживати на тиждень без шкоди для здоров'я.

З метою кращого запам'ятовування учнями формули суми  $n$  перших членів геометричної прогресії і розвитку уміння застосовувати її на практиці, під час вивчення теми «**Прогресії**» у 9 класі, можна розглянути таку задачу.

**Задача 1.** Бактерія, потрапивши в організм, до кінця 20-ї хвилини ділиться на дві, кожна з них до кінця 20-ї хвилини знов ділиться на дві і т. д. Скільки бактерій в організмі буде за добу?

**Розв'язання.** Доба дорівнює 24 год;  $24 \text{ год} = 1440 \text{ хв}$ ;  $1440 : 20 = 72$ .

За умовою задачі отримаємо геометричну прогресію: 1; 2; 4; 8; ...

$$b_1 = 1; \quad q = \frac{2}{1} = 2;$$

$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$ ,  $q \neq 1$  – сума  $n$  перших членів геометричної прогресії.

$$S_{72} = \frac{1(2^{72} - 1)}{2 - 1} = 2^{72} - 1 \text{ (бактерій)}$$

**Відповідь.** В організмі за добу буде  $2^{72} - 1$  бактерій.

Тема «Теорія ймовірностей та елементи статистики».

Пропонуємо задачу на умовну ймовірність, яка може бути розглянута в 11 класі під час вивчення елементів теорії ймовірностей на поглибленому рівні.

**Задача 1.** При обстеженні хвороб легенів перевіряли 10 000 осіб у віці старше 60 років. Виявилось, що 4000 осіб з цієї групи є постійними паліями. Обстеження показало, що серйозні порушення в легенях мали 2000 паліїв і 1200 осіб, які не палять. Покажіть, що ймовірність отримати хворобу легенів в особи, яка палить, більша, ніж в особи, яка не палить.

**Розв'язання.**

Нехай  $A$  – подія, яка полягає в тому, що особа має хворобу легенів, а  $B$  – подія, яка полягає в тому, що особа палить. Згідно з теоремою множення, ймовірність наявності хвороби легенів у людини, що палить,  $P(A \cap B) = P(B) \cdot P(A/B) = 0,4 \cdot \frac{20}{32} = 0,25$ , а ймовірність наявності хвороби легенів у особи, яка не палить,  $P(A \cap \bar{B}) = P(\bar{B}) \cdot P\left(\frac{A}{\bar{B}}\right) = 0,6 \cdot \frac{12}{32} = 0,225$ .

Отже,  $P(A \cap B) > P(A \cap \bar{B})$ , тобто ймовірність отримати хворобу легенів в особи, яка палить, більша, ніж в особи, яка не палить.

**Відповідь.**  $P(A \cap B) > P(A \cap \bar{B})$ .

Результат отриманий в цій задачі, спонукає учнів до здорового способу життя і відмови від шкідливих звичок. Тобто сприяє формуванню здоров'язберезувальної компетентності.

**Задача 2.** Багато генів, зчеплених зі статтю, є рецесивними і викликають дефекти (дальтонізм, гемофілія). Нехай  $a$  – такий ген. Тоді дефект мають всі чоловіки типу  $a$  та жінки типу  $aa$  (жінки типу  $Aa$  дефекту не мають, але можуть передавати його нащадкам). Яка ймовірність

дальтонізму у жінок, якщо в середньому на 100 осіб чоловічої статі – один дальтонік?

**Розв'язання.** За умовою ймовірність дальтонізму у чоловіків  $P(a) = \frac{1}{100}$ . Це ймовірність появи гену  $a$  в парі. Ймовірність знайти пару, в якій два гени  $a$ , згідно з теоремою множення ймовірностей дорівнює:

$$P(aa) = P(a) \cdot P(a) = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{100} = 10^{-4} = 0,0001.$$

Ймовірність дальтонізму у жінок 0,0001.

**Відповідь.** 0,0001.

Задачі такого типу є дуже актуальним, адже їх розв'язання дає можливість заздалегідь вирахувати можливість утворення певних дефектів під час розвитку людського організму.

**Задача 3.** Ймовірність встановлення діагнозу при рентгеноскопічному дослідженні  $P(РС) = 0,97$ , при ультразвуковому –  $P(УЗД) = 0,8$ . Яка ймовірність, що діагноз буде встановлено, якщо пацієнт пройшов ультразвукове і рентгеноскопічне дослідження?

**Розв'язання.** За теоремою додавання ймовірностей для сумісних подій  $P = P(УЗД) + P(РС) - P(УЗД) \cdot P(РС) = 0,8 + 0,97 - 0,8 \cdot 0,97 = 0,994$ .

**Відповідь.** Ймовірність встановлення діагнозу 0,994.

Розв'язування цієї задачі показує важливість проходження відповідних досліджень для встановлення діагнозу.

**Задача 4.** Вакцина формує імунітет від захворювання з імовірністю 0,999. Яка ймовірність, що імунітету не набуло двоє, якщо вакцину ввели 4000 дітям? Задати закон розподілу випадкової величини  $X$ , яка дорівнює кількості дітей, що не набули імунітету. Знайти моду цього розподілу.

**Розв'язання.** В даному прикладі зручно скористатись законом рідкісних подій (розподіл Пуассон), оскільки ймовірність реалізації випадкової події в окремому випробуванні досить мала:

$$q = P(a) = 1 - 0,999 = 0,001.$$

Враховуючи, що в нашому випадку  $\lambda = n \cdot q = 4000 \cdot 0,001 = 4$ , згідно з розподілом Пуассона, шукана ймовірність

$$P = \frac{\lambda^2}{2} e^{-\lambda} \approx 0,147.$$

Аналогічно розрахуємо ймовірність інших значень випадкової величини  $X$ . Результати подамо у вигляді таблиці.

$X_i$	$P_i$
0	$e^{-\lambda} = 0,018$
1	$\lambda e^{-\lambda} = 0,073$
2	$\frac{\lambda^2}{2!} e^{-\lambda} = 0,147$
3	$\frac{\lambda^3}{3!} e^{-\lambda} = 0,196$
...	...

Модую буде значення  $X = 3$ , оскільки ймовірності інших значень менші за 0,196, в чому можна легко переконатись, продовживши розрахунки.

**Відповідь.** Мода  $X = 3$ .

Тема «**Похідна та її застосування**», 10 клас.

Раніше ми вже з'ясували біологічний та хімічний зміст похідної, тому розглянемо задачі пов'язані з медичною тематикою. Серед них можна виділити задачі, в розв'язуванні яких похідна відіграє першорядну роль. Розглянемо таку задачу.

**Задача 1.** Розчинення лікарської речовини з пігулки описується рівнянням  $m = m_0 e^{-kt}$ , де  $m_0$  – початкова маса на момент часу  $t = 0$ ,  $m$  – нерозчинена маса на момент часу  $t$ ;  $k$  – стала розчинення при заданих зовнішніх умовах. Визначте швидкість розчинення.

**Розв'язання.** Масу лікарської речовини, що розчинилась на момент часу  $t$ , запишемо у вигляді  $M = m_0 - m = m_0(1 - e^{-kt})$ . Використовуючи хімічний зміст похідної, визначимо швидкість розчинення  $M' = m_0(-e^{-kt})(-k) = km_0 e^{-kt} = km$ .

**Відповідь.**  $kt$  – швидкість розчинення лікарської речовини.

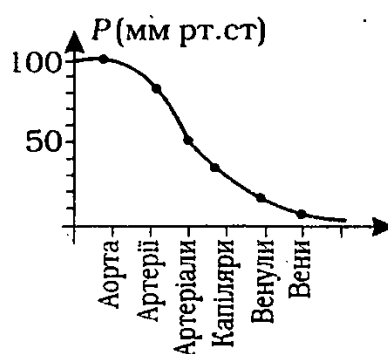
До вивчення питання монотонності функції в старшій школі існують різні методичні підходи, запропоновані у чинних шкільних підручниках. За основу візьмемо один з них, згідно з яким розгляд понять зростаючої і спадної функції складається з двох етапів:

- 1) повторення означень, відомих учням з курсу алгебри основної школи;
- 2) розгляду питання зростання і спадання функції у точці, формулювання означення монотонної функції на проміжку та доведення ознак монотонності функції в точці і, як наслідок, на проміжку.

Зупинимось на етапах процесу навчання, під час яких розгляд практичних життєвих ситуацій сприятиме засвоєнню учнями теоретичного матеріалу та формуванню в них здоров'язберезувальної компетентності.

Розглянемо етап повторення понять зростаючої та спадної функції на проміжку, відомих учням з курсу алгебри основної школи. Розглянемо таку задачу.

**Задача 2.** На рисунку 1 представлено зміну тиску крові вздовж судинного русла. Як залежить тиск крові від товщини ділянки судинної системи? На якій ділянці тиск крові є найбільшим, а на якій – найменшим?



**Рис. 1**

Аналізуючи цей графік, учні зможуть пригадати поняття спадної функції на проміжку та алгоритм дослідження функції на монотонність.

**Задача 3.** Реакція організму на введені ліки може виявитися підвищенням кров'яного тиску, зменшенням температури тіла, зміною пульсу чи іншими фізіологічними показниками. Припустимо, що через  $x$

позначено дозу призначених ліків, а ступінь реакції  $y$  визначається функцією  $y = f(x) = x^2(a - x)$ , де  $a$  – деяка додатна стала. При якому значенні  $x$  реакція максимальна?

Сформульована задача є прикладом задачі природничого змісту, математична модель якої міститься в умові. Задачі такого типу належать до задач другого рівня складності (Б). Її можна розглянути на етапі актуалізації знань для створення проблемної ситуації перед вивченням достатньої умови існування екстремуму в точці.

Після того як учні будуть ознайомлені з достатньою ознакою екстремуму і правилом дослідження функції на екстремум, корисно розглянути з ними розв'язання цієї задачі та запропонувати для самостійного розв'язання декілька подібних задач.

**Розв'язання.** Знайшовши похідну функції, яка є математичною моделлю наведеної задачі і розв'язавши рівняння  $2ax - 3x^2 = 0$ , з'ясуємо, що ця функція має єдину критичну точку  $x_0 = \frac{2a}{3}$ . Оскільки при переході через цю точку знак похідної змінюється з «+» на «-», то на основі достатньої умови існування екстремуму в точці робимо висновок, що точка  $x_0 = \frac{2a}{3}$  є точкою максимуму функції  $y$ .

**Відповідь.** Реакція максимальна при  $x = \frac{2a}{3}$ .

**Задача 4.** Реакція організму на два види ліків як функції часу  $t$  (час у годинах) складають  $r_1(t) = te^{-t}$  і  $r_2(t) = t^2e^{-t}$ . У якого виду ліків максимальна реакція вища? Ліки якого виду діють повільніше?

**Розв'язання.** Продиференціювавши функції  $r_1(t)$  і  $r_2(t)$ , що визначені та неперервні на проміжку  $(0; +\infty)$ , і розв'язавши рівняння  $(1 - t)e^{-t} = 0$  і  $(2 - t)te^{-t} = 0$ , з'ясуємо, що ці функції на вказаному проміжку мають такі стаціонарні точки  $t_1 = 1$ ;  $t_2 = 2$ ;  $t_3 = 0$ . Оскільки час  $t > 0$ , то на всій області визначення кожна функція має єдину стаціонарну точку  $t_1 = 1$ ;  $t_2 = 2$ . Оскільки при переході через стаціонарну точку знак похідної змінюється з «+» на «-», то на підставі достатньої умови існування



екстремуму в точці робимо висновок, що точка  $t_1 = 1$  є точкою максимуму функції  $r_1(t)$ , а точка  $t_2 = 2$  є точкою максимуму функції  $r_2(t)$ . Знайшовши максимуми функції  $r_1(t) = 1/e \approx 0,37$  і  $r_2(t) = 4/e^2 \approx 0,54$ , з'ясуємо, що у другого виду ліків максимальна реакція вища і вони діють повільніше.

**Відповідь.** У другого виду ліків максимальна реакція вища і вони діють повільніше.

#### **2.4. Задачі, що сприяють реалізації наскрізної лінії ключових компетентностей «Підприємливість та фінансова грамотність» та методика навчання учнів їх розв'язування**

Наскрізна лінія «Підприємливість та фінансова грамотність» націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в швидкозмінному середовищі, розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань, спроможність застосовувати знання й уміння у реальних життєвих ситуаціях. Окремі питання підприємницької діяльності розглядались в процесі розв'язування задач про депозити і вклади, витрати виробництва за певних умов, раціональний розподіл сімейного бюджету. Зміст таких задач, повинен сприяти формуванню в учнів підприємницької компетентності. Розглянемо деякі з них.

Під час вивчення теми «Дробові числа і дії з ними» у 5 класі, розглядаючи питання десяткові дроби та арифметичні дії з десятковими дробами, можна запропонувати учням задачі на визначення врожайності, які сприяють формуванню такої математичної компетентності як уміння виконувати арифметичні дії з десятковими дробами та підприємницької компетентності.

**Задача 1.** На полі площею 26,4 га урожайність проса становила 6,6 ц з 1 га, на полі площею 30,8 га урожайність була 6,3 ц з 1 га, а на полі площею 22 га – 7,2 ц з 1 га. Знайдіть середню врожайність проса на всій площі.

**Розв'язання:**

1)  $26,4 \cdot 6,6 = 174,24$  (ц) – зібрали з 1-го поля;

- 2)  $30,8 \cdot 6,3 = 194,04$  (ц) – зібрали з 2-го поля;  
 3)  $22 \cdot 7,2 = 158,4$  (ц) – зібрали з 3-го поля;  
 4)  $(174,24 + 194,04 + 158,4) : (26,4 + 30,8 + 22) = 6,65$  (ц) – середня врожайність.

**Відповідь.** середня врожайність з усього поля становить 6,65 ц з 1 га.

**Задача 2.** Фірмою «Агросоюз» у 2014р. озимою пшеницею було засіяно 480 га. Урожайність з 1 га становила 25 ц. Державі було продано 80% зібраного врожаю. Решту зерна залишили на потреби фірми. Скільки пшениці залишили на потреби фірми?

**Розв'язання.**

- 1)  $480 \cdot 25 = 12000$  (ц) – зібрали всього пшениці;  
 2)  $12000 \cdot 0,8 = 9600$  (ц) – продали державі;  
 3)  $12000 - 9600 = 2400$  (ц) – залишилося на потреби фірми.

**Відповідь.** 2400 ц

Пропонуємо розглянути основні задачі з теми «Відсотки» у 6 класі, які сприяють формуванню в учнів математичної компетентності знаходження числа за його відсотком, а також підприємницької компетентності та фінансової грамотності.

**Задача 1.** Бюджет сім'ї на місяць складає 10 000 грн. На оплату комунальних послуг щомісяця витрачають 18%. Скільки гривень витрачають на оплату комунальних послуг щомісяця?

**Розв'язання.** Нехай  $x$  – сума, яку витрачають на оплату комунальних послуг. Тоді можна записати такі співвідношення:

$$10\ 000 \text{ грн} - 100\%$$

$$x \text{ 58 об} - 18\%$$

$$\text{Складаємо пропорцію: } \frac{10\ 000}{x} = \frac{100}{18}; \quad x = \frac{10\ 000 \cdot 18}{100} = 1800 \text{ (58 об.)} -$$

витрачає сім'я на комунальні послуги.

**Відповідь.** 1800 грн.

**Задача 2.** За місяць сім'я витрачає на електроенергію 250 грн. Розрахунок вартості електроенергії відбувається так: перші 100 кВт коштують 90 грн, а далі 1 кВт – 1,60 грн. Скільки кіловат енергії витрачає сім'я за місяць? А якщо економно використовувати світло (вимикати лампочки, які горять без потреби, не залишати зарядні пристрої в розетці), то можна заощадити 20% енергії. Скільки гривень витрачається марно за місяць?

**Розв'язання.** 1) Спочатку визначемо скільки кіловат енергії сім'я витрачає за місяць:  $250 - 90 = 160$  (59 об.);

$$160 : 1,60 = 100 \text{ (кВт)}.$$

Отже, за місяць сім'я витрачає  $100 + 100 = 200$  кВт енергії.

2) Знайдемо скільки гривень можна зекономити:

$$\begin{aligned} 200 \text{ кВт} &- 100\% \\ x \text{ кВт} &- 20\% \end{aligned}$$

$$\text{Отримаємо } x = \frac{200 \cdot 20}{100} = 40 \text{ (кВт)}.$$

3) Знайдемо скільки гривень витрачається марно за місяць:

$$40 \cdot 1,60 = 64 \text{ (59 об.)}$$

**Відповідь.** 64 грн.

Мотивацією для розв'язування даної задачі може стати прагнення учнів допомогти своїм батькам або навчитися самостійно економити сімейний бюджет.

**Задача 3.** На отриману стипендію Дмитро планував купити спортивний костюм, кросівки і м'яч. Але на костюм він витратив 70% стипендії, на м'яч 80% решти. Після цього в нього залишилось лише 60 грн і не вистачило на кросівки. Яку стипендію отримав Дмитро?

**Розв'язання.**

1)  $100\% - 80\% = 20\%$  – стипендії залишилось у Дмитра після купівлі костюма і м'яча;

$$2) x \text{ 59 об.} - 100\%$$

$$60 \text{ грн.} - 20\%$$

$$x = \frac{60 \cdot 100}{20} = 300 \text{ (60 об.)} - \text{було у Дмитра до купівлі м'яча};$$

3)  $100\% - 70\% = 30\%$  – стипендії залишилось у Дмитра після купівлі костюма.

$$4) x \text{ 60 об.} - 100\%$$

$$300 \text{ грн.} - 30\%$$

$$x = \frac{300 \cdot 100}{30} = 1000 \text{ (60 об.)} - \text{становить стипендія Дмитра.}$$

**Відповідь.** 1000 грн.

Розв'язавши цю задачу, учні мають зрозуміти, наскільки важливим є правильний розподіл своїх коштів.

**Задача 4.** У будинку 10 дерев'яних вікон. Заміна 1 вікна збереже 2% тепла, а в разі заміни всіх вікон, плата за теплопостачання скоротиться на 50 грн. Скільки родина платить за теплопостачання зараз і скільки буде платити в разі заміни всіх вікон?

**Розв'язання.**

1) Знайдемо скільки відсотків тепла збереже заміна всіх вікон:

$$2 \cdot 10 = 20\%.$$

$$2) x \text{ 60 об.} - 100\%$$

$$50 \text{ грн.} - 20\%$$

$$x = \frac{50 \cdot 100}{20} = 250 \text{ (60 об.)} - \text{платить сім'я за теплопостачання зараз};$$

3)  $250 - 50 = 200$  (60 об.) – платитиме сім'я за теплопостачання в разі заміни всіх вікон.

**Відповідь.** 250 грн., 200 грн.

Важливою проблемою сьогодення є збереження теплоносіїв, плата за які невпинно зростає і б'є по гаманцям споживачів. Тому доцільно запропонувати учням задачу щодо вирішення проблеми заощадження сімейного бюджету.

**Задача 5.** За місяць кондитерська фабрика виготовила продукції на 453 тис. грн, 60 обуло на 25% більше, ніж заплановано. На яку суму планували на фабриці виготовити продукцію?

**Розв'язання.**

453 тис. Грн – 125%

$x$  тис. Грн – 100%

Складаємо пропорцію:

$$\frac{453}{x} = \frac{125}{100}; x = \frac{453 \cdot 100}{125} = 362,4.$$

**Відповідь.** На 362,4 тис. Грн планували виготовити продукції.

Вивчаючи тему «Лінійні рівняння та їх системи» у 7 класі, для кращого засвоєння даної теми, варто розглянути з учнями задачі, розв'язання яких зводиться до складання лінійних рівнянь та розв'язання системи відповідних рівнянь. Пропонуємо такі задачі.

**Задача 1.** У цеху підприємства виготовляють дві моделі жіночого одягу. На виготовлення першої моделі витрачають 2 м тканини, на виготовлення другої – 3 м. При цьому витрати робочого часу на виробництво цих моделей становлять, відповідно, 4 та 5 год. Відомо, що тижневий запас тканини – 100 м, а робочий час обмежено 190 год. Скласти такий план тижневого виготовлення цих моделей одягу, при якому повністю використовують ресурси (тканину і робочий час).

**Розв'язання.** Тижневий запас тканини витратиться прямо пропорційно до суми витрат тканини на продукцію першої та другої моделі за тиждень. Робочий час із тижневого запасу теж буде витрачатись прямо пропорційно до суми витрат робочого часу на виготовлення продукції кожної моделі за тиждень. Тому ввівши позначення:

$x_1$  – кількість одиниць тижневого випуску першої моделі;

$x_2$  – кількість одиниць тижневого випуску другої моделі;

$2x_1$  – витрати тканини на випуск першої моделі за тиждень;

$3x_2$  – витрати тканини на випуск другої моделі за тиждень;

$2x_1 + 3x_2$  – витрати тканини на випуск обох моделей одягу за тиждень;

$4x_1$  – витрати робочого часу на виготовлення першої моделі за тиждень;

$5x_2$  – витрати робочого часу на виготовлення другої моделі за тиждень;

$4x_1 + 5x_2$  – витрати робочого часу на виготовлення обох моделей за тиждень.

Отримаємо, що  $2x_1 + 3x_2 = 100$ , а  $4x_1 + 5x_2 = 190$ . Оскільки ці співвідношення повинні виконуватись одночасно, то отримаємо системи рівнянь:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 100, \\ 4x_1 + 5x_2 = 190. \end{cases}$$

Таким чином слід розв'язати одержану систему з двох лінійних рівнянь з двома невідомими.

$$x_1 = 35, x_2 = 10.$$

**Відповідь.** Для повного використання ресурсів щотижня, треба виготовляти 35 одиниць першої і 10 одиниць другої моделей одягу.

Розв'язування даної задачі сприяє навичкам ефективного розподілу ресурсів.

**Задача 2.** Для штукатурки зовнішньої поверхні будинку необхідно приготувати цементно-вапняний розчин марки 500 об'ємом  $2,4 \text{ м}^3$ . Скільки необхідно цементу, вапняного тіста і піску, якщо їх об'ємне відношення відповідно дорівнює  $1 : 2 : 9$ ?

**Розв'язання.**

За умовою задачі відношення об'ємів цементу, вапняного тіста і піску в цементно-вапняному розчині марки 500 становить, відповідно,  $1 : 2 : 9$ . Введемо коефіцієнт пропорційності  $x$ . Тоді  $2,4 \text{ м}^3$  цього розчину містить  $x \text{ м}^3$  цементу,  $2x \text{ м}^3$  вапняного тіста і  $9x \text{ м}^3$  піску. Маємо рівняння:

$$x + 2x + 9x = 2,4.$$

Після спрощення останнього рівняння приходимо до лінійного рівняння з однією змінною  $12x = 2,4$ . Корінь якого  $x = 0,2$ . Цементно-вапняний розчин містить:

$$x = 0,2\text{м}^3 \text{ цементу};$$

$$2x = 2 \cdot 0,2 = 0,4\text{м}^3 \text{ вапняного тіста};$$

$$9x = 9 \cdot 0,2 = 1,8\text{м}^3 \text{ піску}.$$

Сума об'ємів компонентів цементно-вапняного розчину дорівнює об'єму всього розчину, тобто:

$$0,2 + 0,4 + 1,8 = 2,4;$$

Відношення об'ємів компонентів цього розчину  $0,2 : 0,4 : 1,8 = 1 : 2 : 9$ .

**Відповідь.**  $0,2 \text{ м}^3$ ;  $0,4 \text{ м}^3$ ;  $1,8 \text{ м}^3$ .

Розв'язуючи цю задачу в учнів формується підприємницька компетентність, тобто вміння ефективно і точно визначати необхідні співвідношення для отримання бажаного результату.

Учні 10-11 класів вже знайомі з формулами простих і складних відсотків. Задачі, які розв'язуються за допомогою цих формул є гарними засобами, які сприяють формуванню в учнів підприємницької компетентності та фінансової грамотності. Тому наведемо добірку задач, які сприяють формуванню відповідних компетентностей і для розв'язання яких, потрібно застосувати формули простих і складних відсотків.

**Задача 1.** Клієнт відкрив депозит у розмірі 2000 грн. у банку під виплату 18% річних. Яку суму він одержить через 10 місяців?

*Вказівка.* Потрібно використовувати формулу простих відсотків  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$ , де  $A_0$  – початковий внесок;  $p$  – відсоткова щомісячна ставка;  $n$  – кількість місяців, за які нараховується відсоток;  $A_n$  – сума, яку вкладник отримає через  $n$  місяців.

**Розв'язання.**

**I спосіб**

$$p = \frac{18}{12} = \frac{3}{2} = 1,5\% \text{ – за місяць};$$

$$A_n = 2000 \left(1 + \frac{1,5 \cdot 10}{100}\right) = 2300 \text{ (грн.) – сума, яку вкладник отримає через 10 місяців.}$$

**II спосіб**

За умовою  $p = 18\%$ , тоді  $n = \frac{10}{12} = \frac{5}{6}$ .

$A_n = 2000 \left(1 + \frac{18 \cdot \frac{5}{6}}{100}\right) = 2300$  (грн.) – сума, яку вкладник отримає через 10 місяців.

**Відповідь.** 2300 грн.

**Задача 2.** Знаменитий американський вчений і державний діяч Бенджамін Франклін заповідав жителям міста Бостона 1 тис. фунтів стерлінгів на таких умовах:

- 1) гроші давати під 5% річних молодим ремісникам;
- 2) через 100 років з накопичених грошей (з урахуванням відсотків на відсотки) 100 тис. фунтів стерлінгів пустити на будівництво громадських будинків;
- 3) гроші, які після цього залишилися, покласти під ті самі відсотки, ще на 100 років;
- 4) після закінчення цього терміну накопичену суму розділити між бостонськими жителями і правлінням Масачусетської громади, якій передати 3 млн. фунтів стерлінгів.

**Розв'язання.**

- 2) Відписаний капітал ( $B$ ) через  $n$  років становитиме:

$$K = B \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n.$$

Підставимо відповідні значення й одержимо:

$$K = 1000(1 + 0,05)^{100}.$$

$$(1 + 0,05)^{100} = 131,5.$$

Отже,  $K = 131\,500$  фунтів стерлінгів.

Після виділення 100 тис. фунтів стерлінгів на будівництво громадських будинків залишиться:

$$131\,500 - 100\,000 = 31\,500 \text{ (ф. ст.)}.$$



3) Ще через 100 років ця сума становитиме (з урахуванням складних відсотків):

$$31\,500 \cdot 131,5 = 4\,142\,250 \text{ (ф. ст.)}.$$

4) Після відрахування з цієї суми 3 млн. фунтів стерлінгів бостонським жителям дістанеться:

$$4\,142\,250 - 3\,000\,000 = 1\,142\,250 \text{ (ф. ст.)}.$$

**Задача 3.** Через скільки років величина строкового вкладу 10 тис.г.од. при відсотковій ставці 10 % річних перетвориться в 1 млн.г.од.?

*Вказівка.* Потрібно використовувати формулу складних відсотків  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ , де  $A_0$  – початковий внесок;  $p$  – відсоткова щорічна ставка;  $n$  – кількість років;  $A_n$  – нарощений капітал.

**Розв'язання.**

За формулою складних відсотків через  $n$  років вклад буде становити:

$$10^6 = 10^4(1 + 0,1)^n \quad | : 10^4;$$

$$10^2 = (1,1)^n;$$

Логарифмуємо це рівняння з основою 10, отримаємо

$$\lg 10^2 = \lg(1,1)^n;$$

$$2 = n \cdot \lg 1,1;$$

$n = \frac{2}{\lg 1,1} \approx \frac{2}{0,0414} \approx 48$  (років) – через стільки років величина строкового вкладу перетвориться в 1 млн.г.од.

**Відповідь.** 48 років.

**Задача 4.** Вкладник поклав на рахунок 1500 грн. Яка сума буде в нього через 5 років, якщо відсоткова ставка 10% річних.

**Розв'язання:**

1)  $1500 \cdot 0,1 = 150$  (грн) – 10% від суми на рахунку;

2)  $1500 + 150 = 1650$  (грн) – на рахунку через рік;

3)  $1650 + 1650 \cdot 0,1 = 1815$  (грн) – через 2 роки на рахунку;

4)  $1815 + 1815 \cdot 0,1 = 1996,5$  (грн) – через 3 роки на рахунку;

5)  $1996,5 + 1996,5 \cdot 0,1 = 2196,15$  (грн) – через 4 роки;

6)  $2196,15 + 2196,15 \cdot 0,1 = 2415,765$  (грн) – через 5 років.

**Відповідь.** 2415,765 грн.

В загальному вигляді задачу можна розв'язати за формулою складних відсотків.

**Задача 5.** При оформленні кредиту в розмірі 10 000 грн. на півроку під 10% річних були утримані комісійні в розмірі 1% від суми кредиту. Яка фактично використана сума кредиту і під який відсоток річних був фактично оформлений кредит.

**Розв'язання:**

1)  $10\ 000 \cdot 0,01 = 100$  (грн.) – сума комісійних;

2)  $10\ 000 - 100 = 9900$  (грн.) – фактично використана сума кредиту;

3)  $10\ 000 \cdot 0,05 = 500$  (грн.) – за використання кредиту в розмірі 9 900 грн. протягом півроку;

4) 
$$\left. \begin{array}{l} 9900 \text{ грн} - 100\% \\ 500 \text{ грн} - x\% \end{array} \right\} \Rightarrow x = \frac{500 \cdot 100\%}{9900} = 5,05\% \quad - \quad \text{фактична ставка}$$

банківського відсотку за надання кредиту в розмірі 9900 грн на півроку;

5)  $5,05\% \cdot 2 = 10,1\%$  – фактичний відсоток річних, під який був отриманий кредит.

**Відповідь.** 9900 грн., 10,1%.

**Задача 6.** 1 січня 2012 року бізнесмен вирішив питання про придбання копіювально-розмножувальної техніки на суму 55 млн. грн. Термін придатності техніки – 3 роки, після чого вона повністю зношується. Щорічний прибуток від використання – 25 млн. грн. Щорічні витрати на її використання розподіляються за роками наступним чином: 2, 3 та 4 млн. грн. При цьому прибуток отримуємо в кінці року, а відповідні витрати на використання виплачуються відразу при отриманні прибутку. Техніку, що придбали продати не можливо. Чи є сенс у придбанні техніки при умові, що ставка банківського прибутку за депозитом (виплачується один раз на рік) до 1 січня 2015 року буде постійною та складає 10% на рік? Інфляція у розрахунок не приймається.

**Розв'язання:**

- 1)  $55 \cdot (1 + 0,1)^3 = 73,205$  (млн. грн) – на депозиті через 3 роки;
- 2)  $25 - 2 = 23$  (млн. грн) – дохід на 1 січня 2013 року, якщо купити техніку;
- 3)  $23 \cdot 1,1 + (25 - 3) = 47,3$  (млн. грн) – на депозиті на 1 січня 2014 року;
- 4)  $47,3 \cdot 1,1 + (25 - 4) = 73,030$  (млн. грн) – на депозиті на 1 січня 2015 року.

**Відповідь.** Більш вигідніше покласти гроші на депозит, ніж придбання техніки. Поклавши гроші на депозит, на 1 січня 2015 р. маємо більшу суму грошей у порівнянні з тою, що отримаємо від придбання та використання техніки.

**Задача 7.** Вкладник поклав до банку 10 000 грн під 12% річних. Через скільки років сума на рахунку подвоїться?

**Розв'язання:**

Гроші накопичуються на рахунку за формулою складних відсотків:

$$20\ 000 = 10\ 000 \cdot \left(1 + \frac{12}{100}\right)^n;$$

$$2 = (1 + 0,12)^n;$$

$$n = \log_{1,12} 2 = \frac{\lg 2}{\lg 1,12} \approx \frac{0,3012}{0,04692} \approx 6,11 - \text{вклад подвоїться через 6 років.}$$

**Відповідь.** 6 років.

Задача на обчислення значення функції, яка може бути запропонована учням 10 класу з метою повторення формули складних відсотків.

**Задача 8.** Фермер бере кредит у банку на суму 1 млн. грн. строком на 2 роки. Банк пропонує дві схеми кредитування: нарахування простих відсотків за ставкою 25% річних або нарахування складних відсотків за ставкою 15% річних. Який варіант кредитування вигідніше обрати фермеру?

**Розв'язання.** Для відповіді на поставлене запитання розрахуємо, яку суму необхідно буде повернути фермеру через 2 роки, використовуючи формули нарахування простих відсотків –  $P = C \left(1 + \frac{pn}{100}\right)$  і складних відсотків  $P = C \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ , де  $C$  – початкове значення величини (початкова

сума),  $p$  – відсотки (відсоткова ставка),  $n$  – число проміжків часу,  $P$  – значення величини після  $n$  проміжків часу (*кінцева сума*).

За формулою *простих відсотків* майбутня сума буде дорівнювати:

$$P = C \left( 1 + \frac{pn}{100} \right) = 1\,000\,000 \left( 1 + \frac{25 \cdot 2}{100} \right) = 1\,500\,000 \text{ (грн.)}$$

За формулою *складних відсотків* майбутня сума буде дорівнювати:

$$P = C \left( 1 + \frac{p}{100} \right)^n = 1\,000\,000 (1 + 0,15)^2 = 1\,322\,500 \text{ (грн.)}$$

**Відповідь.** Фермеру слід обрати схему кредитування з нарахуванням складних відсотків за ставкою 15% річних, тому що в цьому випадку необхідно буде повернути в банк меншу суму.

**Задача 9.** Функція витрат має вигляд  $K = ae^{cx}$ , де  $a$  і  $c$  – додатні числа. Визначити загальні і середні витрати при виробництві 1, 2, 3 одиниць продукції.

**Розв'язання.**

$K(1) = ae^c$ ,  $K(2) = ae^{2c}$ ,  $K(3) = ae^{3c}$  – загальні витрати при виробництві 1, 2, 3 одиниць продукції відповідно;

$\Pi(1) = ae^c$ ,  $\Pi(2) = \frac{ae^{2c}}{2}$ ,  $\Pi(3) = \frac{ae^{3c}}{3}$  – середні витрати при виробництві 1, 2, 3 одиниць продукції відповідно.

**Відповідь.**  $ae^c$ ,  $ae^{2c}$ ,  $ae^{3c}$ ,  $\frac{ae^{2c}}{2}$ ,  $\frac{ae^{3c}}{3}$ .

Під час вивчення теми «**Похідна та її застосування**» у 10 класі, розглядаючи питання монотонності функції можна запропонувати наступну задачу, яка буде сприяти формуванню підприємницької компетентності.

**Задача 1.** Прибуток від реалізації товару за ціною  $p$  складає:

$U(p) = pd(p) = pe^{-2p^2}$  (грошових одиниць), де  $d(p) = e^{-2p^2}$  ( $p \geq 0$ ). Чи вигідне подальше підвищення ціни?

**Розв'язання.** Знайдемо похідну і простежимо за поведінкою функції. Похідна цієї функції:  $U'(p) = e^{-2p^2} (1 - 4p^2)$  додатна, якщо  $p < \frac{1}{2}$  і від'ємна, якщо  $p > \frac{1}{2}$ . Це означає, що із зростанням ціни виручка спочатку

збільшується (не дивлячись на падіння попиту) і при  $p = \frac{1}{2}$  досягає максимального значення

$U_{\max} = U\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2}e^{-\frac{1}{2}} \approx 0,3$ . Тобто, подальше збільшення ціни не має сенсу, оскільки воно веде до скорочення виручки.

**Відповідь.** Подальше збільшення ціни не має сенсу, оскільки воно веде до скорочення виручки.

З учням 11 класу можна розглянути задачу з економіки, яка розв'язується за допомогою похідної. Оскільки вони вже вивчають економіку та знайомі із задачами на витрати і прибутки.

**Задача 2.** Загальні витрати та виторг конкуруючої фірми задано рівняннями  $TC = 3Q^2 - 170Q - 360$ ,  $TR = Q^2 + 90Q$ , де  $Q$  – обсяг випуску продукції (у одиницях). Визначте: 1) кількість продукції, яка максимізуватиме прибуток; 2) при якій ціні (у грн) прибуток фірми буде максимальним.

**Розв'язання.** 1) Фірма максимізує свій прибуток за умови:  $MR = MC = P$ . Знайдемо граничні витрати та граничний дохід:  $MC = TC'(Q) = 6Q - 170$ ,  $MR = TR'(Q) = 2Q + 90$ . Знайдемо обсяг випуску продукції, при якому прибуток фірми буде максимальним:  $MR = MC$ ;  $6Q - 170 = 2Q + 90$ ;  $Q = 65$ . Тобто якщо фірма випускатиме 65 од. продукції, то її прибуток буде максимальним. 2) Визначимо, яку ціну при даному обсязі виробництва треба встановити фірмі:  $MR = MC = P$ ;  $P = 2Q + 90 = 2 \cdot 65 + 90 = 220$  (грн).

**Відповідь.** 65 од. продукції; 220 грн.

Розв'язуючи цю задачу в учнів формується підприємницька компетентність, а саме, уміння визначати кількість продукції, яка максимізуватиме прибуток та уміння визначити ціну, при якій прибуток фірми буде максимальним.

## **2.5. Експериментальна перевірка окремих результатів дослідження**

Оскільки засобами реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання математики в ЗСО є задачі відповідного змісту; ілюстративні приклади; практичні життєві ситуації, безпосередньо пов'язані з математикою та її застосуваннями у реальному житті, то саме ці засоби були використані при проведенні відповідного педагогічного експерименту.

Метою навчально-педагогічного експерименту було визначити рівень мотивації, інтересу до вивчення математики в учнів 11-Б класу ЗСО № 20 м. Чернігова за допомогою вище зазначених засобів.

Експеримент складався з наступних етапів:

1) Дослідження ставлення учнів до використання прикладних задач, що сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей на уроках математики.

2) Проведення циклу уроків та факультативу з використанням засобів, які сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей.

3) Перевірка ставлення учнів до використання прикладних задач, що сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей на уроках математики, після проведення циклу уроків та факультативу відповідного змісту.

В дослідженні брали участь 32 учні 11-Б класу гуманітарного профілю, які вивчають курс «Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія)» на рівні стандарту.

На початку експерименту був визначений рівень успішності учнів з алгебри і початків аналізу за результатами попередніх тематичних оцінок.

<b>Рівень успішності учнів з алгебри і початків аналізу</b>	<b>Кількість учнів</b>
Низький	4
Середній	10
Достатній	13
Високий	5

### **Рівень успішності учнів з алгебри і початків аналізу**



На першому етапі учасникам експерименту було запропоновано пройти анкетування, яке мало на меті визначити фактори, що впливають на ставлення учнів до використання прикладних задач на уроках математики. Приклад анкети розміщено в Додатку Б.

Під час другого етапу були проведені уроки на такі теми: «Показникова функція», «Показникові рівняння», «Показникові нерівності», «Логарифм і його властивості», «Логарифмічна функція», при проведенні яких, були використані прикладні задачі, які сприяли реалізації наскрізних змістових ліній і математична модель цих задач містила показникову або логарифмічну функції. Також був проведений факультатив на тему: «Практичне застосування показникової та логарифмічної функції». Конспект факультативного заняття розміщений у Додатку А. До факультативу була підготовлена презентація, в якій показано застосування логарифмів в різних

галузях та підібрані відповідні зображення. Також пропонуються задачі, які пов'язані з жмттям і мають реальні дані.

Підібрані задачі та ілюстративні приклади, які розглядалися на уроках та факультативі мали безпосереднє відношення до наскрізної лінії «Екологічна безпека та сталий розвиток». Це задачі про: середовище існування та екологічну взаємодію організмів; зміну популяції різних організмів; забруднення водойм, яке відбувається внаслідок антропогенного і природного факторів; проблеми літосфери; визначення збитків, які завдають автомобілі довкіллю; організацію і функціонування екологічних систем.

Також були підібрані задачі для реалізації наскрізної лінії «Підприємливість та фінансова грамотність». Окремі питання підприємницької діяльності розглядалися в процесі розв'язування задач про депозити і вклади, витрати виробництва за певних умов, раціональний розподіл сімейного бюджету.

На завершення експерименту був визначений рівень успішності учнів з алгебри і початків аналізу за результатами самостійної та контрольної роботи з теми «Показникова та логарифмічна функції».

<b>Рівень успішності учнів з алгебри і початків аналізу</b>	<b>Кількість учнів</b>
Низький	2
Середній	8
Достатній	17
Високий	5



## Рівень успішності учнів з алгебри і початків аналізу



На третьому етапі учням знову було запропоновано пройти анкетування з метою дослідити чи змінили вони своє ставлення до використання прикладних задач на уроках алгебри і початків аналізу, після проведення відповідних уроків та факультативу.

Необхідність використання прикладних задач відповідного змісту, підтверджують результати анкетування учнів.

Після опрацювання анкет до і після експерименту були отримані наступні результати. На початку експерименту 53% учнів класу вважали, що потрібно вивчати прикладні задачі в шкільному курсі математики і 47% були проти. На завершення експерименту 71% учнів погодилися із вивчення прикладних задач, 18% вважають, що прикладні задачі є обов'язковими при вивченні математики та 11% не вважають доцільним вивчення прикладних задач.

**На твою думку, чи варто вивчати прикладні задачі  
в шкільному курсі математики?**



**На твою думку, чи варто вивчати прикладні задачі  
в шкільному курсі математики?**



## ВИСНОВКИ

Компетентнісний підхід є методологічним підґрунтям нової парадигми, що формується в системі середньої освіти України. Це система принципів, технологій, методів, прийомів, засобів, форм навчання, виховання і розвитку випускника школи, спрямована на вироблення в нього ключових і предметних компетентностей та гарантує високий рівень і результативність у професійній і суспільній діяльності.

Формуванню в учнів ключових і предметних компетентностей сприяють наскрізні лінії: «Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність», які демонструють зв'язок між математикою та повсякденним життям і формують в учнів здатність застосовувати знання й уміння у реальних життєвих ситуаціях. Також вони сприяють посиленню інтересу до навчання та підвищують рівень пізнавальної активності та самостійності учнів.

Завдання вчителя полягає у правильному підборі засобів реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей. Тобто, якщо це прикладна задача, то вона має стосуватись певної наскрізної лінії і розв'язуючи її в учнів має формуватися відповідна ключова компетентність.

В ході дослідження були розв'язані його головні завдання:

- проаналізовано психолого-педагогічну, навчально-методичну та науково-популярну літературу з теми дослідження;
- розглянуто теоретичні основи компетентнісно-орієнтованого навчання;
- наведена коротка характеристика наскрізних ліній ключових компетентностей, які виокремлені в навчальних програмах з математики для основної та старшої школи;
- розроблено систему різнорівневих задач, що сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання курсу математики основної та старшої школи;

- створено методику навчання учнів розв'язування задач запропонованої в роботі системи;
- підібрано ілюстровані приклади, практичні життєві ситуації безпосередньо пов'язані з математикою та її застосуваннями у реальному житті та запропоновано методику їх використання під час проведення позакласної роботи з математики;
- проведено експериментальну перевірку окремих результатів дослідження.

Прикладні задачі, які сприяють реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей досить вдало доповнюють систему задач шкільного курсу математики і можуть використовуватися на різних етапах уроку та реалізовувати різні навчальні цілі. Наприклад, використовуючи прикладні задачі, можна готувати учнів до вивчення нової теми або розпочинати її, сприяти поглибленню знань у процесі вивчення теми та застосуванню отриманих знань в житті.

Отже, реалізація наскрізних ліній компетентностей є обов'язковим компонентом шкільного курсу математики і має активно впроваджуватися під час проведення уроків, факультативів, гуртків та позаурочних математичних заходів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Акуленко І. А. Компетентнісно орієнтована методична підготовка майбутнього вчителя математики профільної школи (теоретичний аспект) : Монографія / І. А. Акуленко. – Черкаси : Видавець Чабаненко Ю. – 2013. – 460 с.
2. Ачкан В.В. Компетентнісний підхід як один із шляхів реалізації особистісно орієнтованого навчання математики / В.В. Ачкан // Матеріали Всеукраїнської науково-методичної конференції “Проблеми математичної освіти – 2007”. – Черкаси: ЧНУ імені Б. Хмельницького, 2007. – С. 7 – 9.
3. Ачкан В.В. Прикладні задачі як засіб формування математичних компетентностей учнів у процесі вивчення рівнянь і нерівностей в курсі алгебри і початків аналізу // Математика в школі. – 2009. – № 1-2. – С. 31-34.
4. Ачкан В.В. Формування математичних компетентностей старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей [Текст] : автореферат дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 «Теорія та методика навчання (математика)» / Ачкан Віталій Валентинович ; Нац. пед. ун-т ім. М. П. Драгоманова. – К., 2009. – 20 с.
5. Ачкан В.В. Формування логічної та дослідницької математичних компетентностей старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей / В.В. Ачкан // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – № 1. – Бердянськ : БДПУ, 2011. – С. 178-187.
6. Ачкан В.В. Формування процедурної компетентності старшокласників у процесі вивчення рівнянь та нерівностей / В.В. Ачкан // Збірник наукових праць Бердянського державного педагогічного університету (Педагогічні науки). – № 4. – Бердянськ : БДПУ, 2007. – С. 138-144.
7. Бенджамін А. Магія математики. Як знайти  $x$  і навіщо це потрібно / Артур Бенджамін : Пер. з англ. М. Гоцацюк. – К. : Вид. група КМ-БУКС, 2018. – 352 с.

8. Бібік Н. М. Компетентнісна освіта – від теорії до практики / Н. М. Бібік., І. Г. Єрмаков, О. В. Овчарук. – К.: Плеяда, 2005. – 120 с.
9. Бібік Н. М. Компетентність у навчанні / Н.М. Бібік // Енциклопедія освіти / АПН України ; гол. ред. В.Г. Кремень. – К.: Юрінком Інтер, 2008. – С. 408.
10. Борзяк І.М. Навчально-методичний посібник "Реалізація наскрізних ліній на уроках математики". URL: <https://naurok.com.ua/navchalno-metodichniy-posibnik-realizaciya-naskriznih-liniy-na-urokah-matematiki-108907.html>
11. Бугір М.К. Математика для економістів : Тернопіль : Підручники і посібники, 2001. – 192 с.
12. Бугір М.К. Математика для економістів : Посібник. – К.: Видавничий центр «Академія», 2003. – 520 с.
13. Бурда М.І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти / М.І. Бурда, Т.В. Колесник, Ю.І. Мальований, Н.А. Тарасенкова. – К.: УОВЦ «Оріон», 2018. – 288 с.
14. Бурда М.І. Геометрія. Профільний рівень : підруч. для 11 кл. загальноосвіт. навч. закл. / М.І. Бурда, Н.А. Тарасенкова, І.М. Богатирьова, О.М. Коломієць, З.О. Сердюк. – К.: УОВЦ «Оріон», 2019. – 224 с.
15. Васильєва Д.В. Збірник задач з математики. 5-9 класи: Наскрізні лінії компетентностей та їх реалізація / Д.В. Васильєва, Н.І. Василюк. – К.: Видавничий дім «Освіта», 2017. – 112 с.
16. Васильєва Д.В. Формування здоров'язбережувальної компетентності учнів на уроках алгебри і початків аналізу. Вісник Чернігівського національного педагогічного університету. Серія: Педагогічні науки. – Чернігів, 2015. Вип. 130. – С. 287-291.
17. Волобуєва Т.Б. Розвиток творчої компетентності школярів. Харків: Основа, 2005. – 168 с.

18. Головань М.С. Математична компетентність: сутність та структура / Микола Степанович Головань. // Науковий вісник Східноєвропейського національного університету. – 2014. – №1. – С. 35–39.
19. Головіна Н. Комбінаторно-ймовірнісний метод розв'язування задач з біології // Математика в школі. – 1999. – № 4. – С. 14-16.
20. Гоменюк Г.В. Методичні засади реалізації компетентнісного підходу в навчанні алгебри учнів основної школи [Текст] : автореф. дис. ... канд. пед. наук : 13.00.02 / Гоменюк Ганна Володимирівна ; Нац. пед. ун-т ім. М.П. Драгоманова. – Київ, 2016. – 22 с.
21. Грисенко М.В. Математика для економістів : Методи й моделі, приклади й задачі : Навч. посібник. – К.: Либідь, 2007. – 720 с.
22. Гроссман С., Тернер Дж. Математика для біологів: Пер. с англ. – М.: Высш. школа, 1983. – 383 с.
23. Державний стандарт базової та повної загальної середньої освіти // Математика в школі. – 2012. – № 3. – С. 2-8.
24. Єршова А.П., Голобородько В.В. та ін. Геометрія: Підруч. для 7 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Видавництво "Ранок", 2015. – 224 с.
25. Єршова А.П., Голобородько В.В. та ін. Геометрія: Підруч. для 8 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Видавництво "Ранок", 2016. – 256 с.
26. Єршова А.П., Голобородько В.В. та ін. Геометрія: Підруч. для 9 кл. загальноосвіт. навч. закладів. – Х.: Видавництво "Ранок", 2017. – 256 с.
27. Єршова А.П., Голобородько В.В. та ін. Геометрія (профільний рівень): підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. — Харків : Вид-во «Ранок», 2018. – 288 с.
28. Єршова А.П., Голобородько В.В. та ін. Геометрія (профільний рівень): підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. — Харків : Вид-во «Ранок», 2019. – 232 с.
29. Зайцева Л.І. Математична компетентність, диференційний підхід // Палітра педагога. – 2004. – №2. – С. 16-19.

30. Ігнатенко М.Я., Соколенко Л.О. Прикладні задачі в курсі математики // Рідна шк. – 1997. – № 5. – С. 58-59.

31. Ігнатенко М.Я., Соколенко Л.О. Реалізація прикладної спрямованості шкільного курсу математики як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів: Навч. посібник для студентів і викладачів фіз.-мат. фа культ. педвузів, малих академ. наук, ліцеїв, гімназій. – К.: ІЗМН, 1997. – 76 с.

32. Клименко О. О. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики / О. О. Клименко // Управління освіти, сім'ї, молоді та спорту Білгород-Дністровської міської ради, 2018. – 56 с.

33. Кокойло А.Ю. Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей в курсі алгебри і початків аналізу у процесі вивчення виразів та їх перетворень // Фізико-математична освіта. 2018. Випуск 1 (15). С.236-240.

34. Колініченко О., Колініченко Н. Застосування математичних знань у викладанні хімії та біології // Рідна школа. – 2003. – № 8. – С. 40-42.

35. Кондакова С., Мельник С. Ентропія як кількісна міра інформації // Математика в школі. – 2009. – № 4. – С. 27-31.

36. Конфорович А.Г. Математика служить людині. – К.: Рад. шк., 1984. – 192 с.

37. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології. – Київ: Фітосоціоцентр, 1998. – 132 с.

38. Мерзляк А.Г. Математика: підруч. для 5 кл. загальноосвіт. навч. закладів / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2013. – 352 с.

39. Мерзляк А.Г. Математика: підруч. для 6 кл. загальноосвіт. навч. закл. / А.Г. Мерзляк, В.Б. Полонський, М.С. Якір. – Х.: Гімназія, 2014. – 400 с.

40. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручник для 7 класу. – Х.: Гімназія, 2015. – 256 с.



41. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра: Підручник для 8 класу. – Х.: Гімназія, 2016. – 240 с.
42. Мерзляк А.Г., Полонський В.Б., Якір М.С. Алгебра : Підручник для 9 класу. – Х.: Гімназія, 2017. – 272 с.
43. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М.С.Якір. – Х. : Гімназія, 2018. – 400 с.
44. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М.С.Якір. – Х. : Гімназія, 2019. – 352 с.
45. Мірецька Л. Семінар з алгебри на тему: «Показникова і логарифмічна функції в природі, науці, техніці, мистецтві» (10-11 класи) // Математика в школі. – 2005. – № 10. – С. 21-27; 2006. – № 1. – С. 32-36.
46. Михайленко В.М., Антонюк Р.А. Сборник прикладных задач по высшей математике : Учеб. пособие. – К.: Вышш. школа., 1990 – 167 с.
47. Мурач М.М. Алгебра золоті пропорції в застосуваннях : Навчальний посібник для студентів вищих педагогічних навчальних закладів. – Чернігів : РВВ Управління у справах преси та інформації, 1999. – 116 с.
48. Мурач М.М. Геометричні перетворення і асиметрія. – Київ: Рад. шк., 1987. – 180 с.
49. Навчальна програма з математики для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Сайт Міністерства освіти і науки України URL: <http://mon.gov.ua/activity/education/zagalna-serednya/navchalni-programi-5-9-klas-2017.html>
50. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту // Математика в рідній школі. – 2017. №10. – С. 2-10.

51. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень // <https://mon.gov.ua/> / ... programmi / navchalni-programi-dlya – 10-11...2018

52. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів (для класів з поглибленим вивченням математики) // <https://mon.gov.ua/> / ... programmi / navchalni-programi-dlya – 10-11...2018

53. Ноздрин И.Н., Степаненко И.М., Костюк Л.К. Прикладные задачи по высшей математике. Издательское объединение «Высшая школа», 1976. – 176 с.

54. Овчарук О.В. Компетентності як ключ до оновлення змісту освіти / О.В. Овчарук // Стратегія реформування освіти в Україні. – К., 2003. – С. 13-41.

55. Овчинникова Т. Супровідна роль біологічного матеріалу на етапі систематизації і поглиблення знань про функції та їх властивості в класах природничого профілю // Математика в школі. – 2009. – № 6. – С. 42-45.

56. Остапенко Н. Теорія і практика формування лінгводидактичних компетентностей у студентів філологічних факультетів ВНЗ : монографія / Н.М. Остапенко. – Черкаси : видавець Чабаненко Ю., 2008. – 330 с.

57. Павлусь Г.О., Островік А.Б. Методичний посібник «Компетентнісний підхід при вивченні математики». URL: [http://roippo.org.ua/upload/iblock/a9e/pavlus-g.-o.\\_ostrov\\_k-a.-b..pdf](http://roippo.org.ua/upload/iblock/a9e/pavlus-g.-o._ostrov_k-a.-b..pdf)

58. Панченко Л.Л. Формування вмінь математичного моделювання в процесі навчання майбутніх учителів математики: дис. ... канд. пед. наук: 13.00.02./Нац. Пед. Унт імені М.П. Драгоманова, 2006. – 260 с.

59. Пометун О.І. Компетентнісний підхід – найважливіший орієнтир розвитку сучасної освіти / О.І. Пометун // Рідна школа. – 2005. – № 1. – С. 65-69.

60. Понуркевич В.М. Интегрированный урок: биология – математика. X класс // Биология в школе. – 1996. – № 6. – С. 42-44.

61. Раков С.А. Математична освіта: компетентнісний підхід з використанням ІКТ: Монографія. – Х.: Факт, 2005. – 360 с.

62. Раков С.А. Формування математичних компетентностей випускника школи як місія математичної освіти / С.А. Раков // Математика в школі. – 2005. – № 5. – С. 2-7.

63. Раков С.А. Формування математичних компетентностей учителя математики на основі дослідницького підходу у навчанні з використанням інформаційних технологій: дис. доктора пед. наук / Раков Сергій Анатолійович. – К., 2005. – 503 с.

64. Рафальська М., Боярчук О., Герасим Н. та ін. Громадянська відповідальність: 80 вправ для формування громадянської та соціальної компетентностей під час вивчення різних шкільних предметів. 5-9 клас. Посібник для вчителя / Рафальська М., Боярчук О., Герасим Н. та ін. – Київ, 2017. – 136 с.

65. Родигіна І.В. Компетентнісно орієнтований підхід до навчання. Харків: Основа, 2005. – 94 с.

66. Светюха Н.В., Соколенко Л.О. Наскрізні лінії як засіб інтеграції ключових і математичної компетентностей під час навчання в старшій школі // Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання: Збірник тез доповідей Регіональної науково-практичної конференції студентів, аспірантів і молодих учених (28 листопада 2018 р., м. Чернігів). Чернігів: НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2018. – С. 102-103.

67. Светюха Н.В., Шолом Г.І., Соколенко Л.О. З досвіду реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання трансцендентних функцій // Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання: Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції студентів, аспірантів і молодих учених (27 листопада 2019 р., м. Чернігів). Чернігів: НУЧК імені Т.Г. Шевченка, 2019. – С. 93-94.

68. Словник іншомовних слів: 23000 слів та термінологічних словосполучень / уклад. Л.О. Пустовіт, О.І. Скопенко, Г.М. Сюта, Т.В. Цимбалюк. – К.: Довіра, 2000. – 1017 с.

69. Соколенко Л.О. Досвід використання професійних сюжетів у процесі навчання математики старшої школи. // Математика в сучасній школі. – 2013. – № 4. – С. 43-48.

70. Соколенко Л.О. Прикладна спрямованість шкільного курсу алгебри і початків аналізу: Навч. посібник. – Чернігів: Сіверянська думка, 2002. – 128 с.

71. Соколенко Л.О., Філон Л.Г., Швець В.О. Прикладні задачі природничого характеру в курсі алгебри і початків аналізу: практикум. Навч. посіб. – Київ: Навч. посіб. – Київ: НПУ імені М.П. Драгоманова, 2010. – 128 с.

72. Соколенко Л.О., Швець В.О. Особливості системи прикладних задач, призначених для вивчення функцій в курсі алгебри і початків аналізу. – Математика в сучасній школі. – 2013, № 12. – С. 32-41.

73. Соколенко Л.О., Швець В.О. Прикладні задачі, призначені для вивчення логарифмічної функції в курсі алгебри і початків аналізу // Математика в рідній школі. – 2014. – № 4. – С. 34-40.

74. Соколенко Л.О., Швець В.О. Різні типи прикладних задач, що призначені для вивчення похідної та її застосувань у курсі алгебри і початків аналізу // Математика в рідній школі. – 2014 – № 9. С. 2-10.

75. Соколенко Л.О., Швець В.О. Прикладні задачі на знаходження найбільшого та найменшого значення функції в курсі алгебри і початків аналізу // Математика в рідній школі. – 2014. – № 12. – С. 25-31.

76. Соколенко Л.О., Швець В.О. Різні типи прикладних задач, що призначені для вивчення інтеграла та його застосувань у курсі алгебри і початків аналізу // Математика в рідній школі. – 2015. – № 1-2. – С. 20-29.

77. Стратій В., Єременко Л. Теорія ймовірностей і генетичні закони Г. Менделя. Інтегрований урок у 11 класі // Математика в школі. – 2005. – № 11. – С. 11-17.

78. Строгац С. Експерсія математикою. Як через готелі, риб, камінці і пасажирів зрозуміти цю науку / пер. з англ. А. Дудченко. – К.: Наш формат, 2019. – 256 с.

79. Тарасенкова Н. Зміст і структура математичної компетентності учнів загальноосвітніх навчальних закладів [Текст] / Н. Тарасенкова, В. Кірман // Математика в школі : Науково-методичний журнал. – 2008. – № 6. – С. 3-9.

80. Ткач Ю.М. Математика. Задачі економічного змісту в математиці: Навчально-методичний посібник / Ю.М. Ткач. – Х.: Вид-во «Ранок», 2011. – 176 с.

81. Фуртак Б.Л., Кивко Д.Я. Нові підходи до змісту математичної освіти в Україні // Математика в школі. – 2000. – № 5. – С. 24-29.

82. Фуртак Б.Л., Кивко Д.Я. Урок з теми «Логарифми та дії над ними» // Математика в школі. – 2001. – № 6. – С. 16-19.

83. Хуторський А.В. Ключові освітні компетентності. [Електронний ресурс] – Режим доступу: <http://ru.osvita.ua/school/method/2340/>

## ДОДАТКИ

### Додаток А

#### Конспект факультативного заняття

**Тема.** Практичне застосування показникової та логарифмічної функцій.

**Мета:**

- *навчальна:* повторити, поглибити та систематизувати знання учнів про показникову та логарифмічну функції, навчитися розв'язувати прикладні задачі за допомогою показникової та логарифмічної функцій;
- *розвиваюча:* розвивати логічне мислення, пам'ять, увагу, математичне мовлення;
- *виховна:* виховувати вміння працювати в колективі, пізнавальну активність, самостійність, наполегливість у досягненні мети.

#### Хід заняття

##### **I. Організаційний момент.**

##### **II. Мотивація навчальної діяльності.**

Основним призначенням сучасної математики є моделювання явищ природи і суспільства, причому поняття функції належить до найважливіших засобів моделювання. Тому цілком природною і актуальною є проблема збагачення класів функцій.

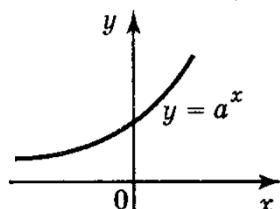
У природничих науках і техніці зустрічаються процеси, зростання або «згасання» яких відбувається швидше, ніж у будь-якої степеневої функції. Такі процеси описуються показниковими функціями. Для опису реальних процесів також широко застосовуються логарифмічні функції.

##### **III. Вивчення нового матеріалу.**

Давайте познайомимося із практичним застосуванням **показникової функції**.

Нині багато говорять про інформаційний бум. Стверджують, що кількість інформації подвоюється кожні десять років. Зобразимо цей процес у вигляді графіка деякої функції.

Візьмемо обсяг інформації в деякий початковий рік за 1. Удвічі більший відрізок поставимо над одиничною оцінкою, вважаючи, що оцінка відповідає першому десятку років. Удвічі більший відрізок відповідає другому десятку років, ще удвічі більший – третьому і т.д. Обране нами значення аргументу є елементами арифметичної прогресії: 2, 4, 8, ... Сполучимо всі побудовані точки плавною лінією – перед нами графік *показникової функції*. Головна особливість графіка цієї функції – її крутизна.



Показникова функція зустрічається в описі процесів, у яких швидкість зміни величини пропорційна до самої величини. За таким правилом розмножується все живе, збільшується колонія мікробів у чашці Петрі. Прикладом показникового спадання є хід хімічної реакції: швидкість хімічної реакції пропорційно до кількості речовин, що реагують. Швидкість радіоактивного розпаду також пропорційна до кількості атомів, що не розпалися.

Зупинемося на радіоактивному розпаді, який описується рівнянням

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^x$$
, де  $m_0$  – початкова маса радіоактивної речовини,  $m$  – маса речовини, що лишилась внаслідок розпаду після  $x$  періодів піврозпаду,  $x = \frac{t}{T}$  – відношення часу протікання реакції до періоду піврозпаду даної речовини.

До показникової функції привело розширене поняття степеня. Показникові функції мають чудову властивість: швидкість їхнього зростання пропорційна значенню самих функцій. Необхідність їхнього вивчення виникла з дослідження різних законів природознавства, таких, як закони розмноження, біологічних популяцій, закони радіоактивного розпаду, закони руху в гальмуючому середовищі.

За допомогою показникових функцій описують різні процеси і явища. Наприклад, процес розпаду радію можна описати за допомогою формули  $m = m_0 a^t$ , де  $t$  – час, с,  $m = m(t)$  – маса радію в момент часу  $t$ , г;  $m_0 = m(0)$  – початкова маса радію, г;  $a$  – деяке дійсне число. Залежність температури тіла  $T$  від часу  $t$  при охолодженні його в середовищі зі сталою температурою  $T_0$  можна виразити за допомогою формули  $T = T_0 + (T_1 - T_0)a^t$ , де  $T_1$  – початкова температура тіла. Процеси новоутворення та розпаду можна описати за допомогою формули  $P = P_0 e^{kt}$ . Тут  $P$  – кількість новоутвореної речовини (або речовини, що розпалася) в момент часу  $t$ ;  $P_0$  – початкова кількість речовини;  $k$  – стала, значення якої визначається для конкретної ситуації.

Формула складних відсотків  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ , де  $A_0$  – початковий внесок;  $p$  – відсоткова щорічна ставка;  $n$  – кількість років;  $A_n$  – нарощений капітал.

Необхідність обчислення складних відсотків була викликана зростанням торговельно-фінансових операцій.

За допомогою подібних функцій описують розвиток біологічних популяцій, витрати підприємства, зростання кількості публікацій, обсягу інформації тощо.

Розглянемо задачі, які сприяють реалізації наскрізної змістової лінії **«Екологічна безпека та сталий розвиток»**.

**Задача 1.** Чисельність популяції складає 5000 особин, останнім часом вона щорічно зменшувалась на 8%. Коли чисельність популяції досягне 2000 особин, то вона почне вимирати. Скільки років залишилось існувати популяції?

**Розв'язання.**

Застосуємо формулу  $S = S_0 \cdot \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ . Підставимо відомі значення у формулу, отримаємо:



$$2000 = 5000 \cdot \left(1 + \frac{8}{100}\right)^n ;$$

$$\frac{2}{5} = (1,08)^n ;$$

$$n = \log_{1,08} 0,4 = \frac{\lg 0,4}{\lg 1,08} \approx 11 \text{ (років)}.$$

Популяція може проіснувати приблизно 11 років.

**Відповідь.** Приблизно 11 років.

**Задача 2.** Ентомолог, вивчаючи збитки, завдані нашествиям сарани, встановив, площа (в  $\text{м}^2$ ), заражена сараною, змінюється за формулою  $S_n = 1000 \cdot 2^{0,2n}$ , де  $n$  – кількість тижнів після зараження. Знайдіть:

- а) початкову площу зараження;
- б) яка площа була заражена через 5 тижнів;
- в) яка площа була заражена через 10 тижнів.

**Розв'язання.**

а)  $n = 0$ ,  $S_n = 1000 \cdot 2^{0,2 \cdot 0} = 1000 \text{ (м}^2\text{)}$  – початкова площа зараження;

б)  $n = 5$ ,  $S_n = 1000 \cdot 2^{0,2 \cdot 5} = 2000 \text{ (м}^2\text{)}$  – площа зараження через 5 тижнів;

в)  $n = 10$ ,  $S_n = 1000 \cdot 2^{0,2 \cdot 10} = 4000 \text{ (м}^2\text{)}$  – площа зараження через 10 тижнів.

**Відповідь.**  $1000 \text{ м}^2$ ;  $2000 \text{ м}^2$ ;  $4000 \text{ м}^2$ .

**Задача 3.** Прикладом швидкого розмножування бактерій є виготовлення дріжджів, під час якого по мірі росту бактерій проводиться відповідне додавання цукрової маси. Знайти масу дріжджів, якщо початкова маса складає 10 кг, а тривалість процесу 9 год.

**Розв'язання.**

Збільшення маси дріжджів виражається формулою показникової функції:  $m = m_0 \cdot 1,2^t$ , де  $m_0$  – початкова маса дріжджів,  $t$  – час бродіння в годинах,  $m$  – маса дріжджів в процесі бродіння.

Підставимо відомі дані у формулу, отримаємо:

$$m = 10 \cdot 1,2^9 \approx 51,6 \text{ (кг)}$$

Маса отриманих дріжджів становитиме приблизно 51,6 кг.

**Відповідь.** Маса отриманих дріжджів 51,6 кг.

Також зазначимо, що за допомогою показникової функції і відповідної формули вдалося визначити відстань планет Сонячної системи від Сонця. Відстань від Сонця до Меркурія дорівнює приблизно 0,4 астрономічної одиниці, Венери – 0,7, Землі – 1, Марса – 1,6, Юпітера – 2,8 і т.д. Ця формула допомогла вченим визначити положення трьох найвіддаленіших планет, які в телескоп були малопомітні.

Особливим явищем у науці стало відкриття в 1846 році невідомої до того часу планети Нептун. Її орбіту визначили незалежно один від одного вчені Адамс і Лєвар'є.

Показникова функція описує: закон радіоактивного розпаду, зріст народонаселення, барометричну формулу.

#### ***Показникова функція у лісівництві***

Якщо приріст деревини становить  $p\%$ , а початкова кількість деревини  $A_0$ , то  $A(t) = A_0 \cdot (1 + p \cdot 1,01)^t$ .

Якщо  $p = 10\%$ , то за 6 років кількість деревини збільшиться лише в 1,7 рази. Як бачимо, цей процес іде дуже повільно. Тож збереження лісу, цієї головної фабрики кисню, а отже, захист довкілля є актуальною проблемою.

Наскрізна лінія ключових компетентностей «Здоров'я і безпека».

#### ***Показникова функція в медицині***

Коли людина лякається, в кров виділяється адреналін, який потім руйнується, причому швидкість руйнування пропорційна кількості цієї речовини, що ще залишилася в крові. При діяльності хвороб нирок часто визначають здатність нирок виводити з крові радіоактивні ізотопи, причому їх кількість спадає за показниковим законом. Швидкість зміни кількості ліків в організмі пропорційна їх кількості.

Якщо  $A(t)$  – кількість ліків у тілі через час  $t$ ,  $R_0$  – швидкість надходження ліків до організму (стала – відома величина),  $k$  – коефіцієнт

пропорційності (стала, що характеризує швидкість виведення ліків з організму), то  $A(t) = \frac{R_0}{k} (1 - e^{-kt})$ .

При відновленні концентрації гемоглобіну в крові донора або пораненого за показниковим законом спадає різниця між нормальним вмістом гемоглобіну і наявною кількістю цієї речовини. Як і при радіоактивному розпаді, лікарі розглядають період, за який розпадається або відновлюється половина речовини. Для адреналіну – частки секунди, для ізотопів – хвилини, для гемоглобіну – дні.

Звичайно, показниковий закон виконується дуже приблизно в біологічних системах, бо ми маємо тут справу з дуже складними системами.

Відчуття, які сприймаються органами чуттів, можуть викликатися подразненнями, що відрізняються одне від одного в мільярди разів. Удари молота по сталевій плиті в 100 млрд. разів голосніші, ніж шелест листя, а яскравість вольтової дуги в трильйони разів більша, ніж яскравість слабенької зірочки на нічному небі. Якби відчуття були пропорційні подразненням, то ніякі фізіологічні процеси не дозволили б дати такого діапазону відчуттів. Досліди показали, що організм ніби „логарифмує” подразнення. Це означає, що величина відчуттів приблизно пропорційна логарифмам величини подразнень.

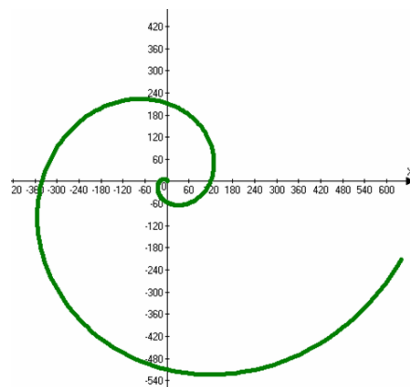
Давайте познайомимося із практичним застосуванням **логарифмічної функції**.

**Логарифмічна спіраль – це крива, яка перетинає всі кути, що виходять із однієї точки  $O$ , під одним і тим же кутом  $\alpha$ .**

Рівняння (в полярних координатах) має

вигляд:  $\rho = ae^{k\varphi}$ .

Таку криву описує рухома точка, відстань від полюса якої росте в геометричній прогресії, а кут, що описується її радіусом-вектором, – в арифметичній.



## Характерні особливості логарифмічної спіралі:

- ✓ Має нескінченну кількість витків як при розкручуванні так і при скручуванні.
- ✓ Не проходить через свій полюс.
- ✓ Її називають рівнокутною спіраллю.
- ✓ В будь-якій точці спіралі кут між дотичною до неї та її радіус-вектором зберігає постійне значення.
- ✓ При різних перетвореннях (гомотетії, повороті) вона залишається незмінною.
- ✓ Має широке застосування в технічних приладах.
- ✓ Властивості цієї кривої так вразили Якоба Бернуллі, що він назвав її *spira mirabilis* (чудова спіраль) і заповів зобразити її на його могилі з написом *Eatenuitata resurgo* (перетворювана, відроджуюся знову).

Розглянемо де саме можна зустріти **логарифмічну спіраль**.

У техніці часто застосовуються ножі, що обертаються. Сила, з якою вони тиснуть на матеріал, що розрізається, залежить від кута різання, тобто кута між лезом ножа і напрямом швидкості обертання. Для того щоб тиск був сталим, потрібно, щоб сталим залишався кут різання, а це буде в тому випадку, коли леза ножів будуть окреслені по дузі логарифмічної спіралі. Величина кута різання залежить від матеріалу.

У гідротехніці по логарифмічній спіралі вигинають трубу, що підводить потік води до турбіни. Завдяки такій формі труби втрати енергії при зміні напрямку течії в трубі виявляються мінімальними і напір води використовується з максимальною продуктивністю.

Живі істоти зазвичай ростуть в усіх напрямках, зберігаючи свою форму. Але мушлі (раковини) морських тварин можуть рости лише в одному напрямі. Щоб не дуже витягнутися в довжину, їм доводиться скручуватися, причому зростання відбувається так, що зберігається подібність мушлі з її початковою формою. А таке зростання може відбуватися лише по

логарифмічній спіралі або її просторовим аналогом. Тому мушлі всіх молюсків, равликів, а також роги архарів закручені по логарифмічній спіралі. Можна сказати, що ця спіраль є математичним символом співвідношення форми і зростання. Великий німецький поет Йоганн-Вольфганг Гете вважав її символом життя і духовного розвитку.

По дугах логарифмічної спіралі розміщено насіння в соняшника. Один з павуків, епейра, сплітаючи павутиння, закручує нитки навколо центра по логарифмічних спіралях.

По логарифмічних спіралях закручені багато галактик, зокрема Галактика, до якої належить наша Сонячна система.

Справді, безмежні застосування показникової і логарифмічної функції у різних галузях природи, науки, техніки, мистецтва.

Говорячи про застосування логарифмічних функцій, треба мати на увазі те, що потреба в них найчастіше виникає там, де використовують показникові функції. Наприклад, нехай залежність атмосферного тиску від висоти місцевості над рівнем моря описана за допомогою показникової функції, тоді висота над рівнем моря визначається через атмосферний тиск за допомогою логарифмічної функції.

Наскрізна лінія ключових компетентностей **«Екологічна безпека та сталий розвиток»**.

**Задача 1.** Початкова кількість бактерій в колонії складала 8, а через 2 години після того як їх розмістили в сприятливе середовище, число збільшилось до 100. Через який період часу можна очікувати колонію в 500 бактерій.

**Розв'язання.**

Для визначення необхідного часу потрібно використати наступну формулу  $x = \frac{t(\lg B - \lg Q)}{\lg P}$ , де  $Q$  – початкова кількість,  $t$  – час,  $B$  – кінцеве значення,  $P$  – зміна кількості в  $k$  разів.

$$x = \frac{2(\lg 500 - \lg 8)}{\lg \frac{100}{8}} \approx \frac{2 \cdot 1,7959}{1,0970} \approx 3,27 \text{ (год)}$$

Приблизно через 3 год 27 хв можна очікувати колонію в 500 бактерій.

**Відповідь.** Приблизно через 3 год 27 хв.

**Задача 2.** Відомо, що відношення між вуглеводом  $C^{12}$  і його радіоактивним ізотопом  $C^{14}$  в живому організмі постійне. Період напіврозпаду вуглеводу  $C^{14}$  складає 5760 років. Визначте вік залишків мамонта, знайдених у вічній мерзлоті на Таймирі, якщо відносний склад в них ізотопу  $C^{14}$  складає 26% від його кількості в живому організмі.

**Розв'язання.**

Скористаємося формулою  $x = \frac{t(\lg B - \lg Q)}{\lg P}$ , де  $Q$  – початкова кількість,  $t$  – час,  $B$  – кінцеве значення,  $P$  – зміна кількості в  $k$  разів.

$m = Q$ ,  $t = 5760$ ,  $P = \frac{1}{2}$ ,  $B = 0,26m$ . Підставимо відомі значення у формулу, отримаємо:

$$\begin{aligned} x &= \frac{t(\lg B - \lg Q)}{\lg P} = \frac{5760(\lg(0,26m) - \lg m)}{\lg \frac{1}{2}} = \frac{5760 \cdot \lg 0,26}{-\lg 2} = \\ &= -\frac{5760 \cdot (-0,5850)}{0,3010} \approx 11200 \text{ (років)} \end{aligned}$$

**Відповідь.** Вік залишків мамонта складає близько 11200 років.

Наскрізна лінія ключових компетентностей «Здоров'я і безпека».

**Задача 1.** Альпіністи, які підкорювали гору Пік Перемоги, досягли висоти, де тиск був рівний 304 мм рт. ст. обчислити на якій висоті знаходяться альпіністи, якщо  $p_0 = 760$  мм рт. ст.

**Розв'язання.**

Висота над рівнем моря обчислюється за формулою:

$$h = \frac{8000}{0,4343} \lg \frac{p_0}{p},$$

де  $p_0$  – тиск над рівнем моря,  $p$  – тиск на висоті  $h$  м.

Підставимо відомі значення у формулу і обчислимо.

$$h = \frac{8000}{0,4343} \lg \frac{760}{304} \approx 7330,2 \text{ (м)}$$

**Відповідь.** Альпіністи знаходяться на висоті 7330,2 м.

Наскрізна лінія ключових компетентностей «**Підприємливість та фінансова грамотність**».

**Задача 1.** Через скільки років величина строкового вкладу 10 тис.г.од. при відсотковій ставці 10 % річних перетвориться в 1 млн.г.од.?

*Вказівка.* Потрібно використовувати формулу складних відсотків  $A_n = A_0 \left(1 + \frac{p}{100}\right)^n$ , де  $A_0$  – початковий внесок;  $p$  – відсоткова щорічна ставка;  $n$  – кількість років;  $A_n$  – нарощений капітал.

**Розв’язання.**

За формулою складних відсотків через  $n$  років вклад буде становити:

$$10^6 = 10^4(1 + 0,1)^n \quad | : 10^4;$$

$$10^2 = (1,1)^n;$$

Логарифмуємо це рівняння з основою 10, отримаємо

$$\lg 10^2 = \lg(1,1)^n;$$

$$2 = n \cdot \lg 1,1;$$

$n = \frac{2}{\lg 1,1} \approx \frac{2}{0,0414} \approx 48$  (років) – через стільки років величина строкового вкладу перетвориться в 1 млн.г.од.

**Відповідь.** 48 років.

#### **IV. Підсумки заняття.**

##### **Список використаної літератури**

1. Соколенко Л.О., Швець В.О. Особливості системи прикладних задач, призначених для вивчення функцій в курсі алгебри і початків аналізу. – Математика в сучасній школі. – 2013, № 12. – С. 32-41.

2. Соколенко Л.О., Швець В.О. Прикладні задачі, призначені для вивчення логарифмічної функції в курсі алгебри і початків аналізу // Математика в рідній школі. – 2014. – № 4. – С. 34-40.

**Анкета**

**1. Чи знаєте ви, що таке прикладна задача?**

- А) Так.
- Б) Ні.
- В) Не можу відповісти.

**2. На яких уроках найчастіше розглядають прикладні задачі?**

- А) Алгебра і початки аналізу.
- Б) Геометрія.
- В) Фізика.

**3. Чи виникають труднощі при розв'язуванні прикладних задач?**

- А) Так.
- Б) Ні.
- В) Інколи.

**4. Труднощі при розв'язанні прикладних задач найчастіше пов'язані з тим, що ...**

- А) Не цікаво вивчати математику.
- Б) Не засвоєний попередній матеріал.
- В) Важко побудувати математичну модель задачі.

**5. Чи дотримуєшся рекомендацій вчителя при розв'язуванні прикладних задач?**

- А) Так.
- Б) Ні.
- В) Розв'язую як вважаю правильно.

**6. Якщо ти не розумієш як розв'язувати прикладну задачу, то ...**

- А) Тебе це не турбує.
- Б) Звертаєшся за допомогою до вчителя.
- В) Намагаєшся сам розібратися, використовуючи додаткову літературу.

**7. Чи подобаються тобі уроки, на яких використовують прикладні задачі?**



А) Так.

Б) Ні.

В) Не має значення.

**8. На твою думку, чи варто вивчати прикладні задачі в шкільному курсі математики?**

А) Так.

Б) Ні.

В) Обов'язково.

Таблиця ключових компетентностей виділених у навчальних програмах з математики для основної [49] та старшої [50], [51], [52] школи

	Ключові компетентності	Компоненти
1	Спілкування державною (і рідною у разі відмінності) мовами	<p><b>Уміння:</b> ставити запитання і розпізнавати проблему; міркувати, робити висновки на основі інформації, поданої в різних формах (у таблицях, діаграмах, на графіках); розуміти, пояснювати і перетворювати тексти математичних задач (усно і письмово), грамотно висловлюватися рідною мовою; доречно та коректно вживати в мовленні математичну термінологію, чітко, лаконічно та зрозуміло формулювати думку, аргументувати, доводити правильність тверджень; поповнювати свій словниковий запас.</p> <p><b>Ставлення:</b> розуміння важливості чітких та лаконічних формулювань.</p> <p><b>Навчальні ресурси:</b> означення понять, формулювання властивостей, доведення теорем.</p>
2	Спілкування іноземними мовами.	<p><b>Уміння:</b> спілкуватися іноземною мовою з використанням числівників, математичних понять і найуживаніших термінів; ставити запитання, формулювати проблему; зіставляти математичний термін чи буквене позначення з його походженням з іноземної мови, правильно використовувати математичні терміни в повсякденному житті.</p> <p><b>Ставлення:</b> усвідомлення важливості вивчення іноземних мов для розуміння математичних термінів та позначень, пошуку інформації в іншомовних джерелах.</p> <p><b>Навчальні ресурси:</b> тексти іноземною мовою з використанням статистичних даних, математичних термінів.</p>
3	Математична компетентність.	<p><b>Уміння:</b> оперувати числовою інформацією, геометричними об'єктами на площині та в просторі; встановлювати просторові відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; прогнозувати в контексті навчальних та практичних задач; використовувати математичні методи у життєвих ситуаціях.</p> <p><b>Ставлення:</b> усвідомлення значення математики для повноцінного життя в сучасному суспільстві, розвитку технологічного, економічного і оборонного потенціалу держави, успішного вивчення інших дисциплін.</p> <p><b>Навчальні ресурси:</b> розв'язування математичних задач, зокрема таких, що моделюють реальні життєві ситуації.</p>
4	Основні компетентності у	<p><b>Уміння:</b> розпізнавати проблеми, що виникають у довір'ї і</p>

	природничих науках і технологіях.	які можна розв'язати засобами математики; будувати та досліджувати математичні моделі природних явищ і процесів. <b>Ставлення:</b> усвідомлення важливості математики як універсальної мови науки, техніки та технологій. <b>Навчальні ресурси:</b> складання графіків та діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу.
5	Інформаційно-цифрова компетентність	<b>Уміння:</b> структурувати дані; діяти за алгоритмом та складати алгоритми; визначати достатність даних для розв'язання задачі; використовувати різні знакові системи; знаходити інформацію та оцінювати її достовірність; доводити істинність тверджень. <b>Ставлення:</b> критичне осмислення інформації та джерел її отримання; усвідомлення важливості ІКТ для ефективного розв'язування математичних задач. <b>Навчальні ресурси:</b> візуалізація даних, побудова графіків та діаграм за допомогою програмних засобів.
6	Уміння вчитися впродовж життя	<b>Уміння:</b> визначати мету навчальної діяльності, відбирати й застосовувати потрібні знання та способи діяльності для досягнення цієї мети; організовувати та планувати свою навчальну діяльність; моделювати власну освітню траєкторію, аналізувати, контролювати, коригувати та оцінювати результати своєї навчальної діяльності; доводити правильність власного судження або визнавати помилковість. <b>Ставлення:</b> усвідомлення власних освітніх потреб та цінності нових знань і вмінь; зацікавленість у пізнанні світу; розуміння важливості вчитися впродовж життя; прагнення до вдосконалення результатів своєї діяльності. <b>Навчальні ресурси:</b> моделювання власної освітньої траєкторії.
7	Ініціативність і підприємливість	<b>Уміння:</b> генерувати нові ідеї, вирішувати життєві проблеми, аналізувати, ухвалювати оптимальні рішення; використовувати критерії практичності, ефективності та точності, щоб обрати найкраще рішення; аргументувати та захищати свою позицію, дискутувати; використовувати різні стратегії, шукаючи оптимальних способів розв'язання життєвого завдання. <b>Ставлення:</b> ініціативність; відповідальність, упевненість у собі; переконаність, що успіх команди – це й особистий успіх; позитивне оцінювання та підтримка конструктивних ідей інших. <b>Навчальні ресурси:</b> задачі підприємницького змісту (оптимізаційні задачі).
8	Соціальна та громадянська компетентності	<b>Уміння:</b> аргументувати та відстоювати свою позицію; ухвалювати аргументовані рішення в життєвих ситуаціях; співпрацювати в команді, вносити свою частку в роботу групи для вирішення проблеми; аналізувати власну економічну ситуацію, родинний бюджет, користуючись математичними методами; орієнтуватися в широкому колі послуг і товарів на основі чітких критеріїв, робити

		<p>споживчий вибір, спираючись, зокрема, і на математичні дані.</p> <p><b>Ставлення:</b> ощадливість і поміркованість; рівне ставлення до інших незалежно від статків, соціального походження; відповідальність за спільну справу.</p> <p><b>Навчальні ресурси:</b> задачі соціального змісту.</p>
9	Обізнаність та самовираження у сфері культури	<p><b>Уміння:</b> здійснювати необхідні розрахунки для встановлення пропорцій, відтворення перспективи, створення об'ємно-просторових композицій; унаочнювати математичні моделі, зображати фігури, графіки, рисунки, схеми, діаграми.</p> <p><b>Ставлення:</b> усвідомлення взаємозв'язку математики та культури на прикладах з архітектури, живопису, музики та ін.; розуміння важливості внеску математиків у загальносвітову культуру.</p> <p><b>Навчальні ресурси:</b> задачі про золотий переріз.</p>
10	Екологічна грамотність і здорове життя.	<p><b>Уміння:</b> висловлювати власну думку, слухати і чути інших, оцінювати аргументи та змінювати думку на основі доказів; аналізувати і критично оцінювати соціально-економічні події в державі на основі статистичних даних; враховувати правові, етичні, екологічні і соціальні наслідки рішень; розпізнавати, як інтерпретації результатів вирішення проблем можуть бути використані для маніпулювання.</p> <p><b>Ставлення:</b> налаштованість на логічне обґрунтування позиції без передчасного переходу до висновків; повага до прав людини, активна позиція щодо боротьби із дискримінацією.</p> <p><b>Навчальні ресурси:</b> задачі соціально-економічного, екологічного змісту; задачі, які сприяють усвідомленню цінності здорового способу життя.</p>