

Національний університет «Чернігівський колегіум» імені Т.Г.Шевченка

Природничо-математичний факультет

Кафедра математики та економіки

**Кваліфікаційна робота**  
**освітнього ступеня «магістр»**  
**на тему**  
**«Методика реалізації професійно спрямованого**  
**навчання змістової лінії «Геометричні величини» в**  
**старшій профільній школі»**

Виконала:

студентка 6 курсу, групи 61,  
заочної форми навчання

спеціальності

014 Середня освіта (математика)

Філіпова Любов Василівна

Науковий керівник:

к.п.н., доцент Соколенко Л.О.

Роботу подано до розгляду « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студент \_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

Науковий керівник \_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент \_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри математики та економіки.

Протокол № \_\_\_\_\_ від « \_\_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ року.

Студента допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_

(підпис) (прізвище та ініціали)

## ЗМІСТ

<b>Вступ</b> .....	4
<b>Розділ 1. Теоретичні основи дослідження</b> .....	7
1.1. Суть професійної спрямованості особистості учнів.....	7
1.2. Стан реалізації професійної спрямованості навчання старшокласників в умовах профільної школи.....	12
1.2.1. Аналіз чинних програм курсу геометрії старшої профільної школи по темі дослідження.....	12
1.2.2. Аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури по темі дослідження.....	15
1.2.3. Стан проблеми в шкільній практиці.....	19
<b>Розділ 2. Методична система професійно-спрямованого навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії 10-11 класів</b> .....	22
2.1. Мета професійно спрямованого навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії 10-11 класів, який вивчається на профільному рівні.....	22
2.2. Зміст навчання в профільній школі з позицій професійно спрямованого навчання.....	23
2.3. Система задач професійного змісту призначена для навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії 10-11 класів, який вивчається на профільному рівні, та методика навчання учнів їх розв’язування.....	25
2.4. Методи, форми та засоби навчання змістової лінії «Геометричні величини» курсу геометрії 10-11 класів, обумовлені реалізацією професійно-спрямованого навчання.....	42
Висновки.....	55
Список використаної літератури.....	57

## Вступ

**Актуальність теми дослідження.** Швидкі зміни, що відбуваються в суспільстві, ставлять перед сучасною освітою завдання з підготовки висококваліфікованого, конкурентоспроможного, творчого і мобільного фахівця, який готовий швидко реагувати на зміни у суспільстві і науці та здатний самонавчатися. Сучасний стан економічного та соціального розвитку суспільства передбачає активне впровадження математики в різні галузі виробництва та економіки, що значно посилює увагу до проблеми якісної математичної підготовки майбутніх працівників.

Математична освіта є одним із компонентів фахової підготовки, зокрема підготовки школярів старшої школи.

Навчальна діяльність старшокласників визначається складним комплексом мотивів, серед яких мотиви широкого суспільного плану (визначити своє місце в житті, одержати схвалення оточення, підготуватись до майбутньої професії), та мотивів, що йдуть від самої діяльності (інтерес до знань, задоволення від зробленої роботи).

Одним з головних завдань сучасної системи профільної освіти є підготовка фахівця, здатного компетентно, відповідально і творчо здійснювати професійну діяльність.

Науково-теоретичні і прикладні дослідження останніх десятиліть (1980-2000-і роки) свідчать про зростаючу гостроту проблем особистісного і професійного самовизначення учнів старших класів у період прийняття рішення про вибір подальшого життєвого і професійного шляхів (Л.М. Мітіна [24], В.М. Філіппов [46] та ін.). Проблема професійної спрямованості навчання фахівців різного профілю є предметом дослідження багатьох науковців.

Педагогічними основами професійної спрямованості навчання є ідеї розвиваючого навчання, принцип зв'язку теорії і практики, принцип наступності у навчанні, концептуальні положення особистісно орієнтованої професійної освіти, ідеї творчої самореалізації особистості. Психологічною основою професійно спрямованого навчання є фундаментальні положення

вітчизняної психології: розуміння вияву психіки через діяльність, концепція поетапного формування розумових дій, асоціативно-рефлекторна теорія засвоєння, вчення І. Павлова про дві сигнальні системи, теорія алгоритмічних прийомів мислення. Методичні питання реалізації професійно спрямованого навчання розглядалися в роботах математиків-методистів З.І. Слєпкань [42], В.О. Швеця [49], А.В. Прус [35], К.В. Власенко [7], І.В. Лов'янової [20], Л.О. Соколенко [43], Л.Г. Філон [47] та інших.

Численні дослідження соціологів і педагогів (В. Ревякіна [36], Ф. Філіппова [46] та ін.) свідчать про те, що до моменту закінчення загальноосвітньої школи основна маса школярів виявляє бажання продовжувати навчання у вищих навчальних закладах. Однак, багато школярів і їхніх батьків не пов'язують вступ до вищого навчального закладу з конкретною професійною спрямованістю, тому вибір того чи іншого ЗВО часто носить випадковий характер.

Важлива роль у підготовці учнів до застосування набутих знань у практичній діяльності належить вивченню систематичного курсу стереометрії. Формування вмінь знаходження геометричних величин створює підґрунтя як для всебічного гармонійного розвитку особистості, так і для формування професійно значущих компетентностей майбутніх фахівців, діяльність яких буде пов'язана з використанням методів пізнання, прийомів розумової діяльності, якими послуговується математика.

**Об'єкт дослідження.** Процес навчання курсу "Геометрія" у класах старшої школи, що вивчають курс на профільному рівні.

**Предмет дослідження.** Професійно спрямоване навчання змістової лінії "Геометричні величини" курсу "Геометрія" 10-11 класів, який вивчається на профільному рівні.

**Мета дослідження.** Створити ефективну методику реалізації професійно спрямованого навчання змістової лінії "Геометричні величини" курсу "Геометрія" 10-11 класів, який вивчається на профільному рівні.

**Завдання дослідження.**

1) З'ясувати суть поняття "професійна спрямованість особистості учня".

2) Провести аналіз проблеми дослідження в науковій, психолого-педагогічній, навчально-методичній літературі та шкільній практиці.

3) Розробити методичну систему професійно спрямованого навчання змістової лінії "Геометричні величини" курсу "Геометрія" 10-11 класів, який вивчається на профільному рівні.

4) Експериментально перевірити ефективність створеної в роботі системи.

**Структура роботи.** Робота складається зі вступу, двох розділів, висновків та списку використаної літератури. В першому розділі розкриті теоретичні основи дослідження, а саме: суть професійної спрямованості та стан реалізації професійної спрямованості навчання старшокласників змістової лінії "Геометричні величини" в класах, які вивчають математику на профільному рівні. Другий розділ містить методичні аспекти професійного навчання старшокласників при вивченні геометричних величин в курсі геометрії 10-11 класу.

## **Розділ 1. Теоретичні основи дослідження**

### **1.1. Суть професійної спрямованості особистості учнів**

Феномен спрямованості особистості, її типи та структура розглянуті в роботах психологів і педагогів. Під *спрямованістю* розуміють окрему характеристику особистості; єдність потреб, мотивів, переконань, помислів; відображення Я-концепції та прагнення особистості до самоактуалізації [20, с.56].

Розроблена низка *теорій професійного розвитку*. Більшість з них можуть бути віднесені до п'яти основних напрямків: 1) *диференціально-діагностичний*; 2) *психоаналітичний*; 3) *теорія рішень*; 4) *теорія розвитку*; 5) *типологічний* [20, с.57].

Диференціально-діагностичний напрямок базується на диференціальній психології. За основу беруться наступні положення, сформульовані Ф. Парсонсом у 1909 р.: «а) кожна людина за своїми індивідуальними якостями та професійно значущими здібностями оптимально підходить до тієї чи іншої професії, б) професійна успішність і задоволення професією обумовлено ступенем відповідності індивідуальних якостей і вимог професії, в) професійний вибір є, по суті, свідомим і раціональним процесом, в якому або сам індивід, або профконсультант визначає індивідуальну диспозицію психологічних або фізичних якостей і співвідносить їх з диспозиціями вимог різних професій» [20, с. 57-58].

Згідно психоаналітичної теорії професійного розвитку Е. Рої [20, с.58] вибір професії розуміється як пряме або опосередковане задоволення потреб. Зміст потреб обумовлюється насамперед ранньою атмосферою батьківського дому і стилем виховання батьків. Саме вони через задоволення або нехтування первинних потреб формують індивідуальну структуру потреб дитини, а також її спеціальні здібності та, в решті решт, професійну орієнтацію.

Теорія розвитку в меншій мірі, ніж вже зазначені, пов'язана з академічною психологією і є більш орієнтованою на педагогічну практику. Ця теорія базується на тому, що однією з основних характеристик юнацького віку

є пошук професії. Такий пошук обумовлено не тільки дитячими мріями про майбутню професію або рольовою грою, а й певним рівнем розвитку, якого досяг індивід, та його здібностями й інтересами.

Найпопулярнішою є теорія професійного розвитку, створена Д. Сьюпером у 1952 р. Її характеризують такі положення:

1. Люди характеризуються їх здібностями, інтересами і властивостями особистості.

2. На цій основі кожна людина підходить до низки професій, а професія – до низки індивідів.

3. В залежності від часу і досвіду змінюються як об'єктивні, так і суб'єктивні умови професійного розвитку, що обумовлює множинний професійний вибір.

4. Професійний розвиток має низку послідовних стадій і фаз.

5. Особливості цього розвитку визначаються соціально-економічним рівнем батьків, властивостями індивіда, його професійними можливостями і т. ін.

6. На різних стадіях розвитком можна керувати, з одного боку, сприяючи формуванню у індивіда інтересів і здатностей і, з іншого, підтримуючи індивіда в його прагненні «спробувати» реальне життя і в розвитку його Я - концепції.

7. Професійний розвиток складається, по сутності, у розвитку та реалізації Я-концепції.

8. Взаємодія Я-концепції і реальності відбувається при програванні і виконанні професійних ролей, наприклад, у фантазії, в бесіді з проф.консультантом або в реальному житті.

9. Задоволеність роботою залежить від того, якою мірою індивід знаходить адекватні можливості для реалізації своїх здібностей, інтересів, властивостей особистості в професійних ситуаціях, що в значній мірі визначається можливістю грати ту роль, котра здавалася підходящою на стадії професійного розвитку [20, с.59].



Поняття «спрямованість особистості» у вітчизняну психологію введено С. Рубінштейном у 1946 р. [20, с.60]. Науковець визначив цей феномен через настанови і тенденції, потреби, інтереси та мотиви. С. Рубінштейн зазначав: «Проблема спрямованості – це, насамперед, питання про динамічні тенденції, що як мотиви визначають людську діяльність, і самі, у свою чергу, визначаються її цілями та задачами» [37, с.319]. Тобто, спрямованість є психічним вираженням потреби, що породжує активність людини.

Б. Ломов (1980) вважає, що спрямованість особистості виступає як системо утворююча властивість, що визначає весь психологічний склад особистості, і зазначає: «Саме в цій властивості виражаються цілі, заради яких діє особистість, її мотиви, її суб'єктивне ставлення до різних сторін дійсності: уся система її характеристик» [21].

*Спрямованість особистості* характеризується наступними особливостями:

- є сукупністю внутрішніх психологічних умов, що виступають джерелом активності людини;
- це системоутворююча властивість особистості, що визначає її психологічний склад;
- визначається потребами, інтересами, схильностями і прагненнями особистості;
- відбиває й обумовлює цілі, характеризується системою домінуючих мотивів, що визначають внутрішню позицію особистості, її суб'єктивне відношення до дійсності;
- виявляється за допомогою діяльності, за допомогою участі особистості у соціальних процесах;
- характеризується визначеною стійкістю як у цілому, так і у відношенні до її окремих компонентів [20, с. 61].

Тому *професійна спрямованість* може розглядатися як прояв загальної спрямованості особистості в праці. При цьому вона зберігає базові риси загальної спрямованості, але набуває своєї специфіки.

В. Полянська під *професійною спрямованістю* розуміє складне явище, що визначає поведінку людини в професійному середовищі [34, с.109]. Професійна спрямованість обумовлюється особливостями професійної діяльності людини. Ці особливості проявляються в специфіці професійної спрямованості працівників різних професій.

Особливості професійної спрямованості полягають у загальних для всіх людей цінностях-цілях (здоров'я, матеріальне благополуччя) та мають власну специфіку і відрізняються засобами, настановами, професійними інтересами, схильностями й ідеалами, світоглядом і принципами [20, с.62].

До трактування поняття «професійна спрямованість» дослідники підходять з позицій свого наукового пошуку. Так, Л. Сергієнко характеризує професійну спрямованість формування особистості як інтегративну якість особистості [41, с.1]. С. Осадчий, який вважає професійну спрямованість інтегральною якістю особистості, наголошує на необхідності виховувати у старшокласників її складові: потреби, інтереси, ціннісні орієнтації. Т. Малкова [22] професійну спрямованість характеризує як узагальнену форму ставлення до професії, що складається з окремих локальних оцінок суб'єктом ступеня особистісної значущості (привабливості-непривабливості) різних аспектів професійної діяльності, її змісту та умов здійснення. М. Опачко розглядає поняття «професійне самовизначення» як інтегральну, динамічну складову розвитку особистості, в його структурі поряд з характеристиками (професійна освіченість, професійна самосвідомість, професійні наміри) виділяє професійну спрямованість (інтереси, мотиви, здібності) [30].

Під *професійною спрямованістю* розуміється система мотивів, що спонукують людину до виконання професійних задач і професійного саморозвитку. Професійна спрямованість складається на основі мотиваційної сфери людини і є системою мотивів, що спонукають професіонала до виконання професійних задач і задач професійного розвитку. Мотивами виступають потреби, інтереси, переконання, ідеали та інші психологічні утворення людини. Головна їхня особливість полягає в тому, що вони

задовольняються і реалізуються в процесі виконання професійної діяльності або розв'язування задач професійного розвитку.

При виборі молодою людиною майбутньої професії вирішальним чинником є професійна спрямованість, яка є стійкою властивістю особистості, визначеною домінуючими мотивами. Ці мотиви спонукають людину до професійної діяльності. Професійна спрямованість виражається в позитивному ставленні особистості до визначеної професії; професійних інтересах особистості; у професійній придатності; у готовності до здійснення професійної діяльності, яка ґрунтується на системі мотивів, переконань особистості, на її професійній самосвідомості [8, с. 59].

Структурними компонентами спрямованості є потреби, бажання, ідеали, переконання, схильності. Структурні елементи пов'язані з трудовою діяльністю та важливі в загальній спрямованості особистості.

Таким чином, у сучасній науковій та психолого-педагогічній літературі термін «*професійна спрямованість навчання*» розглядається як узагальнена форма ставлення до професії і охоплює локальні оцінки особистістю привабливості професійної діяльності, її змісту й умов здійснення.

## **1.2. Стан реалізації професійної спрямованості навчання старшокласників в умовах профільної школи.**

1.2.1. Аналіз чинних програм курсу геометрії старшої профільної школи по темі дослідження.

Проблема професійного орієнтування старшокласників в умовах профільного навчання вважається багатоаспектною та досліджується в теоретичному, психолого-педагогічному та методичному напрямках.

Методичний аспект має на меті розробку і впровадження методики професійного орієнтування старшокласників у процесі вивчення окремих шкільних дисциплін, зокрема математики.

В умовах профільного навчання професійна орієнтація старшокласників набуває особливого сенсу.

Навчання шкільного курсу "Геометрія" на профільному рівні ставить за мету забезпечення свідомого і міцного оволодіння системою математичних знань, навичок і умінь, які потрібні у повсякденному житті і майбутній трудовій діяльності, достатні для вивчення інших шкільних дисциплін та продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями із значною математичною складовою [26].

Формування в учнів умінь застосовувати набуті знання у реальних життєвих ситуаціях, під час розв'язання практичних завдань та здатності визначати і обґрунтовувати власну життєву позицію є складовими завданнями, що мають привести до зазначеної мети.

Серед численних очікуваних результатів навчання передбачається, що випускник загальноосвітнього навчального закладу (закладу загальної середньої освіти):

- розпізнає життєві чи предметні ситуації як задачі, що можна розв'язати математичними методами; формулює їх математичною мовою та розв'язує, використовуючи математичні компетентності, оцінює похибку обчислень та інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов, змісту та цілей предмета дослідження; застосовує математичні моделі

при вивченні природничих (фізика, астрономія, географія, економіка, хімія, біологія) та інших навчальних предметів;

- логічно мислить (аналізує та порівнює, прогнозує результат, узагальнює і систематизує, класифікує математичні об'єкти за певними властивостями, наводить контрприклад, висуває та перевіряє гіпотези); володіє алгоритмами та евристичними;
- користується відповідними джерелами для пошуку математичної інформації, може самостійно її проаналізувати та передати математичну суть (в текстовій, графічній, табличній, знаково-символьній формах);
- виконує математичні розрахунки, раціонально поєднуючи усні та письмові обчислення, використовує електронні обчислювальні пристрої;
- зображує геометричні фігури, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; застосовує властивості фігур при розв'язуванні задач; вимірює геометричні величини, які характеризують розміщення геометричних фігур (відстані, кути), знаходить кількісні характеристики фігур (площі, об'єми) [26].

Мета вивчення курсу геометрії – забезпечення засвоєння учнями системи математичних знань і вмінь, що є складовими загальної культури людини і необхідні для вивчення інших шкільних предметів; сформувати науковий світогляд школярів на основі розвитку в них правильних уявлень про природу математики, сутність і походження математичних абстракцій, ідей і методів математики, їх роль у пізнанні і перетворенні дійсності.

Уведення профільного навчання у старшій школі на відміну від поглибленого вивчення окремих предметів, коли один-два предмети вивчалися більш глибоко, а всі інші – на загальноосвітньому рівні, передбачає створення умов для глибокого оволодіння учнями вибраними навчальними предметами з метою підготовки до продовження освіти чи професійної діяльності [12].

Геометрія у старшій школі має навчати учнів розуміння навколишнього світу. У процесі вивчення тем «Об'єми многогранників», «Об'єми та площі

поверхонь тіл обертання» курсу геометрії 11 класу мають бути розглянуті формули обчислення об'ємів та площ поверхонь і різні підходи до їх виведення. Особливу увагу необхідно приділити методу розбиття, який має велике практичне значення. Використання аналогії між вимірюванням площ плоских фігур і об'ємів сприятиме засвоєнню матеріалу учнями. При вивченні площ поверхонь тіл доцільно широко користуватися природною та важливою з практичної точки зору ідеєю розгортки.

Тема «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл» містить питання про об'єм тіла, основні властивості об'ємів, площі бічної та повної поверхонь циліндра, конуса, площа сфери. Учень повинен вміти розв'язувати задачі на обчислення об'ємів і площ поверхонь геометричних тіл, зокрема прикладного змісту.

Вивчаючи цю тему учні знайомляться з розгортками циліндра, конуса, зрізаного конуса, вчать знаходити об'єми та площі поверхонь циліндра, конуса, зрізаного конуса, кулі (сфери).

Програма передбачає реалізацію діяльнісного підходу до навчання математики як головної умови забезпечення ефективності математичної освіти.

В курсі геометрії 11 класу під час навчання теми «Многогранники» вивчають питання обчислення площ бічної та повної поверхонь призми, піраміди, при цьому учні повинні вміти обчислювати величини основних елементів многогранників та застосовувати вивчені формули і властивості до розв'язування задач, зокрема прикладного змісту.

Під час вивчення теми «Тіла обертання», в курсі геометрії 11 класу, розглядають різні види тіл обертання, їхні елементи, комбінацій геометричних тіл та їх існування в навколишньому світі. Учні вчать розв'язувати задачі на обчислення елементів та площ перерізів тіл обертання.

Прикладна спрямованість навчання курсу геометрії забезпечується за рахунок застосування знань і математичних методів. По-перше, у різних сферах діяльності (науці, техніці, виробництві, комунікаціях і т.ін.), зокрема,

у професійній, яка визначається специфікою предмета математики. По-друге, у природничих, гуманітарних і соціальних дисциплінах.

1.2.2. Аналіз психолого-педагогічної та навчально-методичної літератури.

Ряд досліджень висвітлюють нові підходи до формулювання теоретичних засад, вивчення, розвитку і формування окремих якостей, які необхідні для тієї чи іншої професійної діяльності та утворення цілісної особистості. Багато відомих педагогів та психологів присвятили свої роботи проблемам, пов'язаним з професійним навчанням учнів. Однак, останнім часом в нашому суспільстві відбуваються значні зміни. Вони вимагають нових підходів, які сприяли б розв'язанню конкретних задач та перевіряли стан освіти на відповідність вимогам сьогодення. Виникає проблема дефіциту якісно підготовлених фахівців так званих «робочих професій».

Професійна орієнтація старшокласників набуває особливого сенсу, оскільки програма профільного навчання передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, наприклад, такою, яка безпосередньо пов'язана з математикою або її застосуванням.

Проблема професійного орієнтування старшокласників в умовах профільного навчання є багатоаспектною і досліджується в теоретичному, психолого-педагогічному, методичному напрямках.

Теоретичний аспект – це досягнення психолого-педагогічної науки, методики та шкільної практики у питаннях розв'язання проблеми, що відображені у численних дисертаційних дослідженнях вітчизняних та зарубіжних авторів.

Психолого-педагогічний аспект передбачає запровадження теоретичних надбань у практику допрофільної та профільної підготовки, переважно засобами організації психологічного супроводження учнів, створенням професійно-зорієнтованого творчого середовища у навчальних закладах освіти, тощо.

Методичний аспект має на меті розробку і впровадження методики професійного орієнтування старшокласників у процесі вивчення окремих шкільних дисциплін.

Пошуки вчених М. Бурди «Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи» [5], М. Гузик «Методологічні вимоги до побудови структури процесу навчання за комбінованою системою організації навчально-виховного процесу» [11], З. Слєпкань «Ще раз про диференціацію навчання математики і роль в ній освітнього стандарту» [42] та інших були спрямовані на уточнення понятійного апарату і виявлення можливостей диференційованого навчання, його змісту, форм і методів.

Теоретико-методичним питанням профільного навчання були присвячені роботи С. Гончаренка «Зміст загальної освіти і її гуманізація» [10]; теоретичному узагальненню проблеми змісту профільного навчання – праці О. Савченко «Цілі і цінності реформування сучасної освіти» [38]. У роботі А. Фурмана «Системна диференціація навчання: концепція, теорія, технологія» [48] та інших розв'язувалися проблеми внутрішньої диференціації навчання, забезпечення варіативності освіти і розроблялися освітні технології, що також сприяло лише ефективному вибудовуванню диференційованого процесу навчання. У статті Л. Філон «Професійна спрямованість навчання стереометрії учнів старшої профільної школи» [47] розглянуто можливості реалізації професійної спрямованості навчання стереометрії в старшій школі.

У монографії І. Лов'янової «Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект» [20] висвітлена авторська методична система, орієнтована на формування професійної спрямованості особистості старшокласника. Зокрема, у докторському дослідженні автора акцентовано увагу на єдності змістового і процесуального аспектів професійно спрямованого навчання, що регулюють зміст і структурування матеріалу, вибір методичних засобів з урахуванням необхідності формування професійно важливих знань, умінь і навичок



фахівця. При цьому змістовий аспект має на увазі побудову професійно спрямованого курсу математики, а процесуальний – вибір методів, форм і засобів організації навчально-пізнавальної діяльності, необхідних для формування навичок самостійної роботи і професійного самовдосконалення [20].

Питанням реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії присвячено дисертаційне дослідження А. Прус «Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії» [35]. Науковою новизною цього дослідження є авторська концептуальна модель реалізації прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії, головним чинником якої є мотиваційний компонент та авторська методика реалізації.

У навчальному посібнику Швеця В.О., Прус А.В. «Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії» [49] представлені конкретні практичні матеріали, які дають можливість реалізувати прикладну спрямованість стереометрії в старшій школі з довільним профілем навчання.

Різноманітні практичні застосування геометричних величин у виробництві та будівництві пропонуються у навчально-методичному посібнику К. Власенко, І. Реутової «Геометрія для майбутніх інженерів» [7].

У статті В. Пересунько «Циліндр у контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії» описано методичні рекомендації щодо прикладної спрямованості вивчення теми «Циліндр» та наведено приклади деяких прикладних задач з даної теми [32].

Г. Касіяненко аналізує застосування задач практичного та прикладного змісту в курсі математики як один із шляхів формування компетентної особистості [15].

У Концепції профільного навчання у старшій школі [16] акцентується увага на створенні умов для диференціації та індивідуалізації навчання, розвитку здібностей, вибору учнями індивідуальних освітніх траєкторій, у відповідності з їхніми здібностями, нахилами і потребами. Проблеми організації профільного навчання для розвитку певних здібностей, вивчення

окремих шкільних дисциплін з орієнтацією на майбутню професію у профільній школі продовжують бути предметом спеціальних досліджень.

В періодичних виданнях наявна незначна кількість статей.

Однією з таких статей є стаття Л. Соколенко «Досвід використання професійних сюжетів у процесі навчання математики старшої школи» [43], надрукована у 2013 році в журналі «Математика в сучасній школі». У статті проедставлено аналіз французької, естонської та вітчизняної навчально-методичної літератури щодо використання професійних сюжетів у процесі навчання математики старшої школи. Наведено приклади професійних сюжетів і відповідні розв'язання. Розкрита роль професійних сюжетів у вирішенні проблеми професійного самовизначення старшокласників.

Проведене автором дослідження приводить до висновку, що більше уваги професійно спрямованому змісту навчання приділяється у зарубіжній навчально-методичній літературі. Про це говорить аналіз шкільних підручників на предмет наявності професійно спрямованих задач, призначених для вивчення змістової лінії «Геометричні величини», серед яких підручник «Математика» [19] для 12-го класу старшої школи Естонії.

Особливо цікавими є *професійні сюжети*, під якими розуміють проблемну ситуацію, що виникає у певній професійній діяльності людини та потребує залучення математичних методів та способів для її вирішення. Такі сюжети використовуються у Франції для складання екзамену на ступінь бакалавра [43, с. 44].

У журналі «Математика в школах України» 2019 року є стаття Л. Степаненко «Геометричні тіла. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл. Розв'язування задач» [44], в якій простежується дидактична мета: удосконалення знань учнів властивостей циліндра і конуса, їх площ поверхонь та об'ємів; застосування набутих знань під час розв'язування задач теоретичного і практичного характеру (у тому числі з елементами тестування)

у тісному зв'язку навчального матеріалу з наукою, технікою, архітектурою тощо, з майбутньою професією.

Задачі професійного змісту зустрічаються у вітчизняних шкільних підручниках, зокрема у підручнику Неліна Є.П., Долгової О.Є. Геометрія (профільний рівень) [4, с. 155] в розділі «Виявіть свою компетентність».

### 1.2.3. Стан проблеми в шкільній практиці.

Кожен заклад освіти шукає власну модель профільного навчання, адаптовану до умов регіону, можливостей освітньої установи. Проте в усіх єдина мета: створити умови для розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи, підготувати їх до свідомого життєвого вибору, сформувати соціально-психолого-індивідуальну готовність кожного учня до роботи в режимі профільного навчання, виховати конкурентноспроможну молоду людину, компетентну особистість, якій притаманні мобільність знань, критичність мислення, готовність діяти [10].

В школі с.м.т. Калита Київської області недостатня увага приділяється реалізації професійно-спрямованого навчання змістової лінії "Геометричні величини". Так, в школі вивчення математики відбувається за програмою рівня стандарту за підручником А. Мерзляка «Математика», який за темою «Многогранники» не містить жодної прикладної задачі, за темою «Тіла обертання» - 2 задачі, за темою «Об'єми тіл. Площа сфери» - 15 задач прикладного змісту на обчислення геометричних величин. Факультативи з математики в школі не працюють.

Перехід до профільного навчання спрямований на досягнення наступних основних цілей:

- сприяти встановленню рівного доступу до повноцінної освіти для різних категорій учнів у відповідності з їхніми здібностями, індивідуальними схильностями і потребами;

- створити умови для істотної диференціації змісту навчання старшокласників із широкими і гнучкими можливостями побудови школярами індивідуальних освітніх програм;

- забезпечити більш ґрунтовне вивчення окремих предметів програми повної загальної освіти, забезпечити наступність між загальною і професійною освітою, більш ефективно підготувати випускників школи до освоєння програм вищої професійної освіти;

- розширити можливості соціалізації учнів через "проби" себе в професії, нові освітні практики, форми взаємодії з іншими людьми [33, с. 20].

Аналіз практичного досвіду щодо запровадження профільного навчання в навчально-виховний процес школи дає підстави стверджувати, що на практиці профільне навчання розглядають як:

- процес, який: спрямований на реальне життєве та професійне самовизначення випускників школи; диференційований за змістом навчання, у якому враховано передусім основні запити і професійні плани учнів у реальних умовах; прогнозований з урахуванням структури праці та зайнятості молоді;

- принцип, який: забезпечує поглиблене вивчення окремих спецкурсів, програми повної загальної освіти; створює умови для значної диференціації змісту освіти старшокласників; сприяє рівному доступу до повноцінної якісної освіти; розширює можливості соціалізації учнів;

- форму організації особистісно-зорієнтованого навчального процесу;

- засіб диференціації та індивідуалізації навчання, коли враховуються інтереси, здібності та схильності учнів, створюються умови для освіти старшокласників відповідно до їхніх професійних інтересів і намірів щодо продовження освіти [31];

- профільно-диференційовану планомірну, організовану, спільну двосторонню діяльність учителів і учнів, спрямовану на свідоме, міцне і глибоке опанування останніми системи профільноорієнтованих знань, умінь і навичок [40];

- систему спеціалізованої підготовки старшокласників, спрямовану на те, щоб зробити процес їхнього навчання на останній ступіні загальноосвітньої школи більш індивідуалізованим, що відповідає реальним запитам і орієнтирам, здатну забезпечити усвідомлений вибір школярами своєї професійної діяльності.

Професійна спрямованість навчання стереометрії учнів старшої профільної школи забезпечується багатьма факторами, серед яких включення до курсу професійно орієнтованих задач, задач практичного та прикладного змісту.

## **Розділ 2. Методична система професійно-спрямованого навчання змістової лінії "Геометричні величини" в старшій профільній школі**

### **2.1. Мета професійно спрямованого навчання змістової лінії "Геометричні величини"**

Мета навчання математики в класах математичного та фізико-математичного профілів полягає у забезпеченні загальноосвітньої підготовки з математики, необхідної для успішної самореалізації особистості у динамічному соціальному середовищі, її соціалізації, і достатньої для успішного вивчення фізики та інших, в першу чергу, природничих предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, або безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів.

У класах профільного рівня підготовка учнів з математики має забезпечувати у майбутньому, крім сказаного вище, успішне опанування професією, яка потребує високого рівня математичних знань, тобто за спеціальностями теоретичної і прикладної математики або спеціальностями тих галузей, які потребують розвиненого математичного апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів; у підготовці до навчання у вищому навчальному закладі з відповідним фаховим спрямуванням.

Зв'язок математики з іншими дисциплінами, з майбутньою професійною діяльністю учнів у роботі розглядається як важливий засіб реалізації одного з принципів педагогіки - єдності теорії і практики. Тому курс математики повинен мати прикладну спрямованість. Важливим засобом прикладної спрямованості є прикладні задачі. Вивчаючи, наприклад, геометричні тіла, учні повинні навчитися бачити їх навколо себе та вміти застосовувати основні знання про метричні величини, їх вимірювання та обчислення, розуміти значення цих знань та вмінь в житті та професійній діяльності.

## **2.2. Зміст навчання в профільних класах старшої школи з позицій професійно спрямованого навчання**

Профільний рівень підготовки спрямований на формування ключових компетентностей старшокласників, набуття ними навичок самостійної науково-практичної, дослідницько-пошукової діяльності, розвиток їхніх інтелектуальних, психічних, творчих, моральних, фізичних, соціальних якостей, прагнення до саморозвитку та самоосвіти, оскільки передбачає вивчення предмета з орієнтацією на майбутню професію, безпосередньо пов'язану з математикою або її застосуваннями.

Окрім того, реалізація профільного навчання математики у 10-11 класах забезпечується системою курсів за вибором (за рахунок варіативного компоненту), які певною мірою враховують інтереси й можливості учнів даного профілю. Курси за вибором поглиблюють та розширюють основний курс математики відповідно до профілю навчання, надають можливості для організації творчої роботи учнів через систему індивідуальних завдань професійної спрямованості. Так, М. Бурда і О. Глобін [4] визначають наступні функції курсів:

- 1) мотивація самовиховання та вибору професії;
- 2) переконання у правильності професійного вибору;
- 3) сприяння формуванню професійно важливих якостей особистості старшокласників;
- 4) слугування розвитку прикладних математичних знань і умінь.

Аналіз навчальних програм факультативних курсів та курсів за вибором дає змогу стверджувати, що більшою мірою орієнтації на майбутню професію сприяють курси за вибором, пропоновані на природничо-математичному і технологічному напрямках, а також суспільно-гуманітарному напрямі, тематика пропонованих курсів орієнтована на прикладну спрямованість математичних знань, проте слід зауважити, що у програмах зазначених курсів не спостерігається орієнтація на професії, безпосередньо пов'язані з математикою та її викладанням [45].

Змістова лінія «Геометричні величини» складається з декількох тем курсу геометрії 10-го та 11-го класів. Так, вивчення геометрії у 10-му класі починається із введення основних понять стереометрії та знайомством із многогранниками. В цій темі учням доцільно не лише показати різноманіття многогранників у природі та побуті, а й підкреслити значення знань про метричні величини многогранників (об'єм, площа поверхні, міри кутів тощо). Більш широко розглядаються многогранники в курсі 11-го класу профільної школи. Учні навчаються обчислювати елементи многогранників, знаходити площі їх поверхонь. Знаходження площ перерізів, висоти, діаметра тіл обертання, об'ємів та площ многогранників та тіл обертання, розгляд комбінацій геометричних тіл також розширює знання про оточуючі предмети, розуміння їх геометричної природи, що дає змогу розглядати ці знання не лише в межах математичної науки, а й поєднувати їх з навколишнім світом.



### 2.3. Система задач професійного змісту призначених для вивчення змістової лінії "Геометричні величини" в старшій профільній школі та методика навчання учнів їх розв'язування

Орієнтація змісту навчання на формування якостей професійної спрямованості особистості досягається за рахунок конструювання у змісті системи професійно спрямованих задач. Під **професійно спрямованою задачею** слід розуміти математичні, міжпредметні, практичні і прикладні задачі, які є носієм навчальної інформації, а процес їх розв'язування орієнтований на організацію навчальної математичної діяльності учнів на рівні, який відповідає обраному навчальному профілю [20].

*Функціями професійно спрямованої задачі є:*

- розвиток пізнавальних інтересів учнів до професійної сфери «математика» в межах обраного навчального профілю;
- відкриття нових понять, фактів та способів діяльності;
- розвиток інтелектуальної сфери особистості учнів;
- організація рівнів навчальної математичної діяльності від репродуктивного до творчого;
- підготовка до самостійного вирішення проблем.

*За характером об'єктів професійно спрямовані задачі поділяються на:*

- математичні – задачі, умова і вимога яких стосується математичних об'єктів і які розв'язуються усіма засобами математики;
- практичні – задачі в яких хоча б один об'єкт є реальним, або які відображують побутові чи виробничі ситуації з реальними числовими даними, проте головною в задачі є її математична сутність, розв'язуються практичні задачі за допомогою використання математичних понять, фактів, способів діяльності, зокрема, потребують умінь раціонально обчислювати, розв'язувати рівняння і нерівності, користуватися інформаційними технологіями;

- прикладні – задачі, які виникають за межами математики, і які розв’язуються виключно методом математичного моделювання, якому властиві наступні етапи: 1) побудова моделі (переклад з природної мови тієї галузі де вона виникла на мову математики); 2) дослідження моделі (розв’язування отриманої математичної задачі); 3) аналіз отриманих результатів (переклад розв’язку задачі з мови математики на мову тієї галузі де вона виникла);

- міжпредметні – практичні або прикладні задачі зміст яких відповідає цілям певної математичної теми і пов’язаний з темами програми інших навчальних дисциплін старшої школи (фізики, хімії, біології, економіки, тощо) [20].

*Основні вимоги до прикладних задач, які використовуються у навчанні математики:*

- задачі повинні мати реальний практичний зміст, який забезпечує ілюстрацію практичної цінності і значущості набутих математичних знань;

- задачі повинні відповідати шкільним програмам і підручникам за формулюванням і змістом методів і фактів, які будуть використовувати в процесі їх розв’язування;

- задачі повинні бути сформульовані доступною і зрозумілою мовою, не містити термінів, з якими учні не зустрічалися і які вимагатимуть додаткових пояснень;

- числові дані в прикладних задачах повинні бути реальними, відповідати існуючим у практиці;

- у змісті задачі, по можливості, повинен бути відображений особистий досвід учнів, місцевий матеріал, який дозволяє ефективно показати використання математичних знань і викликати в учнів пізнавальний інтерес;

- прикладні задачі повинні відображати ситуації промислового і сільськогосподарського виробництва, економіки, торгівлі, екології, ілюструвати застосування математичних знань у конкретних професіях людей.

Під *задачним підходом* до формування змісту професійно спрямованого навчання математики розуміють уведення в зміст навчання професійно спрямованих задач, орієнтованих на рівень математичної підготовки старшокласників і спрямованих на формування інтересу до професійної сфери «математика» та професійно-важливих якостей особистості учнів [20, с. 225].

Задачний підхід передбачає створення системи задач з усіх змістових ліній курсу математики старшої профільної школи. До цієї системи задач ставляться наступні *вимоги*: 1) повнота, 2) наявність ключових задач, 3) зв'язність, 4) зростання труднощів в кожному рівні, 5) цільова орієнтація, 6) цільова достатність, 7) психологічна комфортність [20, с. 226-227].

Проведений аналіз вітчизняної та зарубіжної навчально-методичної літератури переконує в існуванні професійно спрямованих задач, призначених для вивчення змістової лінії «Геометричні величини» старшої профільної школи. Так, задачі професійного спрямування можна знайти у вітчизняних шкільних підручниках, зокрема, у підручниках з геометрії для профільного рівня Неліна Є.П., Долгової О.Є.[27] та Істера О.С., Єргіної О.В.[14]. Існують навчально-методичні посібники професійно спрямованого змісту, серед яких посібник Власенко К.В., Реутової І.М. Геометрія для майбутніх інженерів: навчально-методичний посібник для учнів старшої школи. [7]

Професійно орієнтовані задачі сприяють формуванню мотиваційної сфери учнів, вони дають можливість старшокласникам переконатись у необхідності вивчення об'ємів та площ поверхонь геометричних тіл. Ці задачі розвивають логічне мислення, просторову уяву та математичне мовлення. Вони сприяють реалізації професійно спрямованого навчання у старшій профільній школі та є засобом професійної орієнтації старшокласників.

В основу класифікації задач професійного змісту, призначених для вивчення змістової лінії «Геометричні величини» покладемо види математичних моделей, які створюються під час їх розв'язування.

А саме виокремимо наступні типи задач:

1. Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є призма.

2. Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є піраміда.
3. Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є циліндр.
4. Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є конус.
5. Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є куля.
6. Задачі професійного змісту, математичними моделями яких є комбінації геометричних тіл.

Ці задачі мають різне професійне призначення, а саме, в них вирішуються питання пов'язані з архітектурою, будівництвом, аграрним сектором та інші.

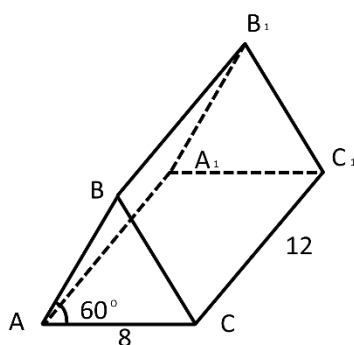
Методом розв'язування професійно спрямованих задач є математичне моделювання. Даний метод складається з 3-х етапів: 1) етап формалізації (побудови математичної моделі), 2) етап розв'язування задачі в середині побудованої математичної моделі, 3) етап інтерпретації (переведення одержаних математичних результатів розв'язання задачі на мову професійно спрямованої задачі, яку розв'язують).

Продемонструємо застосування цього методу на прикладах розв'язування професійно орієнтованих задач різних типів.

1. *Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є призма.*

### **Задача 1 (будівництво).**

На будинку, довжина якого 12 м і ширина 8 м, будується дах, який має нахил  $60^\circ$ . Який буде об'єм горища?



#### Крок 1.

Дах має форму трикутної призми з перпендикулярним перерізом у вигляді рівностороннього трикутника.

#### Крок 2.

Виконаємо математичні розрахунки

для знаходження об'єму даної призми:

$$V = S_{ABC} \cdot CC_1; \quad CC_1 = 12$$

$\Delta ABC$  – правильний

$$S_{ABC} = \frac{AC^2 \sqrt{3}}{4} = 16\sqrt{3}$$

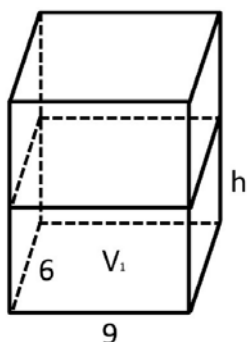
$$V = 16\sqrt{3} \cdot 12 = 192\sqrt{3} \approx 333 \text{ (м}^3\text{)}$$

Крок 3.

Отже, об'єм горища становитиме близько 333 м<sup>3</sup>

### Задача 2 (інженерія, механіка, будівництво тощо).

У посудину, яка має форму прямокутного паралелепіпеда, зі сторонами основи 6 дм і 9 дм, налили 270 л води. Яка висота рівня води у посудині?



Крок 1.

Маємо посудину у формі прямокутного паралелепіпеда. Вода, налита в посудину також набуває форми паралелепіпеда. Тому для визначення висоти рівня води ми можемо використати формулу для визначення об'єму паралелепіпеда:  $V = abh$

Крок 2.

$$V_1 = 270 \text{ л} = 270 \text{ дм}^3$$

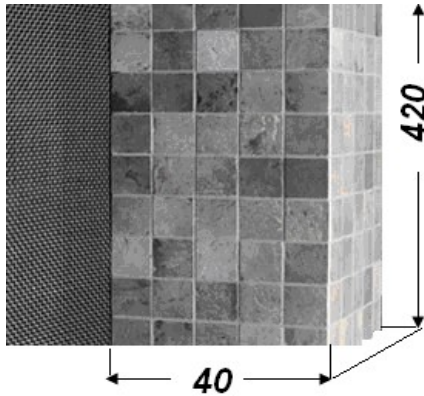
$$270 = 6 \cdot 9 \cdot h$$

$$h = \frac{270}{6 \cdot 9} = 5 \text{ (дм)}$$

Крок 3.

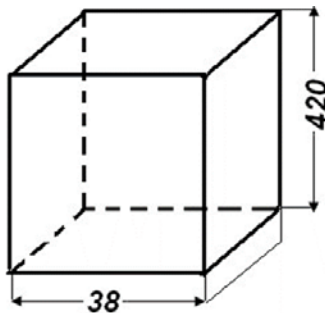
Отже, висота рівня води у посудині рівна 5 дм.

### Задача 3 (будівництво).



Знайдіть скільки піде мармурових плиток розміром  $19 \times 30 \times 2$  см для облицювання чотирихгранної колони із квадратним перерізом, якщо висота колони  $4,2$  м, а ширина її грані в готовому вигляді –  $40$  см.

### Крок 1.



Чотиригранна колона має форму правильної чотирикутної призми. Процес облицювання чотирихгранної колони – заклеювання плиткою поверхні, грані якої мають розміри  $38 \times 38 \times 420$  см. Тобто, для знаходження необхідної кількості плитки потрібно знати площу поверхні, яку потрібно обклеїти та площу самої плитки.

### Крок 2.

Знайдемо площу бічної поверхні правильної призми:

$S_{\text{бп}} = P \cdot H$ , де  $P$  – периметр квадрата,  $H$  – висота призми.

$$S_{\text{бп}} = 4 \cdot 38 \cdot 420 = 63840 \text{ см}^2$$

Знайдемо площу плитки прямокутної форми:

$S = 19 \cdot 30 = 570 \text{ см}^2$  (кожна плитка займає своєю площею частину бічної поверхні).

Знайдемо кількість необхідної плитки для облицювання:

$$n = S_{\text{бп}} / S$$

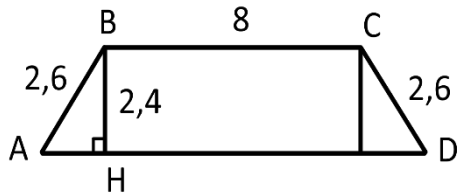
$$n = 112 \text{ шт.}$$

### Крок 3.

Отже, для облицювання колони заданої форми та вказаних розмірів необхідно взяти 112 шт плитки.

**Задача 4 (будівництво).**

Перпендикулярний переріз насипу шосе має форму рівнобічної трапеції з верхньою основою 8 м, бічними сторонами 2,6 м і висотою 2,4 м. Скільки кубічних метрів ґрунту потрібно привезти для будівництва 10 м такого шосе?

**Крок 1.**

Якщо насип по всій своїй довжині матиме однакову форму і розміри перпендикулярного перерізу, то можна представити його у вигляді призми з основою у вигляді трапеції. Для визначення кількості ґрунту, необхідного для будівництва 10 м такого шосе, потрібно знайти об'єм призми за вказаними параметрами.

**Крок 2.**

$$V = S_{ABCD} \cdot 10$$

$$\Delta ABH: AH = \sqrt{2,6^2 - 2,4^2} = 1$$

$$AD = BC + 2AH = 10$$

$$S_{ABCD} = \frac{8+10}{2} \cdot 2,4 = 21,6$$

$$V = 21,6 \cdot 10 = 216 \text{ (м}^3\text{)}$$

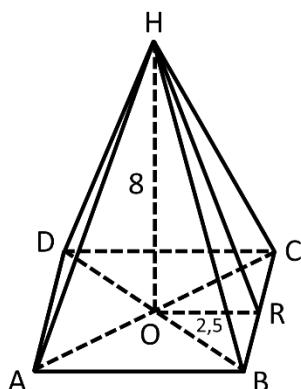
**Крок 3.**

Отже, для будівництва 10 м шосе за вказаними параметрами насипу потрібно буде привезти 216 м<sup>3</sup> ґрунту.

2. *Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є піраміда.*

**Задача 5 (будівництво).**

Основою башти є квадрат зі стороною 5 м. На башті треба встановити пірамідальний дах, висотою 8 м. Знайдіть довжину крокв цього даху (відстань від вершини піраміди, до вершини її основи). Скільки жести знадобиться для покриття цього даху, якщо на вальцювання витрачається 5% необхідного матеріалу?

**Крок 1.**

Дах має форму чотирикутної піраміди з висотою 8 м. Крокви – ребра піраміди. Для знаходження кількості жести на покриття даного даху потрібно знайти площу бічної поверхні піраміди.

**Крок 2.**

$$\Delta \text{НОВ} : \angle \text{НОВ} = 90^\circ$$

$$\text{НВ} = \sqrt{\text{НО}^2 + \text{ОВ}^2}$$

$$\text{ОВ} = \frac{\text{BD}}{2} = \frac{\text{AB}\sqrt{2}}{2} = \frac{5\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{НВ} = \sqrt{64 + \frac{25}{2}} = \sqrt{\frac{153}{2}} \approx 8,75 \text{ м}$$

$$S_6 = 4S_{\text{НВС}} = \frac{4\text{BC} \cdot \text{HR}}{2} = 2\text{BC} \cdot \text{HR}$$

$$\text{HR} = \sqrt{\text{НО}^2 + \text{ОР}^2} = \sqrt{64 + \frac{25}{4}} = \sqrt{\frac{281}{4}} \approx 8,4$$

$$S_6 = 2 \cdot 5 \cdot 8,4 = 84 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$S = 84 : 0,95 \approx 88,42 \text{ (м}^2\text{)}$$

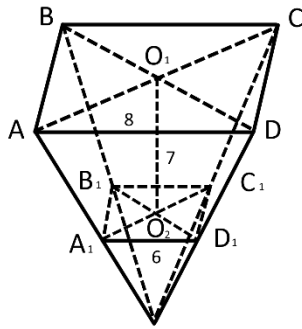
**Крок 3.**

Площа бічної поверхні даху буде становити 84 м<sup>2</sup>, але, з урахуванням втрат, жести потрібно буде взяти близько 88,42 м<sup>2</sup>. Висота крокв при цьому буде близько 8,75 м.



### Задача 6 (архітектура і дизайн).

Вазон має форму правильної чотирикутної зрізаної піраміди, у якої сторони основи дорівнюють 6 дм і 8 дм, а висота дорівнює 7 дм. Скільки 10-літрових відер з землею потрібно для заповнення цього вазону?



#### Крок 1.

Для визначення кількості відер з землею потрібно знати об'єм вазону. Форма вазону – правильна чотирикутна зрізана піраміда. Отже, нам потрібно спочатку знайти об'єм правильної чотирикутної зрізаної піраміди, а потім підрахувати кількість відер з землею, необхідних для заповнення вазони даної форми.

#### Крок 2.

$$V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 7(64 + \sqrt{64 \cdot 36} + 36) = \frac{7}{3} \cdot (100 + 48) = \frac{7 \cdot 148}{3} = \frac{1036}{3} \approx 345(\text{дм}^3)$$

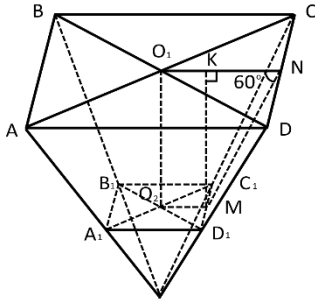
$$345:10 \approx 34,5 \text{ (відер)}$$

#### Крок 3.

Отже, об'єм вазону становить близько 345 дм<sup>3</sup> і для його наповнення землею знадобиться близько 34,5 10-літрових відер із землею.

### Задача 7 (архітектура і дизайн).

Сторона квадратного ставка дорівнює 80 м. Глибина ставка складає 3 м, а нахил його берегів дорівнює 60°. Скільки кубічних метрів ґрунту потрібно було вийняти, щоб викопати цей ставок?



### Крок 1.

Уявімо ставок у формі правильної чотирикутної зрізаної піраміди. Поверхня ставка – одна із основ зрізаної піраміди зі стороною 80 м, а глибина ставка – висота цієї зрізаної піраміди. Для визначення об'єму

вийнятого ґрунту потрібно визначити об'єм ставка.

### Крок 2.

$$V = \frac{1}{3}H(S_1 + \sqrt{S_1S_2} + S_2)$$

$$H=KM=3 \text{ м}; S_1=80^2=6400(\text{м}^2)$$

$$\text{Розглянемо } \triangle KMN: \frac{KM}{KN} = \text{tg}60^\circ = \sqrt{3}$$

$$KN = \frac{KM}{\sqrt{3}} = \frac{3}{\sqrt{3}} = \sqrt{3}$$

$$O_2M=O_1K=O_1N - NK=40 - \sqrt{3}$$

$$A_1D_1=O_2M=2(40 - \sqrt{3})=80 - 2\sqrt{3}$$

$$S_2=(80 - 2\sqrt{3})^2=6412 - 320\sqrt{3}$$

$$V = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot \left( 6400 + \sqrt{80^2 \cdot (80 - 2\sqrt{3})^2} + 6412 - 320\sqrt{3} \right) =$$

$$12812 + 80 \cdot (80 - 2\sqrt{3}) - 320\sqrt{3} = 19212 - 480\sqrt{3} \approx 18381 (\text{м}^3)$$

### Крок 3.

Отже, об'єм ставка становить близько 18381 м<sup>3</sup>. А це означає, що для створення даного ставка вийняли близько 18381 м<sup>3</sup> ґрунту.

3. *Задачі професійного змісту, математичною моделлю яких є циліндр.*

### Задача 8 (логістика).

Циліндрична цистерна для пального має довжину 7,8 м, а діаметр її дорівнює 2,4 м. Скільки барелів (158,8 л) пального може перевезти залізничний склад з 40 таких цистерн?

Крок 1.

Маємо цистерну циліндричної форми. Прийmemo дані виміри за внутрішні і знайдемо об'єм циліндра (цистерни).

Крок 2.

$$V_{\text{ц}} = \pi \cdot R^2 \cdot H = \pi \cdot 1,2^2 \cdot 7,8 = 35,27 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$40V_{\text{ц}} = 35,3 \cdot 40 = 1410,7 \text{ (м}^2\text{)}$$

$$1\text{л} = 1\text{дм}^3 = 0,001 \text{ м}^3$$

$$158,8 \text{ л} = 0,1588 \text{ м}^3$$

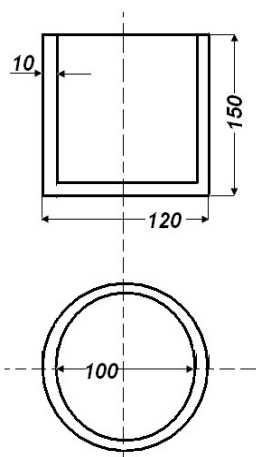
$$1410,7 : 0,1588 \approx 8883 \text{ (барелі)}$$

Крок 3.

Отже, об'єм однієї цистерни рівний  $35,27 \text{ м}^2$ , 40-ка цистерн –  $1410,7 \text{ м}^2$ , що в барелях буде рівно близько 8883.

**Задача 9 (інженерія).**

Для виготовлення водонагрівачів із внутрішнім баком із нержавіючої сталі застосовується унікальна японська технологія зварювання - це електроннопроменеве зварювання у вакуумному полі. Дана технологія повністю зберігає структуру нержавіючої сталі, що робить внутрішній бак максимально стійким до корозії зварювальних швів. Знайдіть ємність бака за розмірами, що задано на малюнку.

Крок 1.

Бак складається з двох циліндрів. Ємність бака можна знайти, якщо від значення об'єму зовнішнього циліндра відняти значення об'єму внутрішнього циліндра.

Крок 2.

Розміри зовнішнього циліндра:  $H = 150$ ,  $R = 60$ . Розміри внутрішнього циліндра:  $h = 140$ ,  $r = 50$ . Знайдемо об'єм зовнішнього та внутрішнього баків за формулою об'єма циліндра

$$V = \pi \cdot R^2 \cdot H:$$

$$V_1 = \pi \cdot 60^2 \cdot 150 = 540000\pi$$

$$V_2 = \pi \cdot 50^2 \cdot 140 = 350000\pi$$

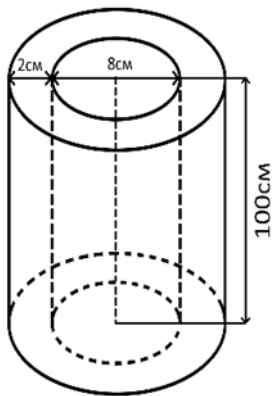
$$\text{Знайдемо ємність бака: } V = V_1 - V_2 = 190000 \cdot \pi$$

Крок 3.

Отже, ємність бака водонагрівача зі вказаними параметрами рівна  $190000 \cdot \pi$ .

### Задача 10 (будівництво, інженерія).

Внутрішній діаметр чавунної труби дорівнює 8 см, а товщина її стінок дорівнює 2 см. Обчисліть масу погонного метра такої труби (густина чавуна –  $7,2 \text{ г/см}^3$ ).



Крок 1.

Розглянемо трубу як два циліндра з різними діаметрами основ. Масу ми шукаємо за формулою

$$m = \rho \cdot V.$$

Тобто, для знаходження маси необхідно спочатку знайти об'єм чавуну. Чавун займає простір між нашими уявними циліндрами. Отже, його об'єм

становитиме різницю об'ємів зовнішнього і внутрішнього циліндрів.

Крок 2.

$$V_1 = H \cdot \pi \cdot R^2$$

$$V_2 = H \cdot \pi \cdot r^2$$

$$V = V_1 - V_2 = H \cdot \pi \cdot R^2 - H \cdot \pi \cdot r^2 = H \cdot \pi \cdot (R^2 - r^2)$$

$$V = 100 \cdot 3,14 \cdot (6^2 - 4^2) = 314 \cdot 20 = 6280 \text{ (см}^3\text{)}$$

$$\text{Тоді: } m = 7,2 \cdot 6280 = 45216 \text{ (г)}$$

Крок 3.

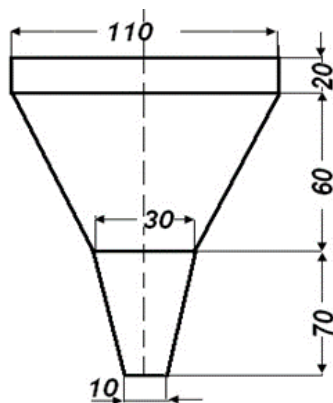
Отже, погонний метр труби важитиме близько 45 кг.

4. *Задачі професійного змісту, математичними моделями яких є комбінації геометричних тіл.*

Наступні задачі демонструють поєднання різних геометричних тіл та дають можливість показати учням послідовність розв'язку задач на знаходження об'ємів та площ поверхонь комбінованих просторових фігур.

Задача 11 (інженерія).

Лійка — пристосування для наливання рідин. Більш складні види лійок використовуються в промисловості й у лабораторній техніці для фільтрування,



поділу рідин та інших цілей. За розмірами, що задані на малюнку, знайдіть кількість жести необхідної для виготовлення лійки. На шви додати 5%.

Крок 1.

Лійка складається з циліндру та двох зрізаних конусів. Розміри верхнього циліндра:  $H_1 = 20$ ,  $r_1 = 55$ .

Розміри більшого зрізаного конуса:

$$H_2 = 60, r_2 = 15, R_2 = r_1 = 55.$$

Розміри меншого зрізаного конуса:

$$H_3 = 70, r_3 = 5, R_3 = r_2 = 15.$$

Крок 2.

Знайдемо твірні зрізаних конусів:

$$l_2 = \sqrt{60^2 + 15^2} = \sqrt{3825} = 5\sqrt{153};$$

$$l_3 = \sqrt{70^2 + 5^2} = \sqrt{4925} = 5\sqrt{197}.$$

(За теоремою Піфагора  $l = \sqrt{H^2 + R^2}$ ).

Знайдемо площі бічної поверхні циліндра та конусів:

$$S_{\text{бощ}} = 2 \cdot \pi \cdot 55 \cdot 20 = 2200 \text{ кв.од.};$$

$$S_{\text{бпк}} = \pi \cdot (55 + 15) \cdot 5\sqrt{153} = 350 \cdot \pi \cdot \sqrt{153} \text{ кв.од.};$$

$$S_{\text{бпк}} = \pi \cdot (5 + 15) \cdot 5\sqrt{197} = 100 \cdot \pi \cdot \sqrt{197} \text{ кв.од.}$$

(Формула площі бічної поверхні циліндра:  $S_{\text{бп}} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot H$ ; формула площі бічної поверхні зрізаного конуса:  $S_{\text{бп}} = \pi \cdot (R + r) \cdot l$ ).

Знайдемо кількість жести:

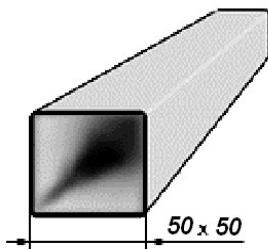
$$S \approx (2200 + 13593 + 4407) + 0,05 \cdot (2200 + 13593 + 4407) \approx 21210 \text{ кв.од.}$$

(кількість жести дорівнює сумі площ бічних поверхонь тіл, з яких складається лійка та 5 % від суми).

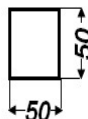
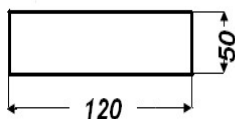
Крок 3.

Отже, для виготовлення лійки за вказаними розмірами потрібно близько 21210 кв.од. жести.

### Задача 12 (інженерія).



Із сталевого стрижня квадратного перерізу, розміри якого  $50 \times 50 \times 120$  мм, відковано деталь форми піраміди з прямокутною основою  $60 \times 90$  мм. Знайдіть довжину (висоту) деталі, якщо на вигар відійшло 4%.

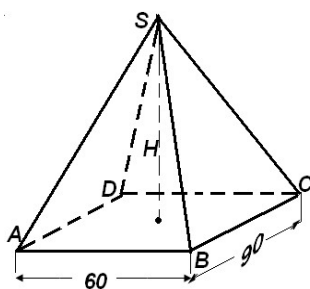


Крок 1.

Сталевий стрижень має форму правильної чотирикутної призми. Під час перековки змінили форму деталі – призму перетворили на піраміду. При цьому об'єм сталі особливих змін не зазнав. Тому розв'язувати задачу варто через об'єм.

Крок 2.

Знайдемо об'єм сталевого стрижня за формулою:



$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

$$V=50 \cdot 50 \cdot 120 = 300000 \text{ (мм}^3\text{)}$$

Знайдемо частину об'єму після вигару:  $300000 \cdot 0,96 = 288000 \text{ мм}^3$   
(добуток об'єму на відсоток, що залишиться після вигару дає значення об'єму, з якого буде зроблено деталь).

Знайдемо за формулою об'єму піраміди  $V = 1/3 S_{\text{осн}} \cdot h$  висоту:

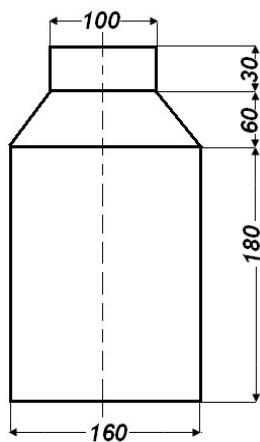
$$288000 = 1/3 \cdot 60 \cdot 90 \cdot h \Rightarrow h = 160 \text{ (мм)}$$

Крок 3.

Отже, із сталевого стрижня заданих розмірів можна викувати деталь у формі піраміди з прямокутною основою  $60 \times 90$  мм довжиною 160 мм.

### Задача 13 (харчова промисловість).

Класичний бідон використовується в молочній промисловості вже багато десятиліть. За цей час підтвердив свою надійність і практичність. Знайдіть ємність бідону за розмірами, що задані на малюнку.



Крок 1.

Розглянемо бідон як комбінацію геометричних тіл: бак складається з двох циліндрів та зрізаного конуса.

Розміри верхнього циліндра:  $H_1 = 30$ ,  $R_1 = 50$ .

Розміри нижнього циліндра:  $H_2 = 180$ ,  $R_2 = 80$ .

Розміри зрізаного конуса:  $h = 60$ ,  $r = 50$ ,  $R = 80$ .

Крок 2.

Знайдемо об'єми верхнього, нижнього циліндрів та об'єм зрізаного конуса:  $V_1 = \pi \cdot 50^2 \cdot 30 = 75000 \cdot \pi$ ;

$$V_2 = \pi \cdot 80^2 \cdot 180 = 1152000 \cdot \pi$$

$$V_3 = 1/3 \cdot \pi \cdot 60 \cdot (80^2 + 80 \cdot 50 + 50^2) = 258000 \cdot \pi$$

(формула об'єма циліндра:  $V = \pi \cdot R^2 \cdot H$ ; формула об'єма зрізаного конуса:  $V = 1/3 \cdot \pi \cdot h \cdot (R^2 + R \cdot r + r^2)$ ).

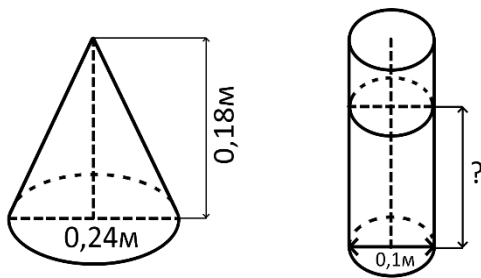
Крок 3.

Знайдемо ємність бідону: ємність бака можна знайти, якщо скласти значення об'ємів складових бідону.

Отже, об'єм бідону рівний  $1485000 \cdot \pi$ .

### Задача 14.

З наповненої рідиною конусоподібної посудини, висота якої 0,18 м і діаметр основи 0,24 м, переливають рідину у циліндричну посудину, діаметр якої 0,1 м. На якій висоті буде рівень води у другій посудині?



#### Крок 1.

Пам'ятаємо, що рідина набуває форми посуду, в якому знаходиться. При переливанні з однієї посудини в іншу змінюється лише форма, а об'єм залишається незмінним. Тому таку задачу варто розв'язувати через об'єм. За умовою маємо дві посудини різної форми – конус та циліндр. Конусовидна посудина наповнена повністю. Тому за її розмірами ми можемо знайти об'єм рідини, що в ній знаходиться.

#### Крок 2.

$$V_k = \frac{1}{3} \pi \cdot R^2 \cdot H$$

$$V_k = \frac{1}{3} \cdot 3,14 \cdot 0,12^2 \cdot 0,18 \approx 0,0027 \text{ (м}^3\text{)}$$

$$V_{\text{ц}} = \pi \cdot r^2 \cdot h$$

$$h = \frac{V_{\text{ц}}}{\pi \cdot r^2}$$

$$V_{\text{ц}} = V_k$$

$$\text{Тому: } h = \frac{V_{\text{ц}}}{\pi \cdot r^2} = \frac{V_k}{\pi \cdot r^2}$$

$$h = \frac{0,0027}{3,14 \cdot 0,05^2} \approx 0,344 \text{ (м)}$$

#### Крок 3.

Отже, рівень води в циліндричній посудині досягне близько 0,344 м.



Вивчення тіл обертання та їх метричних характеристик дає змогу ширше розглядати задачі прикладного характеру.

Корисно розглянути різні методи обчислення об'ємів і площ поверхонь. Особливу увагу приділити методу розбиття, який має велике практичне значення. Його суть полягає у поділі тіла на частини, об'єми яких легко знайти і з яких можна скласти тіло відомого об'єму. Використання аналогії між вимірюваннями площ плоских фігур і об'ємів сприяє засвоєнню матеріалу учнями. Під час вивчення площ поверхонь тіл широко використовують природну та важливу з практичної точки зору ідею розгортки. Вивчення теми також доречно супроводжувати задачами практичного змісту [21].

Набір задач на обчислення об'ємів і площ поверхонь повинен бути багатим на різноманітні комбінації тіл. Необхідно передбачити достатню кількість завдань, що потребують виконання вимірювань, а потім обчислення геометричних величин.

На жаль, у шкільних підручниках задачі прикладного характеру зустрічаються дуже рідко. Частіше можна побачити задачі практичного характеру. Так, у підручнику Істера задачі практичного характеру виділені у групу «Життєва математика» [14], а у підручнику Неліна [27] – «Виявіть свою компетентність». Задачі практичного характеру також можна зустріти у підручнику Мерзляка [22], але вони не виділені в окрему групу, тому вчителю потрібно робити наголос на практичній спрямованості таких задач.

## **2.4. Методи, форми та засоби навчання змістової лінії "Геометричні величини" обумовлені реалізацією професійно спрямованого навчання**

У розділі «Геометричні тіла і поверхні» розглядають основні види геометричних тіл та їх властивості. Він є центральним у стереометричній підготовці учнів.

Під час вивчення тем цього розділу дуже важливим є підхід, що передбачає формування навичок конструювання і класифікації тіл та їх поверхонь.

Такий підхід вимагає використання конструктивних означень. Конструктивні означення дозволяють установити спільність між призмами і циліндрами, пірамідами та конусами. Паралельний розгляд зазначених груп тіл дає перевагу під час вивчення їх властивостей, а також у подальшому під час знаходження об'ємів тіл і площ їх поверхонь. Такий підхід має неабияке значення для формування геометричного мислення учнів.

Темою «Об'єми та площі поверхонь геометричних тіл» завершується вивчення учнями в школі геометрії простору і тут найбільшою мірою може і повинна бути подана прикладна спрямованість геометрії. Це пов'язано з тим, що застосування геометрії, як правило, пов'язані з вимірюванням площ та об'ємів. Забезпечення такої спрямованості потребує вибору відповідних підходів до викладу матеріалу і адекватної системи вправ та запитань.

Метод навчання є досить складним і багатогранним педагогічним явищем. Було розроблено десятки класифікацій методів навчання. З точки зору методики навчання окремої дисципліни важливо усвідомити цілісні підходи до класифікації методів навчання, що допоможе практично здійснити їх вибір. Найчастіше вживаними є наступні класифікації методів навчання:

- пояснювально-ілюстративні, репродуктивні, проблемного викладу, частково-пошукові (евристичні), дослідницькі методи (І. Я. Лернер и М. М. Скаткін);

- методи стимулювання і мотивації навчання, методи організації і здійснення навчальних дій, методи контролю і самоконтролю (Ю. К. Бабанський);
- комунікативні, пізнавальні, перетворюючі, систематизуючі, контрольні методи (В. А. Онищук);
- когнітивні, креативні, оргдіяльнісної методи навчання (А. В. Хуторський).

Вибір методів навчання визначається: смисловими цілями освіти, особливостями навчального курсу, метою уроку, можливостями школярів, наявними засобами навчання і часом, уподобаннями вчителя, особливостями дидактичної теми [20].

В свою чергу, кожна група методів складається з ряду конкретних методів навчання.

Так методи *стимулювання* навчально-пізнавальної діяльності підрозділяються на:

а) методи формування інтересу до учіння (пізнавальна, дидактична, рольова гра, дискусія, диспут, метод включення учнів у ситуацію особистого переживання успіху у навчанні, в інші ситуації емоційно-моральних переживань, метод опори на здобутий життєвий досвід);

б) методи формування обов'язку і відповідальності в учінні (переконання, позитивного прикладу, практичного привчання до виконання вимог, створення сприятливих умов для спілкування, заохочення і пошуку, оперативного контролю за виконанням вимог, осуду, тощо).

Методи *організації* навчально-пізнавальної діяльності поділяються на підгрупи, які забезпечують:

а) передачу інформації вчителем і сприйняття її учнями (словесні, наочні, практичні);

б) внутрішню логіку процесу засвоєння знань (індуктивний, дедуктивний, традиційне, аналітичний, синтетичний, аналітикосинтетичний);

в) тип пізнавальної діяльності учня (пояснювально-ілюстративний, репродуктивний, проблемного викладу, частковопошуковий або евристичний, дослідницький);

г) ступінь самостійності учнів у здійсненні навчальної діяльності (робота з підручником, метод самостійного розв'язування задач, самостійне спостереження).

Методи *контролю* за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності передбачають методи усного, письмового, лабораторного контролю, спостереження за навчальною діяльністю учнів, графічну перевірку, тестову перевірку знань, методи самоконтролю [20].

Кожна група методів реалізує певну функцію в процесі навчання. Особливістю *когнітивних* методів навчання є пізнання об'єкта. Групу когнітивних методів навчання складають: метод емпатії (вживання), метод смислового бачення, метод образного бачення, метод символічного бачення, метод порівняння, метод евристичного спостереження, метод фактів, метод дослідження, метод конструювання понять, метод конструювання правил, метод гіпотез, метод прогнозування, метод помилок, метод конструювання теорій [20].

Метод *емпатії* - «вживання» в стан іншого об'єкта. Метод емпатії використовується для «вселення» учнів в досліджувані об'єкти за допомогою чуттєво-образних і мислених уявлень для пізнання його зсередини.

Метод *смислового бачення* - це продовження і поглиблення попереднього методу. Одночасна концентрація візуального та розумового пізнання на об'єкті дає учням можливість зрозуміти (побачити) першопричину об'єкта, укладену в ньому ідею, тобто внутрішню сутність об'єкта. Так як і в методі емпатії, тут потрібне створення в учня певного настрою, що складається з активної чуттєво-уявної пізнавальної діяльності. Застосування даного методу призводить до розвитку в учнів таких пізнавальних якостей, як інтуїція, осяяння, інсайт.

Метод *образного бачення* – емоційно-образне дослідження об'єкта. Пропонується, наприклад, дивлячись на число, фігуру, слово, знак або реальний об'єкт, намалювати побачені в них образи, описати, на що вони схожі. Освітній продукт як результат спостереження учнів виражається в словесній або графічній образній формі, тобто учні проговорюють, записують або малюють результати свого дослідження.

Метод *символічного бачення*. Символ як глибинний образ реальності, що містить в собі її сенс, може виступати засобом спостереження і пізнання цієї реальності. Метод символічного бачення полягає у знаходженні або побудові учнем зв'язків між об'єктом і його символом.

Метод *порівняння* застосовується для порівняння версій різних учнів, їх версій з культурно-історичними аналогами, які формулювали великі вчені, філософи, богослови, при порівнянні різних аналогів між собою [20].

Метод *евристичного спостереження*. Результатом спостереження учнем є: а) інформаційний результат спостереження; б) застосований спосіб спостереження; в) комплекс особистих дій і відчуттів, що супроводжували спостереження. Ступінь творчості учня в ході його спостереження визначається новизною отриманих результатів порівняно з уже наявними у нього раніше. Одночасно з отриманням заданої вчителем інформації учні видобувають і нову інформацію, конструюють нові знання. Цей процес носить або спонтанний характер, або цілеспрямований. Мета даного методу – навчити дітей добувати і конструювати знання за допомогою спостережень.

Метод *дослідження*. Вибирається об'єкт дослідження і пропонується самостійно дослідити заданий об'єкт за таким планом: мета дослідження – план роботи – факти про об'єкт – досліді, малюнки дослідів, нові факти – виниклі питання і проблеми – версії відповідей, гіпотези – рефлексивні судження, усвідомлені способи діяльності та результати – висновки. Подібна алгоритмизація діяльності учнів дає можливість учню отримати свій власний освітній результат.

Метод *гіпотез*. Учням пропонується завдання – сконструювати версії відповідей на поставлене вчителем запитання або проблему. Первинним завданням є вибір підстав для конструювання версій. Учні пропонують вихідні позиції або точки зору на проблему, засвоюють різнонауковий, різноплановий підхід до конструювання гіпотез. Потім вчаться найбільш повно і чітко формулювати варіанти своїх відповідей на запитання, спираючись на логіку. Метод гіпотез розвивається при вирішенні питань прогностичного типу «що буде, якщо ...».

Метод *помилки*. Даний метод передбачає зміну в учня негативного ставлення до помилок, заміну його на конструктивне використання помилок для поглиблення пізнавальних процесів. Помилка розглядається як джерело протиріч, феноменів, винятків з правил, нових знань, які народжуються на протиставленні загальноприйнятих знань. Відшукування взаємозв'язків помилок з «правильністю» стимулює евристичну діяльність учнів, приводить їх до розуміння відносності та варіативності будь-яких знань [20].

До методів проблемного навчання відносять метод *доцільних задач*. В умовах задачного підходу до побудови змісту професійно спрямованого навчання математиці це можуть бути математичні задачі різного рівня складності, спрямовані на підготовку і власне засвоєння основних понять, фактів, способів діяльності. Цей метод підсилює функції задачного підходу у навчанні математики у профільній школі. Рівень складності професійно спрямованих задач від практичної ілюстрації конкретного змісту до побудови математичної моделі певного процесу і її дослідження дозволяє використовувати ці задачі як при використанні конкретно-індуктивного так і абстрактно-дедуктивного методів навчання математики. Метод доцільних задач є різновидом *евристичного* методу. На уроках математики набули поширення і інші різновиди цього методу. В методиці евристичний метод поділяють на такі види:

- метод доцільних задач;
- евристична бесіда;

- постановка і розв'язання проблеми;
- узагальнення способу розв'язання задачі.

В умовах реалізації задачного підходу до формування змісту навчання і залучення евристичних методів навчання математики у межах нашого дослідження для нас є цікавим підхід О. І. Скафи до побудови системи евристичних задач, а саме О. І. Скафою сформульовано загальнодидактичні вимоги до системи евристичних задач під час навчання математики:

1. Добір системи задач має відповідати змісту курсу природничих дисциплін, а самі задачі – їх функціям у процесі навчання.

2. Кожна задача має ідейну і технічну складність, тому важливим у системі задач є чергування пріоритетів ідейної і технічної складності.

3. На прикладі однієї-двох задач системи доцільно розглядати різні способи і методи розв'язання, а потім порівнювати отримані результати з різних точок зору (стандартність і оригінальність, використані прийоми мисленнєвої діяльності, практична цінність), що може стати в пригоді при розв'язанні інших задач системи і засвоєнні прийомів мисленнєвої діяльності.

4. Система задач має поступово ускладнюватися від більш легких і знайомих до менш легких і знайомих задач.

5. Осмислення умінь, використаних при розв'язанні задач одного типу, полегшує розв'язання задач інших типів.

6. Добір задач системи треба здійснювати диференційовано для різних типологічних груп учнів.

7. Задачі системи мають сприяти міжпредметному узагальненню набутих знань і перенесенню умінь.

8. До системи задач необхідно включати різні за структурую і змістом задачі.

9. Деякі задачі системи варто пропонувати у вигляді гіпотез, а в системі необхідно передбачати їхній розвиток.

10. Треба передбачати можливість розв'язування деяких задач системи різними методами або способами, при цьому обов'язковим є аналіз кожного способу розв'язання задачі й вибір найраціональнішого.

11. Система задач має сприяти формуванню інтелектуальних умінь творчого характеру.

Запропонована О. І. Скафою і використана нами у власному дослідженні характеристика системи задач для побудови системи професійно спрямованих задач сприятиме використанню евристичних методів у процесі розкриття змісту у навчанні математики у профільній школі [20].

Суть методу *наскрізних задач* полягає в тому, що при вивченні математики учні розглядають кілька основних фізичних моделей, що допомагають їм усвідомити сенс розглянутих понять, їх властивості, різні випадки практичного застосування засвоєних понять, їх взаємозв'язків тощо. Розгляд фізичних моделей з різних сторін дає можливість методично доцільно вводити і вивчати основні поняття курсу математики, систематично і доступно будувати навчальний матеріал, реалізує професійну спрямованість навчання. Наприклад:

а) Модель процесів органічного зростання та спадання (зокрема, процесу радіоактивного розпаду). Вивчення цієї моделі з різних сторін призводить до наступної системи понять: 1) геометрична прогресія; 2) степінь з будь-яким показником; 3) показникова функція і її властивості; 4) логарифмічна функція і її властивості; 5) корінь  $n$ -го степеня і його властивості; 6) найпростіші показникові рівняння і нерівності та їх розв'язання; 7) найпростіші логарифмічні рівняння і нерівності та їх розв'язання; 8) числова послідовність; 9) границя послідовності; 10) монотонність і неперервність функції; 11) диференціювання показникової і логарифмічної функцій; 12) диференціальне рівняння органічного зростання і спадання величин.

б) Модель гармонійного коливального руху. Вивчення її з різних точок зору приводить до системи понять, пов'язаних з тригонометричними функціями [20].



Характерні риси методу наскрізних завдань:

1. Цей підхід до навчання заснований на розгляді такого практичного матеріалу, який розкриває генезис математичних понять, показує їх походження, мотивує необхідність введення понять, логіку їх розвитку.

2. Головна увага звертається на чуттєві сприйняття, тобто на інтуїцію, і на ясні фізичні уявлення.

3. Джерелами нової інформації є приклади, пов'язані з кількісним вивченням різних аспектів однієї і тієї ж фізичної моделі.

4. Метод наскрізних завдань використовує в курсі математики факти з теорії, отримані в суміжних предметах.

5. Створюється можливість побудови системи задач, при розв'язуванні яких учень використовує різні аспекти математичної діяльності (виявлення проблемних ситуацій, математизація конкретних ситуацій, рішення задач, мотивуючих необхідність розширення теорії).

6. Відповідає вимогам проблемного характеру навчання в школі.

Основною процедурою методу наскрізних задач є виділення з усього цілісно відібраного змісту найбільш суттєвого, що дозволяє сконцентрувати на ньому увагу при поясненні матеріалу, під час виконання вправ, а також у ході подальшого опитування.

Алгоритмічний метод забезпечує учнів списком вказівок, коротких, лаконічних, що спонукають контролювати свої дії і містять в собі всі необхідні пояснення, що дає можливість учням зв'язно пояснювати розв'язування задачі і не тільки самостійно виправляти помилки, а й уникати їх. Вміння застосовувати алгоритми розвивають усну та письмову мову, учні досить швидко переходять до складніших вмінь – самостійного складання нових алгоритмів.

Залежно від цілей формування професійної спрямованості особистості старшокласників, зміст професійно спрямованого навчання, рівень математичної підготовки випускників профільної школи, відбувається вибір *форм організації навчання*.

Критеріями вибору форми є:

- 1) наближення умов діяльності учнів на уроках математики до умов виконання завдань певних професій;
- 2) нестандартні прийоми організації діяльності; використання інформаційних, інтерактивних технологій тощо;
- 3) активізація пізнавальної діяльності учнів, стимулювання творчої активності, виховання почуття відповідальності, вдосконалення навичок співпраці, вміння спілкуватися, приймати продумані рішення;
- 4) збагачення учнів знаннями у сфері обраного напрямку професійного розвитку в процесі розв'язування професійно спрямованих задач;
- 5) урахування специфіки певного профілю, а також рівня підготовленості учнів [20].

*Урок-лекція* виконує інформаційну, професійно-виховну, методологічну, оцінну, розвивальну та виховну функції. За внутрішньою формою організації навчання урок-лекції поділяють на:

- вступні (покликані збудити або підсилити інтерес, розвинути мотиви пізнавальної діяльності, допомогти зорієнтуватися в літературі, дати установку на самостійну роботу);
- тематичні (висвітлюють основні факти, їх аналіз, висновки, доведення конкретних наукових положень);
- заключні;
- оглядові з певної проблеми;
- лекції-консультації.

Наразі існують різні види лекцій: інформаційні лекції, проблемні лекції, лекції-візуалізації, лекції удвох, лекції із запланованими помилками, лекції – прес-конференції, інструктивні лекції, лекції-діалоги, лекції з науковою структурою, лекції теоретичного конструювання. Такі лекції сприяють здійсненню переходу від простої передачі інформації до активного засвоєння змісту навчання із включенням механізмів теоретичного мислення та всієї структури психічних функцій.

Лекції *проблемного* характеру плануються таким чином, що процес пізнання наближається до пошукової, дослідницької діяльності. При цьому забезпечується досягнення трьох основних цілей навчання: засвоєння теоретичних знань, розвиток теоретичного мислення, формування пізнавального інтересу до змісту навчального предмета. На відміну від *інформаційної* лекції, де новий матеріал пропонується як готовий для запам'ятовування, на проблемній лекції навчальний матеріал пропонується слухачам як новий невідомий для них. Такий методичний прийом дозволяє створити ілюзію власного відкриття в науці. При цьому активізуються емоційна сфера, мислення слухачів, їх ставлення до матеріалу, що вивчається. На проблемній лекції залучення учнів до активного сприймання матеріалу здійснюється шляхом створення проблемних ситуацій [20].

У лекції-*візуалізації* відбувається перекодування різних видів інформації у візуальну, яка надалі є для учнів опорою при розгортанні розумових і практичних дій.

Лекція *вдвох* доцільна тільки у профільних класах старшої школи, її ведуть два викладачі, які обговорюють одну й ту ж проблему з різних точок зору.

Лекція із *запланованими помилками* дає змогу розвинути в учнів уміння аналізувати, самостійно виконувати певні операції, запропоновані вчителем. Аналіз помилок може слугувати для вчителя основою для створення проблемних ситуацій.

Лекція *прес-конференція* задовольняє пізнавальні потреби учнів, які вони можуть окреслити добором для викладача питань із теми, що їх цікавлять.

*Інструктивні* лекції знайомлять учнів з алгоритмами розв'язання задач, правилами виконання експериментів, законами вивчення понять, способами конструювання правил, законів, пояснюються методи навчального пізнання, розкривається організаційний механізм заняття школярів.

*Лекція-діалог* дозволяє уникнути пасивного сприйняття інформації, спонукає учнів до активної дії.

*Лекція з науковою структурою* використовує структури, властиві досліджуваній науці або проблемній області.

*Лекції теоретичного конструювання* навчають школярів систематизувати й узагальнювати свої освітні результати на теоретичній основі.

*Семінар* – форма заняття, що забезпечує створення учнями особистих освітніх продуктів в ході колективно-групової комунікації. Основною метою семінарського заняття є забезпечення можливості практичного застосування набутих теоретичних знань. Під час семінарських занять слухачі повинні навчитися або продемонструвати своє вміння виступати перед аудиторією, володіти мистецтвом опановувати, доводити свою правоту або спростовувати хибність будь-якої ідеї, демонструвати рівень теоретичної підготовки. Порівняно з іншими формами навчальних занять семінар вимагає від учнів досить високого рівня самостійності, яка проявляється в умінні працювати з декількома джерелами інформації, бути активними, працювати під час обговорення, робити власні висновки й узагальнення.

За дидактичними цілями семінари діляться на заняття: введення в тему, планування її вивчення, дослідження фундаментальних освітніх об'єктів, подання і захисту освітніх результатів, поглиблення, узагальнення та систематизації знань, контрольні та залікові семінари, аналітичні семінари.

За способом і характером проведення розрізняють ввідні, оглядові, самоорганізовуючі, пошукові семінари, індивідуальні та групові семінари, семінари-проекти, семінари з розв'язування задач, «круглі столи», «мозкові атаки», семінари-ділові ігри та ін.

За домінуючими формами комунікації учнів евристичні семінари будуються на наступних видах роботи: індивідуальній, парній, груповій, колективній, індивідуально-колективній [20].

*Гра* також є доцільною формою для організації професійно спрямованого навчання математики. За ігровою методикою розрізняють: предметні, сюжетні, рольові, ділові, імітаційні ігри та ігри-драматизації. З точки зору професійно спрямованого навчання математики серед запропонованих видів ігор прийнятними є рольові та ділові ігри. *Рольова* гра дає можливість відтворити ситуацію в «ролях», що дозволяє краще зрозуміти психологію людей, з'ясувати їх мотиви і дії під час прийняття важливих рішень. Рольова гра формує мотиваційну та емоційно-ціннісну сфери особистості старшокласників. *Ділова* гра дозволяє створювати практичні і виробничі ситуації, під час яких всі гравці приймають участь у розв'язанні проблем. Ділова гра сприяє формуванню інтелектуальної сфери особистості учня та орієнтує його професійно.

Вибір форми навчання обумовлюється змістом і цілями навчання, рівнем методичної озброєності вчителя, рівнем підготовки учнів.

Ефективність застосування різних методів навчання, активізація пізнавальної діяльності учнів, вплив на сфери особистості старшокласників значною мірою залежать від засобів навчання. Засоби навчання – знаряддя діяльності вчителя та учня, являють собою матеріальні та ідеальні об'єкти, які залучаються в освітній процес як носії інформації та інструменту діяльності.

Дидактичні функції засобів навчання полягають у наступному: - зменшення витрат часу; - передача необхідної для навчання інформації; - розгляд досліджуваного об'єкта чи явища частинами і в цілому; - забезпечення діяльності учнів і педагога [20].

Класифікація засобів навчання за А. В. Хуторським [50]:

- 1) за складом об'єктів: матеріальні (приміщення, обладнання, меблі, комп'ютери, розклад занять) та ідеальні (образні уявлення, знакові моделі, уявні експерименти, моделі Всесвіту);
- 2) за відношенням до джерел появи: штучні (прилади, картини, підручники) та природні (натуральні об'єкти, препарати, гербарії);

- 3) за складністю: прості (зразки, моделі, карти) та складні (відеомагнітофони, комп'ютерні мережі);
- 4) за способом використання: динамічні (відео) та статичні (кодопозитиви);
- 5) за особливостями будови: плоскі (карти), об'ємні (макети) та віртуальні (мультимедійні програми);
- 6) за характером взаємодії: візуальні (діаграми, демонстраційні прилади), аудіальні (магнітофони, радіо) та аудіо-візуальні (телебачення, відеофільми);
- 7) за носієм інформації: паперові (підручники, картотеки), магнітооптичні (фільми), електронні (комп'ютерні програми, електронні підручники) та лазерні (CD-ROM, DVD);
- 8) за рівнями змісту освіти: засоби навчання на рівні уроку (текстовий матеріал та ін.), на рівні предмету (підручники) та на рівні всього процесу навчання (навчальні кабінети);
- 9) за відношенням до технологічності процесу: традиційні (наочні посібники, музеї, бібліотеки), сучасні (засоби масової інформації, мультимедійні засоби навчання, комп'ютери) та перспективні (веб-сайти, локальні і глобальні комп'ютерні мережі).

В еру інформаційних технологій відбувається перехід до широкого застосування комп'ютерів і програмного забезпечення на виробництві, в управлінні, освіті, медицині, торгівлі, банківській справі і т.ін. Тому ні один з напрямків профільного навчання в старшій школі не може обійтися без оволодіння інформаційними технологіями. Актуальними засобами навчання змістової лінії «Геометричні величини» в старшій профільній школі стають комп'ютерні програми, мультимедійні засоби, інтернет-мережі.

## Висновки

Процес профілізації сучасної старшої школи носить об'єктивний і закономірний характер. Роль математичної підготовки в освіті, розвитку і вихованні людини визначають основні завдання навчання математики в загальноосвітній школі, а саме: формування уявлень про ідеї і методи математики і їхню роль у пізнавальній діяльності; оволодіння системою математичних знань і умінь, необхідних у повсякденному житті і трудовій діяльності кожному членові сучасного суспільства, достатніх для вивчення інших дисциплін, для продовження навчання в системі безперервної освіти; формування і розвиток засобами математики якостей особистості, необхідних людині для повноцінного функціонування в суспільстві.

Професійна спрямованість – складне утворення, що являє собою компонент у структурі спрямованості особистості і має власну складну ієрархічну структуру, компоненти спрямованості особистості входять у структуру професійної спрямованості (інтереси, здібності, схильності, ціннісні орієнтації).

Процес формування і розвитку професійної спрямованості безпосередньо пов'язаний з динамічними змінами її структурних компонентів. Старший шкільний вік є найбільш сприятливим, щодо виявлення схильності, прагнень/намірів та формування інтересів, мотивів і ціннісних орієнтацій старшокласників у напрямку їх професійного самовизначення, а тому є підстави стверджувати, що навчання у старшій профільній школі має бути орієнтованим на формування якостей особистості старшокласника, які визначають його професійну спрямованість. Професійна спрямованість навчання виступає категорією педагогічної науки, яка передбачає єдність змістовного і процесуального аспектів, що регулюють зміст і структурування матеріалу, вибір методичних засобів з урахуванням необхідності формування професійно важливих знань, умінь і навичок фахівця.

Реалізація в навчанні математиці принципу професійної спрямованості повинна мати на меті розвиток мислення і формування професійно значимих

прийомів розумової діяльності; забезпечення математичного апарату для вивчення спеціальних дисциплін і професійної підготовки; методологічну підготовку до безперервної самоосвіти в галузі математики і її застосувань.



## Список використаної літератури

1. Акуленко І. А. Професійна спрямованість навчання математики в профільній школі. Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти ПМО – 2010» (24–26 листопада 2010 року, м. Черкаси). Черкаси, 2010. С. 50-52.
2. Бевз Г. П., Бевз В. Г., Владіміров В. М., Владімірова Н. Г. Геометрія. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти. К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. — 272 с.
3. Богатирьова І. М., Сердюк З. В. Методика розв'язування прикладних задач у шкільному курсі геометрії. Вісник Черкаського університету. Серія «Педагогічні науки». Черкаси: Вид. від ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2011. Вип. 211, ч. II. С. 19–23.
4. Бурда М. І. Особливості організації навчання математики в 10-12 класах на профільному рівні / М. І. Бурда, О. І. Глобін // Вісник Черкас. ун-ту. Сер. Пед. науки. – 2009. – Вип. 150. – С. 24-31.
5. Бурда М. І. Методичні основи диференційованого формування геометричних умінь учнів основної школи: дис. доктора пед. наук : 13.00.02 / М. І. Бурда. К.: Ін-т педагогіки АПН України, 1994. 347 с.
6. Варварецька Г.А. Професійна спрямованість у системі суміжних наукових категорій. Наукові записки Національного педагогічного університету імені М.П. Драгоманова. Серія: Педагогічні та історичні науки, 2012. Вип. 108. С.25-29.
7. Власенко К.В. Геометрія для майбутніх інженерів: навчально-методичний посібник для учнів старшої школи / К.В. Власенко, І.М. Реутова; за ред. проф. О.І. Скафи; Донбаська державна машинобудівна академія. Донецьк: вид-во "Вебер", 2009. 191 с.
8. Вострікова В. В. Педагогічні засади професійної орієнтації старшокласників у навчально-виховному процесі профільного ліцею:

автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.07 / Вострікова В. В. К., 2009. 22 с.

9. Голубенко М. К. Як створити профільну школу. К.: Шк. світ, 2010. 128 с.

10. Гончаренко С. У. Зміст загальної освіти і її гуманізація. Неперервна професійна освіта: проблеми, пошуки, перспективи, 2000. – С. 81-98.

11. Гузик М. П. Методологічні вимоги до побудови структури процесу навчання за комбінованою системою організації навчально-виховного процесу. Відкритий урок. Хімія. К.: Плеяди, 2003. 88 с.

12. Дмітренко Н. Є. Дидактичні засади профільного навчання учнів приватних загальноосвітніх навчальних закладів: дис. канд. наук: 13.00.09 / Дмітренко Наталя Євгеніївна, Вінниця, 2009. 280 с.

13. Загребельний С. Л. Формування у старшокласників інтересу до професії у процесі вивчення предметів фізико-математичного циклу: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: 13.00.07 / Загребельний С. Л. Луганськ, 2006. 22 с.

14. Істер О., Єргіна О. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Київ: Вид-во «Генеза», 2019. – 288 с.

15. Касіяненко Г.А. Застосування задач практичного та прикладного змісту в курсі математики як один із шляхів формування компетентної особистості / Г.А. Касіяненко, Т.О. Кіслова: навчально-методичний посібник. Вінниця: ММК, 2017. – 93 с

16. Концепція профільного навчання: Проект. UML: <http://mon.gov.ua/ua/pr-viddil/1312/1390288033/1402388614>.

17. Королюк А.П. Методика використання прикладних задач у шкільному курсі математики. Методичний посібник. Рівне: РОІППО, 2018. – 30 с.

18. Лебедев О. Е. Компетентностный подход в образовании. Школьные технологии, 2004. № 5. С. 3-12.

19. Лепманн Л., Лепманн Т., Вельскер К. Математика. 12 клас. Таллин: Коолибри, 1997. 304 с.
20. Лов'янова І. В. Професійно спрямоване навчання математики у профільній школі: теоретичний аспект: монографія. Черкаси: Видавець Чабаненко Ю.А., 2014. 354 с.
21. Ломов Б. Ф. Методологические и теоретические проблемы психологии: научное издание. М.: Наука, 1984. 444 с.
22. Малкова Т. Формування професійної спрямованості у слухачів вищих навчальних закладів системи МВС. Неперервна професійна освіта: теорія і практика, К., 2002. Вип. 1(5). С. 17-23.
23. Мерзляк А. Г., Номіровський Д. А., Полонський В. Б. та ін. Геометрія : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти. Х. : Гімназія, 2019. — 204 с.
24. Митина Л. М. Психология профессионального развития учителя: монография. М.: Флинта, 1998. 200 с.
25. Мухина Т. Г. Начальная общепедагогическая подготовка как средство формирования у старшеклассников профессионального интереса к педагогической деятельности (На материале профильных педагогических классов): дис. канд. пед. наук: 13.00.01. Н.- Новгород, 2003. 338 с.
26. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.
27. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарт. <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>

28. Нелін Є. П., Долгова О. Є. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 11 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2019. — 208 с.
29. Нелін Є.П. Геометрія (профільний рівень) : підруч. для 10 кл. закл. загал. серед. освіти. Харків : Вид-во «Ранок», 2018. — 240 с.
30. Опачко М. В. Професійна орієнтація учнів в процесі розв'язування задач фізикотехнічного змісту: дис. кандидата пед. наук: 13.00.02. К., 2001. 215 с.
31. Ошнек А., Волошина С. Запровадження профільного навчання в навчально-виховний процес школи. Як створити профільну школу, К.: Шк. світ, 2010. С. 83-88.
32. Пересунько В. Циліндр у контексті прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії. <https://conferences.vntu.edu.ua/index.php/pmouc/pmouc/paper/viewFile/5683/4828>.
33. Писарева С. А. Профильное обучение как фактор обеспечения доступности образования: российское видение:[рекомендации по результатам научных исследований]/под ред. Г. А. Бордовского, СПб.: Изд-во РГПУ, 2006. 83 с.
34. Полянская В. А. Профессиональная направленность студентов-юристов и ее динамика на начальном этапе освоения юридической деятельности: дисс. канд. психол. наук: 19.00.06. М., 2004. 208 с.
35. Прус А.В. Прикладна спрямованість шкільного курсу стереометрії: автореф. дис. на здобуття наук. ступеня канд. пед. наук: спец. 13.00.02 "Теорія та методика навчання математики" / К.: НПУ, 2007.-20 с.
36. Ревякина В. И. Теория и практика допрофессиональной подготовки старшеклассников к педагогической деятельности: автореф. дис. на соиск. учен. степени д-ра пед. наук: спец. 13.00.01 "Общая педагогика, история педагогики и образования". Барнаул, 2002. 42 с.

37. Рубинштейн С. Л. Основы общей психологии. СПб.: Питер, 2002. 720 с.
38. Савченко О. Я. Цілі і цінності реформування сучасної освіти. Шлях освіти. 1996. №1. С. 20-23.
39. Самарук Н. М. Професійна спрямованість навчання математичних дисциплін як чинник ефективного формування готовності до професійної діяльності. Вісник Національної академії Державної прикордонної служби України, 2010. Вип.2. UML: [http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vnadps\\_2010\\_2\\_20](http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vnadps_2010_2_20).
40. Самодрін А. П. Педагогічне проектування і діагностика в умовах профільного навчання. Оцінювання знань учнів в умовах профільного навчання / Упор. Л. Ф. Пашко, Н. В. Корягіна, О. П. Коваленко, Л. І. Симоненко, Полтава: ПОІППО, 2008. С. 16-29.
41. Сергієнко В. П. Інтеграція фундаментальності та професійної спрямованості курсу загальної фізики у підготовці сучасного вчителя: Монографія. К.: НПУ, 2004. 382 с.
42. Слєпкань З. І. Ще раз про диференціацію навчання математики і роль в ній освітнього стандарту. Математика в школі, 2002. №2. С. 29-30.
43. Соколенко Л.О. Досвід використання професійних сюжетів у процесі навчання математики старшої школи. Математика в сучасній школі, 2013, №4. С.43-48.
44. Степаненко Л. В. Геометричні тіла. Об'єми і площі поверхонь геометричних тіл. Розв'язування задач. Математика в школах України, 2018. №4-5. С42-50.
45. Тарасенкова Н. А. Організація навчання математики у старшій профільній школі : монографія / Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко, І. В. Лов'янова, З. О. Сердюк; за ред. Н. А. Тарасенкової. – Черкаси: Видавець ФОП Гордієнко, 2017. – 216 с.

46. Филиппов В. М. Обновлять образование на благо будущих поколений. Высшее образование сегодня, 2004. №2. С. 37-38.
47. Філон Л. Г. Професійна спрямованість навчання стереометрії учнів старшої профільної школи. UML: <http://erpub.chnpu.edu.ua:8080/jspui/bitstream/123456789/823/1/Професійна%20спрямованість.pdf>
48. Фурман А. В. Системна диференціація навчання: концепція, теорія, технологія. Освіта і управління, 1997. №2. С.7-11.
49. Швець В.О., Прус А.В. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії: Навчальний посібник. Житомир: Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007.156 с.
50. Хуторской А. В. Практикум по дидактике и методикам обучения. – СПб: Питер, 2004. – 541 с.