

Національний університет «Чернігівський колегіум» імені

Т.Г.Шевченка

Природничо-математичний факультет

Кафедра математики

Кваліфікаційна робота

освітнього ступеня «магістр» на

тему

**«Використання дистанційного навчання під час вивчення функціональної
змістової лінії у закладах загальної середньої освіти»**

Виконав: студент 6 курсу ,

групи 61, спеціальності

014 Середня освіта (математика)

Колоток Вадим Олександрович

Науковий керівник:

к.п.н., доцент Соколенко Л.О.

Чернігів – 2023 рік

Роботу подано до розгляду « _____ » _____ 20__ року.

Студент _____

(підпис) (прізвище та ініціали)

Науковий керівник _____

(підпис) (прізвище та ініціали)

Рецензент _____

(підпис) (прізвище та ініціали)

Кваліфікаційна робота розглянута на засіданні кафедри математики та економіки.

Протокол № _____ від « _____ » _____ 20__ року.

Студента допускається до захисту даної роботи в екзаменаційній комісії.

Завідувач кафедри _____

(підпис) (прізвище та ініціали)

ЗМІСТ

ВСТУП.....	5
РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ.....	10
1.1. Дистанційне навчання як форма організації навчального процесу	10
1.2. Сучасні освітні засоби для дистанційного навчання.....	15
1.3. Сучасний стан організації та проведення дистанційного навчання для учнів закладів загальної середньої освіти.....	24
1.4. Аналіз системи організації дистанційного навчання в ОЗ Менська гімназія	29
РОЗДІЛ 2. СКЛАДОВІ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ КУРСУ АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ СТАРШОЇ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ ТА МЕТОДИКА ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ.....	31
2.1. Аналіз чинних програм шкільного курсу «Алгебра і початки аналізу» 10-11 класів на предмет вивчення функціональної змістовної лінії на різних рівнях у ЗЗСО	31
2.2. Методика навчання теоретичного матеріалу функціональної змістовної лінії курсу «Алгебра і початки аналізу» 10-11 класів на різних рівнях	34
2.2.1. Методика навчання теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» курсу алгебра і початки аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання	34
2.2.2. Методика навчання теми «Степенева функція» курсу алгебра і початки аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання	37
2.2.3 Методика навчання теми «Тригонометричні функції» курсу алгебра і початки аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання	50
2.2.4. Методика навчання теми «Показникова та логарифмічна функції» курсу алгебра і початки аналізу 11 класу в умовах дистанційного навчання.	61
2.3 Методика навчання розв’язування задач функціональної змістовної лінії курсу алгебра і початки аналізу 10-11 класу на різних рівнях в умовах дистанційного навчання	67
2.4 Методика проведення онлайн-уроків з різних тем функціональної змістовної лінії курсу алгебра і початки аналізу на різних рівнях	76
2.5 Створення тестів для перевірки знань учнів	81
2.6 Налаштування зворотного зв’язку з учнями та батьками та створення розкладу занять	84
2.7 Дистанційна перевірка виконання домашніх завдань учнями	86

2.9 Експериментальна перевірка результатів дослідження методики організації та проведення дистанційного навчання математики в старшій школі на прикладі навчання функціональної змістової лінії.....	89
ВИСНОВКИ.....	93
СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ	99
Додаток А	104
Додаток Б.....	113
Додаток Г.....	117
Додаток Д	118
Додаток Е	120

ВСТУП

Сучасний світ переживає трансформацію у всіх аспектах життя, включаючи освіту. З поширенням інформаційних технологій і зростанням доступу до Інтернету, дистанційне навчання стає все більш актуальним та важливим елементом освітнього процесу. За останні роки освітні заклади всього світу стикаються з необхідністю адаптації до нових викликів і можливостей, які пропонує ця форма навчання. Особливо це стосується вивчення функціональної змістової лінії у закладах загальної середньої освіти.

Функціональна змістова лінія в освіті визначається як система цілей та завдань, спрямованих на розвиток певних функціональних здібностей та навичок учнів. Ця лінія має на меті підготовку учнів до життя в сучасному суспільстві, забезпечуючи їм необхідні знання і навички для успішної соціальної і професійної адаптації. Важливим аспектом вивчення функціональної змістової лінії є забезпечення доступу до якісної освіти всім учням, незалежно від їхнього місця проживання чи інших обставин.

З огляду на вищезазначені фактори, дистанційне навчання може відігравати ключову роль у вивченні функціональної змістової лінії. Ця форма навчання надає можливість розширити географічний охоплення освіти та забезпечити доступ до високоякісного навчання для учнів, навіть тих, хто знаходиться в віддалених або важкодоступних регіонах. Більше того, дистанційне навчання може стати інноваційним інструментом для персоналізації освіти, адаптуючи навчальний процес до індивідуальних потреб і можливостей кожного учня.

Однак, впровадження дистанційного навчання у вивченні функціональної змістової лінії супроводжується численними викликами і питаннями. Ця магістерська робота спрямована на аналіз і вивчення цих аспектів з метою розробки рекомендацій та стратегій для ефективного використання дистанційного навчання в процесі вивчення функціональної змістової лінії у загальноосвітніх закладах.

Для досягнення цієї мети, у роботі буде розглянуто різні аспекти використання дистанційного навчання, включаючи технічні та педагогічні

аспекти, питання доступності, а також вплив дистанційного навчання на якість освіти та успішність учнів. Додатково, у роботі будуть розглянуті інноваційні підходи до організації дистанційного навчання та використання сучасних технологій для поліпшення навчального процесу.

Один із ключових аспектів використання дистанційного навчання в вивченні функціональної змістової лінії - це питання доступності. Щоб забезпечити успішну освітню інтеграцію всіх учнів, незалежно від їхньої фізичної або психологічної специфіки, необхідно розробляти навчальні матеріали та платформи з урахуванням потреб і можливостей різних категорій учнів. Це означає розробку адаптивних курсів, які дозволять учням з різними потребами пристосовувати навчання до своїх індивідуальних потреб.

Окрім цього, важливо враховувати питання цифрової грамотності серед учнів та вчителів. Це включає в себе навички роботи з комп'ютерами, Інтернетом, а також засобами навчання та комунікації в онлайн-середовищі. Для ефективного використання дистанційного навчання необхідно забезпечувати навчання вчителів інструментами та методиками, які допоможуть їм стати компетентними у цифровому середовищі та ефективно керувати навчальним процесом в онлайн-форматі.

Слід також відзначити, що успішність використання дистанційного навчання у вивченні функціональної змістової лінії значною мірою залежить від якості навчальних матеріалів та платформ, які використовуються. Розробка і адаптація цих матеріалів для онлайн-середовища вимагає інвестицій, експертного знання і зусиль. Також важливо враховувати особливості мультимедійного змісту, використання інтерактивних методів та інших педагогічних підходів для досягнення максимальної ефективності дистанційного навчання.

У відповідь на необхідність використання дистанційного навчання для вивчення функціональної змістової лінії у закладах загальної середньої освіти, вчителі повинні розвивати нові підходи до планування і впровадження навчальних програм. Важливим елементом є розробка інтерактивних навчальних

платформ, які забезпечують активну участь учнів у навчальному процесі. Такі платформи можуть включати в себе відеоуроки, інтерактивні завдання, вебінари та можливість взаємодії між учнями та вчителями через спеціалізовані комунікаційні інструменти.

З огляду на потенціал і важливість дистанційного навчання, органи державної влади повинні розглядати можливості інвестицій у розвиток інфраструктури для дистанційного навчання, включаючи підвищення швидкості та надійності Інтернет-з'єднання, закупівлю сучасного обладнання та ресурсів для навчання.

Для ефективного використання дистанційного навчання також потрібно забезпечити постійний моніторинг та оцінку якості навчальних програм та матеріалів. Аналіз даних про успішність учнів, їхню активність та взаємодію з навчальним контентом може допомогти вдосконалити навчальний процес та адаптувати його до потреб учнів.

Загалом, дистанційне навчання у вивченні функціональної змістової лінії представляє собою інноваційний шлях до поліпшення якості освіти та розширення доступу до неї. Однак це також вимагає системного підходу, інвестицій та експертної підготовки. У подальших дослідженнях та розвитку цієї теми слід звертати увагу на вплив дистанційного навчання на результати навчання та соціальну адаптацію учнів, а також на розвиток нових технологій та методик, які підтримують цей процес.

Об'єкт дослідження: процес навчання курсу алгебри і початків аналізу старшої школи.

Предмет дослідження: дистанційні технології навчання функціональної змістової лінії курсу алгебри і початків аналізу старшої школи.

Мета дослідження: розробити ефективну методику використання дистанційних технологій навчання функціональної змістової лінії курсу алгебри і початків аналізу старшої школи.

Завдання дослідження:

1) Розглянути дистанційне навчання як форму організації навчального процесу та дослідити стан реалізації дистанційного навчання у вітчизняних закладах загальної середньої освіти.

2) Виокремити основні етапи розвитку дистанційної освіти та оцінити сучасний стан його розвитку в Україні.

3) Охарактеризувати основні засоби, що використовуються в процесі дистанційного навчання в закладах загальної середньої освіти.

4) Проаналізувати чинні навчальні програми на предмет вивчення функціональної змістової лінії на різних рівнях у старшій школі.

5) Розглянути методику навчання функціональної змістової лінії учнів старшої школи на різних рівнях.

6) Дослідити методи проведення онлайн-уроків з алгебри і початків аналізу, створення тестів для перевірки знань учнів, організацію зворотного зв'язку з учнями та батьками, а також дистанційну перевірку виконання домашніх завдань.

7) Описати результати проведення експериментальної перевірки результатів дослідження методики організації та проведення дистанційного навчання математики в старшій школі на прикладі навчання функціональної змістової лінії.

Коротка характеристика змісту кваліфікаційної роботи:
Кваліфікаційна робота складається з двох розділів – теоретичного та практичного.

У першому розділі представлені дослідження питань, пов'язаних з роллю дистанційного навчання у системі освіти, використанням сучасних освітніх засобів та аналізом стану організації дистанційного навчання в загальноосвітніх закладах, зокрема у на прикладі ОЗ Менська Гімназія.

У другому розділі представлені конкретні аспекти дистанційного навчання курсу "Алгебра і початки аналізу". Це включає аналіз програми курсу, методику викладання теоретичного матеріалу на різних рівнях, планування та проведення онлайн-уроків, створення тестів для перевірки знань, налаштування зворотного

зв'язку з учнями та батьками, а також контроль виконання домашніх завдань учнями.

Кількість таблиць в роботі – 9 (з них 3 в першому розділі, 6 в другому). Кількість рисунків в роботі – 25 (з них 2 в теоретичній частині, а 23 в практичній). Список літератури налічує 42 джерела (з них публікації автора – 2). Робота розміщена на 104 сторінках (3.4 умовних друкованих аркушів). Додатки розміщені на 21 сторінках.

РОЗДІЛ 1. ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ДОСЛІДЖЕННЯ

1.1. Дистанційне навчання як форма організації навчального процесу

Дистанційне навчання в закладах загальної середньої освіти - це процес навчання, який відбувається віддалено, за допомогою комп'ютерних технологій та Інтернету. Ця форма навчання стала особливо актуальною під час пандемії COVID-19, коли багато шкіл у всьому світі та, зокрема в Україні, перейшли на дистанційну освіту для забезпечення безпеки учнів та педагогічних працівників. Під час дії воєнного стану застосування онлайн форми навчання залишається актуальним для багатьох загальноосвітніх закладів середньої освіти в нашій державі.

Одним із важливих аспектів дистанційного навчання є інклюзивність. Інклюзивність в освіті означає забезпечення рівних можливостей для всіх учнів незалежно від їхніх особливостей, потреб та здібностей. Дистанційне навчання може сприяти інклюзивності, пропонуючи різноманітні інструменти та підходи для навчання, які відповідають різним потребам учнів.

За допомогою дистанційного навчання, учні з фізичними обмеженнями можуть отримувати доступ до освіти без перешкод, використовуючи технології, які дозволяють їм комунікувати та навчатися. Крім того, дистанційне навчання може забезпечувати індивідуальний підхід до навчання, враховуючи потреби кожного учня.

Як зазначають Яценко Е. та Левандовська І. суспільство є свідком процесу модернізації освіти, виникненням нових засобів комунікації та комп'ютерних технологій у різних галузях діяльності. Розширене застосування дистанційного навчання перетворює сприйняття кожним освіти та викладання. У навчальному процесі закладів освіти впроваджуються нові методи, підходи та форми організації, вимагаючи від педагогів адаптації до нових вимог та підвищення професійної мобільності [42].

На думку Бузько В. Л., Величко С. П. у дистанційній освіті має місце інтерактивне спілкування і оперативний зв'язок, у ході такого навчання

відкривається можливість його індивідуалізації. Викладач залежно від успіхів учня може застосовувати гнучку, індивідуальну методику навчання, пропонувати йому додаткові, орієнтовані на учня блоки навчальних матеріалів, посилання на інформаційні ресурси. Оскільки чинник часу (і уроку також) стає некритичним, учень може вибрати свій темп вивчення матеріалу, тобто може працювати за індивідуальною програмою, узгодженою із загальною програмою курсу, що є досить важливим для навчально-виховного процесу, й особливо у процесі формування і розвитку пізнавального інтересу школярів до природничо-математичних дисциплін [12].

Шевчук Г. Й. вважає, що дистанційне навчання на базі цифрових технологій має інтернаціональний і глобальний характер. І в ньому, крім традиційних підручників, студенти отримують можливість доступу до великого обсягу текстової, аудіо- та відеоінформації, проходження тестування, спілкування один з одним на значній відстані. Таким чином, забезпечуються гнучкість, варіативність, доступність, зручність і швидкість комунікацій [41].

Водночас, Ашиток Н., погоджується з тим, що у наші дні дистанційне навчання пропонує великий спектр можливостей для отримання освіти. Проте, на думку автора, ця перспективна форма навчання далека від досконалості, існує низка проблем, які необхідно розв'язувати [7].

Сучасний етап розвитку української системи освіти пов'язаний з її модернізацією та оновленням освітніх стандартів. Відповідно до Концепції Нової української школи сьогодні від кожного вчителя вимагається високий професіоналізм, опанування та застосування інноваційних педагогічних технологій, нових методів навчання і виховання учнів. Місією сучасної шкільної освіти стає не лише надання учням базових знань і навичок, а передусім розкриття та розвиток їхніх здібностей, талантів і можливостей на основі тісної співпраці вчителів, учнів та їхніх батьків [40].

Дійсно, переваги дистанційного навчання включають гнучкість графіка навчання, можливість навчання вдома або в будь-якому зручному місці, розширений доступ до навчальних ресурсів та можливість самостійної роботи.

Однак, деякі недоліки такого навчання включають меншу можливість для безпосередньої інтеракції з вчителем та однокласниками, вимогу до наявності доступу до комп'ютера та Інтернету, а також можливі проблеми зі стабільністю Інтернет-з'єднання.

Можемо виокремити наступні сильні сторони застосування дистанційного навчання в закладах середньої освіти:

1. Гнучкість: Дистанційне навчання дозволяє учням навчатися власним темпом і в зручний для них час. Вони можуть вибирати розклад і графік, що відповідають їхнім потребам і зайнятості.
2. Доступність: Дистанційне навчання дозволяє здобувати освіту тим, хто має обмежений доступ до традиційних шкіл, таким як учні, які живуть в сільській місцевості, інклюзивним учням або тим, які мають інші обставини, що заважають регулярному присутності у школі.
3. Розширені можливості навчання: Завдяки дистанційному навчанню, школи можуть пропонувати ширший спектр предметів та курсів, навчати учнів спеціалізованим знанням, які можуть бути недоступними в їхніх школах.

Крім того, недоліками (слабкими сторонами) такого навчання є:

1. Відсутність особистого контакту: В дистанційному навчанні відсутність фізичного присутності учнів і вчителів може призвести до втрати міжособистих взаємодій і важливої соціалізації, що може вплинути на розвиток учнів.
2. Відповідальність учнів: Дистанційне навчання вимагає від учнів великої самодисципліни і самоорганізації, оскільки вони зазвичай відповідають за свій власний графік і виконання завдань без прямого контролю вчителів.
3. Технічні проблеми: Дистанційне навчання потребує наявності необхідного обладнання, як комп'ютерів, надійного Інтернет-з'єднання та програмного забезпечення. Технічні неполадки, такі як відключення Інтернету або проблеми з комп'ютером, можуть перешкоджати

нормальному процесу навчання. Крім того, не всі учні можуть мати доступ до необхідних технологій через фінансові обмеження або відсутність доступу до Інтернету у деяких регіонах. Такі проблеми можуть обмежувати можливості дистанційного навчання для деяких учнів.

Також виділимо наступні можливості для впровадження дистанційної форми навчання:

1. **Інтерактивність та інновації:** Дистанційне навчання може використовувати інтерактивні технології, відеоконференції, віртуальну реальність та інші інструменти, що забезпечують цікаву та ефективну форму навчання. Це дає можливість використовувати інноваційні методики та залучати учнів до активної участі.

2. **Розширені можливості співпраці:** Дистанційне навчання може сприяти міжнародній співпраці та обміну знаннями між різними школами та учнями. Вони можуть спілкуватися, співпрацювати над проектами та дослідженнями, обмінюватися культурними досвідами та поглиблювати розуміння різних культур.

І нарешті зазначимо загрози, які можуть виникнути в процесі використання онлайн навчання:

1. **Нерівність доступу:** Дистанційне навчання може підсилити нерівності, оскільки не всі учні мають однаковий доступ до необхідних технологій та Інтернету. Учні з низьким соціоекономічним статусом, віддаленими регіонами або місцевостями з обмеженим Інтернет-покриттям можуть мати обмежені можливості отримати якісну освіту.

2. **Втрата мотивації:** Дистанційне навчання може призвести до втрати мотивації учнів. Відсутність особистого контакту з вчителем і співучнями, а також віддаленість від учительського нагляду можуть призвести до зниження зацікавленості і залученості учнів до навчання. Без необхідності безпосередньо зустрічатися з вчителем та однокласниками,

деякі учні можуть втратити мотивацію до виконання завдань та досягнення успіху.

3. Зосередженість та втома: Дистанційне навчання може бути вимагаючим для учнів з точки зору концентрації та уваги. Відсутність фізичної взаємодії і зміни оточення може призвести до швидкого втомлення учнів, особливо при довготривалих онлайн заняттях. Зосередженість може бути порушеною через різноманітні відволікання та доступ до інших електронних пристроїв.

Систематизуємо отримані результати аналізу діагностики дистанційного навчання в закладах загальної середньої в матриці (таблиця 1.1).

Таблиця 1.1

Результати аналізу дистанційного навчання в закладах середньої освіти

Сильні сторони	Слабкі сторони
<ul style="list-style-type: none">- Гнучкість- Доступність- Розширені можливості	<ul style="list-style-type: none">- Відсутність особистого контакту- Відповідальність учнів- Технічні проблеми
Можливості	Загрози
<ul style="list-style-type: none">- Інтерактивність та інновації- Розширені можливості співпраці	<ul style="list-style-type: none">- Нерівність доступу- Втрата мотивації- Зосередженість та втома

Важливо враховувати ці сильні й слабкі сторони, можливості та загрози при розгляді впровадження дистанційного навчання в школах та розробці відповідних стратегій для максимізації переваг і зменшення негативних наслідків при впровадженні дистанційного навчання в закладах середньої освіти.

Дистанційне навчання є потужним інструментом, який надає багато можливостей для учнів та навчальних закладів. Воно забезпечує гнучкість, доступність та розширені можливості навчання. Однак, його застосування

також пов'язане з певними викликами і загрозами, зокрема, нерівність доступу, втрата мотивації, втома та технічні проблеми.

Для успішного впровадження дистанційного навчання важливо забезпечити рівний доступ до технологій і Інтернету для всіх учнів, активно стимулювати мотивацію та залученість учнів, розробляти інноваційні методики та забезпечувати належний контроль якості. Крім того, розуміння та вирішення технічних проблем, а також збереження соціальної взаємодії і міжособистого контакту є важливими складовими успіху дистанційного навчання.

Зрозуміло, що дистанційне навчання не підходить для всіх ситуацій і всіх учнів, але при належному плануванні, розробці та підтримці воно може стати цінним доповненням до традиційної освіти, дозволяючи учням здобувати знання в умовах, які відповідають їхнім потребам і можливостям.

1.2. Сучасні освітні засоби для дистанційного навчання

Основні компоненти дистанційного навчання включають електронні платформи для навчання, відеоконференції, онлайн-уроки, електронні підручники та інші цифрові матеріали. Учні можуть отримувати завдання в електронному вигляді, виконувати їх, відправляти вчителю для перевірки та отримувати фідбек. Комунікація з вчителями та спілкування з однокласниками можуть здійснюватися через спеціальні платформи чи програми для обміну повідомленнями та спільної роботи.

Організація освітнього процесу під час організації дистанційної та змішаної форми навчання вимагає поєднання різноманітних технологій, креативного підходу до використання кожної з них. Саме тому освіта сьогодні ґрунтується на творчому поєднанні традиційних та інноваційних форм, засобів, методів і прийомів навчання. Уміння педагога застосовувати різні технології навчання дає йому змогу творчо підходити до організації освітньої діяльності здобувачів вищої освіти, обираючи в конкретних умовах саме ту технологію навчання, яка найкраще забезпечить засвоєння знань, формування умінь і навичок за мінімальних затрат зусиль і часу [25].

З метою підвищення ефективності дистанційного навчання математичних дисциплін доцільним і зручним для викладачів та студентів є використання різних цифрових інструментів Google: Google Classroom, Google Forms, які для учасників освітнього процесу вже є не новими, але робота з якими значно полегшує взаємодію. Google Forms є одним із альтернативних, доступних і простих засобів хмарних технологій, що часто застосовується з метою проведення поточного та підсумкового контролю знань учнів. Використання Google Forms відкриває можливості для систематичного контролю за процесом навчання, рефлексії навчальної діяльності та її своєчасної корекції, що є важливою умовою підвищення якості професійної підготовки майбутніх фахівців [26].

Усі освітні засоби доцільно поділити на кілька груп: інструменти для комунікації, інструменти для безпосередньої освіти, програмне забезпечення для захисту від шкідливих програм. Розглянемо кожен з цих груп детальніше.

Інструменти для комунікації призначені для встановлення зв'язку між вчителем та учнями для проходження уроків в онлайн формі. Використання додатків комунікації є надзвичайно важливим для ефективного дистанційного навчання. Ці додатки дозволяють вчителям зберігати постійний зв'язок зі своїми учнями, навіть якщо вони знаходяться на значній відстані один від одного. Крім того, такі додатки забезпечують можливість проведення онлайн зустрічей та веб-конференцій, що сприяє інтерактивній комунікації між учителем та учнями. Вони дозволяють вчителю давати відповіді на запитання у режимі реального часу, забезпечуючи негайну підтримку та взаємодію.

Для ефективної роботи дані засоби повинні мати відео та аудіо зв'язок. Зрозуміло має бути можливість створення комунікації для групи осіб. За допомогою цих сервісів потрібно мати змогу поширювати екран вчителя/учня з метою демонстрації навчальних матеріалів, зокрема презентацій. Наприклад такими сервісами є Google Meet, Zoom, Microsoft Teams тощо.

Тепер розглянемо інструменти для безпосереднього здійснення онлайн навчання. Перш за все, це програмного забезпечення, яке можна застосувати для

створення та поширення відео та аудіо матеріалів й презентацій. Перевагою використання відео та аудіо матеріалів є можливість переглянути чи прослухати учнями уроків з метою повторення або вивчення (в разі відставання від навчального плану) тієї чи іншої навчальної теми. Вчитель може записати екран монітору та звук під час проведення уроку і тоді в подальшому поширити це відео для учнів. Для цього можна скористатися вбудованою функцією, яка пропонується в Zoom, або іншою сторонню програмою, а саме: OBS Studio, Movavi Screen Recorder, Loom Screencast-O-Matic OpenShot тощо.

Крім того, за допомогою спеціальних сервісів можна створювати відео та презентації, які дозволятимуть демонструвати складні поняття чи об'єкти за допомогою динамічного візуального матеріалу. За допомогою такого контенту, можна продемонструвати візуалізацію геометричних фігур (наприклад, зміна форми при гомотетії), розв'язувати алгебраїчні рівняння (наприклад, квадратне рівняння), демонструвати графіки розподілу в ймовірнісній статистиці, візуалізувати тригонометричні функції (наприклад, залежність значень від кута) та пояснювати логічні операції. Приклади таких програм: Canva, Powtoon, Prezi, Adobe Spark та інші.

Системи керування навчанням або "Learning Management Systems" (LMS). Це онлайн-платформи, які дозволяють вчителям створювати віртуальні класи, завдання, спільноти та інтерактивні матеріали для учнів. Такі сервіси виявляються надзвичайно корисними інструментами під час дистанційного навчання в школі. Ось деякі способи їх застосування:

1. Організація віртуальних класів: Вчителі можуть створювати онлайн-класи, де учні можуть збиратися, обговорювати матеріал, отримувати завдання та спілкуватися між собою. Це дозволяє зберігати навчальний процес організованим та забезпечувати доступ до ресурсів для всіх учасників класу.

2. Подання матеріалів та завдань: Вчителі можуть завантажувати навчальні матеріали, відеоуроки, презентації, електронні підручники тощо на LMS. Учні можуть легко отримувати доступ до цих ресурсів, виконувати

завдання, надсилати їх назад для перевірки та отримувати повідомлення про нові матеріали та завдання.

3. Оцінювання та зворотний зв'язок: В LMS вчителі можуть створювати онлайн-тести, опитування та завдання для оцінювання знань учнів. Вони також можуть надавати зворотний зв'язок та оцінки в електронній формі, що дозволяє швидко та зручно звітувати про академічний прогрес учнів.

4. Співпраця та обмін інформацією: LMS забезпечують можливість співпраці між учнями та вчителями, де вони можуть обмінюватися ідеями, коментарями та документами через форуми, чати або електронну пошту.

5. Відстеження прогресу: За допомогою LMS вчителі можуть відстежувати академічний прогрес учнів, переглядати їхні результати, виконані завдання, тести та інші оцінювані роботи.

Проаналізувавши дані ресурсів Capterra та eLearning Industry до найпоширеніших таких платформ можемо віднести: uQualio, Talents LMS, Canvas, Moodle, Adobe Learning Manager. Наведемо основні характеристики кожної з них (таблиця 1.2).

Таблиця 1.2

Характеристика найбільш поширених LSM

Назва	Характеристика
uQualio	Сервіс, спеціалізований на створенні і розгортанні відео-навчання. Він надає можливості для створення інтерактивних відеокурсів з додаванням завдань, тестів, опитувань та обговорень. Платформа також пропонує аналітику та моніторинг прогресу учнів за допомогою зручних звітів та статистики. uQualio підтримує інтеграцію з іншими системами, що дозволяє використовувати його в комплексі з LMS або CRM.
Talents LMS	Система управління навчанням (LMS) для корпоративного навчання та розвитку. Забезпечує створення та організацію навчальних курсів, тренінгів та електронних ресурсів. Можливість моніторингу та оцінки прогресу учнів. Інтеграція з іншими корпоративними системами.
Canvas	Веб-платформа для управління навчальним процесом та дистанційного навчання. Забезпечує створення та розгортання курсів, завдань та оцінювання учнів. Можливість співпраці, обміну матеріалами та зворотного зв'язку між викладачами та учнями. Різні інструменти для взаємодії та спільної роботи.
Moodle	Відкрите програмне забезпечення для створення та управління навчальними курсами та онлайн-спільнотами. Можливість створення

	інтерактивних курсів, завдань, форумів та онлайн-тестів. Гнучка система управління, що підтримує різні методи навчання. Розширюваність та наявність додаткових модулів.
Adobe Learning Manager	Корпоративна система для створення, розгортання та управління навчальними курсами. Можливість створення багатомедійних навчальних матеріалів та інтерактивних курсів. Функції зі збору даних про учнів, оцінювання та моніторингу прогресу. Інтеграція з іншими Adobe Creative Cloud продуктами та засобами.

Джерело: сформовано автором на основі [1, 2]

Перед впровадженням платформ для створення дистанційних уроків необхідно провести аналіз наступних аспектів: освітніх цілей, можливостей дидактичного використання нових технологій у навчанні, технічних вимог для дистанційного навчання в конкретній дисципліні, рівня цифрової грамотності викладачів у використанні таких технологій та наявності цифрового освітнього середовища в навчальному закладі.

Іншим видом інструментарію, який може використовуватися вчителями при дистанційному навчанні є онлайн дошки. Перевагою їх застосування є в тому, що вони дають можливість подавати інформацію поетапно, на відміну від слайдів презентації чи інших наперед підготовлених матеріалів. При навчанні функціональної змістовної лінії учням можна наочно продемонструвати, як будувати графіки функцій та складати таблиці. Також учні можуть самостійно, використовуючи відповідні інструменти, виконувати вправи та завдання. А вчитель має можливість негайно в процесі роботи, бачити правильність виконання і одразу коригувати помилки [21].

На ринку існує безліч сервісів, які надають послуги створення онлайн дошок для спільного використання. Однак для ефективного використання їх на математичних уроках вони повинні відповідати декільком характеристикам: бути доступними для вчителя та учнів, мати простий та зрозумілий інтерфейс і включати інструменти для вивчення математичних тем, зокрема функцій. Деякими прикладами таких онлайн-дошок є WBO, Microsoft Whiteboard, CleverMaths, Miro. Розглянемо кожну з них детальніше і виокремимо переваги та недоліки кожної з них (див. Таблицю 1.3).

Характеристика онлайн-дошок, придатних для вивчення функціональної змістовної лінії

Назва	Переваги	Недоліки
WBO	<ul style="list-style-type: none"> • Безкоштовність • Відсутність реєстрації • Легкий інтерфейс • Наявність інструментів для побудови геометричних фігур 	<ul style="list-style-type: none"> • Відсутність математичних інструментів
Microsoft Whiteboard	<ul style="list-style-type: none"> • Безкоштовність • Зрозумілий інтерфейс • Наявність інструментів для побудови геометричних фігур • Наявність інструменту «лінійка» • Можливість завантажити зображення 	<ul style="list-style-type: none"> • Потреба завантаження на пристрій ПЗ; • Потреба в реєстрації;
Miro	<ul style="list-style-type: none"> • Наявна безкоштовна версія • Зрозумілий інтерфейс • Наявність інструментів для побудови геометричних фігур 	<ul style="list-style-type: none"> • Потреба в реєстрації
CleverMaths	<ul style="list-style-type: none"> • Безкоштовність • Зрозумілий інтерфейс • Наявність широкого спектру математичних інструментів • Окреме вікно для побудови графіку функцій 	<ul style="list-style-type: none"> • Потреба в завантаженні програми

Джерело: [21]

Отже, можна помітити, що розглянуті онлайн дошки мають різноманітний функціонал. Проте кожен з них можна використовувати для дистанційного навчання, зокрема для викладання математики. Всі перераховані дошки мають зрозумілий інтерфейс і доступні безкоштовно. Більше того, деякі з них не вимагають обов'язкової реєстрації, щоб почати використовувати їх. Тому вчитель має можливість обирати той варіант, який вважає найбільш ефективним у своїй роботі [21].

З метою ефективного онлайн навчання учнів шкіл математиці можна застосовувати інструменти, які сприяють кращому розумінню викладеного матеріалу.

Розробка та впровадження активних методик, методів та технологій навчання, що сприяють заохоченню до вивчення математики та співпраці в

аудиторії є досить актуальною проблемою сьогодення на усіх рівнях освіти. Активний розвиток інформаційних технологій дозволяє переосмислити застосування Інтернету в навчальному процесі: від одержання доступу до навчального матеріалу, що відповідає вимогам (текстовим, візуальним, мультимедійним) до спільного виконання робіт [39].

Можемо виділити кілька груп сервісів для навчання математичних тем:

1. Імерсивні технології в математиці:

- AR Book (<https://arbook.info>) Це платформа, яка дозволяє застосовувати інтерактивні AR-додатки для навчання математики.

- Calcflow: Calcflow - це сервіс, який пропонує навчання математики у віртуальній реальності. Він дозволяє користувачам створювати і маніпулювати математичними об'єктами та формулами у тривимірному середовищі. Calcflow надає можливість відчувати математику з нової перспективи, сприяючи кращому розумінню та взаємодії з математичними концепціями.

- Math VR: Math VR - це сервіс, який поєднує математику з віртуальною реальністю. Він надає інтерактивні математичні дослідження та головоломки, які можна вирішувати у віртуальному середовищі. Math VR створює віртуальні об'єкти та сцени, що допомагають учням бачити та взаємодіяти з математичними концепціями у новому форматі.

2. Сервіси для розв'язування вправ та завдань:

- Wolfram Alpha (www.wolframalpha.com): Інтерактивний обчислювальний двигун, який може допомогти вирішувати математичні задачі, показувати кроки вирішення та надавати пояснення.

- Mathway (www.mathway.com): Сервіс, що надає можливість вирішувати математичні задачі з різних галузей, включаючи алгебру, геометрію, тригонометрію та інші.

•IXL (www.ixl.com): Онлайн-платформа, яка пропонує вправи та завдання з математики для учнів різних вікових груп.

3. Математичні графічні редактори та обчислювальні середовища:

•GeoGebra (www.geogebra.org): Безкоштовний графічний редактор та математичне обчислювальне середовище, яке дозволяє виконувати обчислення, створювати графіки, моделі та демонструвати математичні концепції.

•MATLAB Online (www.mathworks.com/products/matlab-online.html): Веб-версія популярного обчислювального середовища MATLAB, яке дозволяє виконувати обчислення, моделювання та візуалізацію даних.

•Desmos (www.desmos.com): Графічний калькулятор та середовище для створення графіків функцій та математичних виразів.

4. Математичні додатки та інструменти:

•Photomath (www.photomath.com): Додаток для смартфонів, який дозволяє розв'язувати математичні задачі за допомогою камери пристрою, а також надає пояснення та кроки вирішення.

•Microsoft Math Solver (math.microsoft.com): Додаток від Microsoft, який дозволяє розв'язувати математичні задачі, включаючи алгебру, геометрію, тригонометрію тощо.

•Symbolab (www.symbolab.com): Інтерактивний калькулятор та платформа, яка надає розв'язання математичних задач та генерує пояснення до кожного кроку.

Під час дистанційного навчання, використання антивірусних програм є важливим для захисту вчителів та учнів від потенційних загроз інтернет-безпеці. Оскільки вони працюють з великою кількістю цифрових матеріалів та взаємодіють онлайн, ризик зловживання, шкідливого програмного забезпечення, фішингу та інших видів кібератак збільшується.

Для вчителів антивірусні програми є особливо важливими, оскільки вони часто отримують та обмінюються матеріалами, завантажують програми та відвідують різні веб-ресурси. Антивірусні програми допомагають захистити їх пристрої та дані від можливих атак, що можуть вплинути на їхню продуктивність та безпеку.

Учням також потрібні антивірусні програми, оскільки вони працюють з навчальними матеріалами, виконують завдання та здійснюють пошук інформації в Інтернеті. Захищеність їхніх пристроїв від вірусів та шкідливих програм гарантує безпеку їхніх даних та дозволяє навчатися ефективно.

В подальшому при дистанційному навчанні математики в школі може бути використання штучного інтелекту (ШІ). ШІ відкриває широкі можливості для покращення процесу навчання, надаючи індивідуальну підтримку учням і вчителям.

Однією з основних переваг використання ШІ в дистанційному навчанні математики є можливість створення персоналізованого навчального досвіду. ШІ може аналізувати дані про учня, його прогрес, сильні і слабкі сторони та пропонувати індивідуальні завдання та матеріали, що відповідають його потребам і рівню знань. Це допомагає кожному учневі вивчати математику в своєму власному темпі і налагоджувати навчання під свої особисті потреби.

Таким чином, використання сучасних інструментів в дистанційному навчанні в закладах загальної середньої освіти відкриває безліч переваг. Ці інструменти, такі як відеоконференції, спільні робочі платформи, електронні навчальні матеріали та програмне забезпечення, забезпечують гнучкість і доступність навчального процесу для учнів і вчителів. Вони дозволяють учням здобувати знання з будь-якого місця і в будь-який час, підтримують інтерактивне навчання та сприяють індивідуалізації освіти. Крім того, ці інструменти сприяють збільшенню залученості учнів, забезпечують більш широкий доступ до ресурсів та можливостей співпраці, сприяють розвитку цифрової грамотності та підготовці до майбутньої роботи. Застосування

сучасних інструментів в дистанційному навчанні покращує якість освіти, стимулює активність учнів і сприяє їхньому успіху.

1.3. Сучасний стан організації та проведення дистанційного навчання для учнів закладів загальної середньої освіти

Дистанційна освіта має давню історію. Вважається що перші форми такої освіти, зокрема такого її варіанту, як кореспондентське навчання. Ця форма передбачала надсилання здобувачів матеріалів для навчання за допомогою поштового зв'язку. В подальшому дана форма трансформувалася із появою радіо та телебачення як способів поширення навчальних матеріалів і їх вивчення слухачами (самоосвіта) [3]; [4]; [13]; [14]; [16]; [17]; [24]; [35].

В цілому можна стверджувати, що розвиток дистанційної освіти у світі пройшов кілька основних етапів, які дали змогу змінити спосіб навчання і пристосуватися до сучасних технологічних можливостей. Основні етапи розвитку дистанційної освіти включають [36]; [37]:

1. Поширення кореспонденційної освіти: Саме кореспонденційна освіта стала першим етапом розвитку дистанційного навчання. У цьому форматі студенти отримували навчальні матеріали та завдання поштою та повертали їх для перевірки. Цей етап був особливо активним у 19-20 століттях і став популярним способом навчання для тих, хто не мав можливості фізично присутніх на уроках.

2. Використання телевізійного навчання: У другому етапі розвитку дистанційної освіти велику роль відіграла телевізійна технологія. Телевізійні програми, спеціально розроблені для навчання, дозволяли студентам переглядати уроки та лекції зручно у власних домівках. Це відкрило можливості для більшої доступності освіти на велику кількість глядачів. Телевізійне навчання стало особливо популярним у 1960-1970-х роках.

3. Поява Інтернету та онлайн-навчання: Введення Інтернету змінило обличчя дистанційної освіти. Розвиток технологій і поява онлайн-

платформ дало змогу створити інтерактивне та групове навчання в режимі реального часу. Онлайн-курси, вебінари, відеоконференції та інші інструменти стали доступними для студентів з усього світу, забезпечуючи гнучкість і зручність навчання.

Зупинимося детальніше на сучасному стані дистанційного навчання в Україні. Її сучасний вид, як онлайн навчання, набуло масового поширення під час введеного карантину урядом карантину. Українські заклади загальної середньої освіти були змушені перейти на дистанційні форми навчання. Для педагогів та учнів це стало своєрідним викликом, оскільки такий вид освіти фактично не застосовувався, окрім приватних шкіл які працювали в з використанням відповідних онлайн технологій. Брак досвіду та низька цифрова грамотність учасників освітнього процесу негативно вплинули на якість освіти. Потрібно було знаходити швидкі рішення для виправлення ситуації. Вчителям шкіл довелося самостійно освоювати інструменти для дистанційної освіти.

За час пандемії коронавірусу в педагогічного складу закладів загальної середньої освіти сформувався необхідний досвід щодо організації та проведення дистанційного навчання. Тому під час початку повномасштабної збройної агресії Російської Федерації набуті навички та вміння стали надзвичайно важливими для забезпечення неперервності освіти та збереження академічного процесу в умовах військової загрози.

З 11 по 22 жовтня 2021 року Державною службою якості освіти проведено дослідження оцінки якості дистанційного навчання. У період, що досліджувався, навчання за дистанційною формою було організовано у 1284 закладах загальної середньої освіти (9% від їх загальної кількості), з них у 633 (49%) закладах освіти – з причин низького відсотка вакцинованих педагогічних працівників [15].

Результати дослідження показали, що під час проведення онлайн-уроків вчителі розглядають різноманітні методи та форми навчання. Серед цих методів можна виділити усні опитування, консультації з запитань-відповідь, проведення лекцій (евристичних бесід), організацію самостійної роботи учнів та виконання

практичних або лабораторних завдань та інше. Важливо зауважити, що більшість вчителів також використовують різні інструменти, спрямовані на активізацію пізнавальної активності учнів, такі як презентації, інтерактивні вправи, використання відео та анімаційні матеріали

Оцінка якості дистанційної освіти має велике значення для належної організації та проведення навчального процесу для учнів закладів загальної середньої освіти. У зв'язку зі зростанням використання інформаційно-комунікаційних технологій, особливо під час періоду дистанційного навчання, оцінка якості дистанційної освіти дозволяє з'ясувати, наскільки ефективно учні засвоюють навчальний матеріал та розвивають необхідні компетенції.

Сучасний стан організації та проведення дистанційного навчання вимагає систематичного аналізу та оцінки результатів, щоб визначити сильні та слабкі сторони освітнього процесу. Оцінка може базуватися на різноманітних критеріях, таких як активність учнів під час занять, рівень засвоєння навчального матеріалу, використання інтерактивних методів навчання та забезпечення доступу до необхідних ресурсів. Це дозволяє виявити недоліки та вдосконалити методику навчання, забезпечуючи більш ефективну та якісну освіту для учнів.

Окрім того, оцінка якості дистанційного навчання також важлива для забезпечення рівного доступу до освіти для всіх учнів. Вона дозволяє виявити можливі перешкоди та нерівності, зокрема щодо доступу до технічних засобів, якості інтернет-зв'язку та організації навчального процесу. Шляхом оцінки можна визначити, які учні мають обмежений доступ до необхідних технічних засобів або які знаходяться в умовах ненадійного інтернет-зв'язку. Це дає змогу розробити стратегії та рішення для подолання таких перешкод і забезпечення всім учням рівних можливостей отримувати якісну освіту.

Таке дослідження було проведене Державною службою якості освіти у співпраці з проектом «Супровід урядових реформ в Україні» (SURGe). Дослідження показало, що освітній процес в умовах дистанційного навчання недостатньо гнучкий та обмежений у видах діяльності [11].

Для проведення дослідження було використано метод онлайн-опитування різних категорій учасників освітнього процесу, включаючи учнів старшої школи, батьків учнів початкової та базової/старшої школи, вчителів початкової та базової/старшої школи та адміністраторів освітніх закладів. Опитування було проведено з 18 по 24 лютого 2022 року та охопило 6581 респондента з 60 освітніх закладів (1112 учнів, 1540 батьків учнів початкової школи, 1984 батьків базової та старшої школи, 595 вчителів початкової школи, 1298 вчителів базової та старшої школи, 52 керівники освітніх закладів). За отриманими результатами, від 7% до 16% вчителів заявили, що учні самостійно опрацьовували навчальний матеріал, причому ця тенденція була більш вираженою в сільських районах, особливо на початковому рівні. Крім того, 55% вчителів у сільських районах та 47% в міських регулярно публікували навчальні матеріали для самостійного вивчення учнями базової та старшої школи на спеціальних вебсервісах.

Причини, через які учні та учениці не навчалися під час дистанційного навчання (рис 1.1) [11].



Рис. 1.1. Причини, через які учні та учениці не вчилися під час дистанційного навчання (батьки учнів/учениць базової та старшої школи)

Джерело: сформовано автором на основі [11].

У дослідженні виявлено, що результати навчання учнів, зокрема в математиці, погіршилися, і це стосується як початкової, так і базової та старшої школи. Найменше педагоги вбачають в цьому особливості виконання своїх обов'язків, такі як відсутність зворотного зв'язку щодо навчального прогресу учнів, навички роботи з дистанційними технологіями та різні електронні платформи.

Однак дослідження показало, що не всі вчителі мають доступне технічне обладнання та швидкий Інтернет для проведення дистанційного навчання, особливо в базовій та старшій школі. Також, більш третини учнів у селах не мають доступу до онлайн-навчання, особливо на початковому рівні. Смартфони виявилися найпопулярнішим засобом дистанційного навчання серед старшокласників, а комп'ютери/ноутбуки - серед молодших школярів. Забезпеченість технологіями для дистанційного навчання учнями старшої та початкової школи відображено в рисунку 1.2.

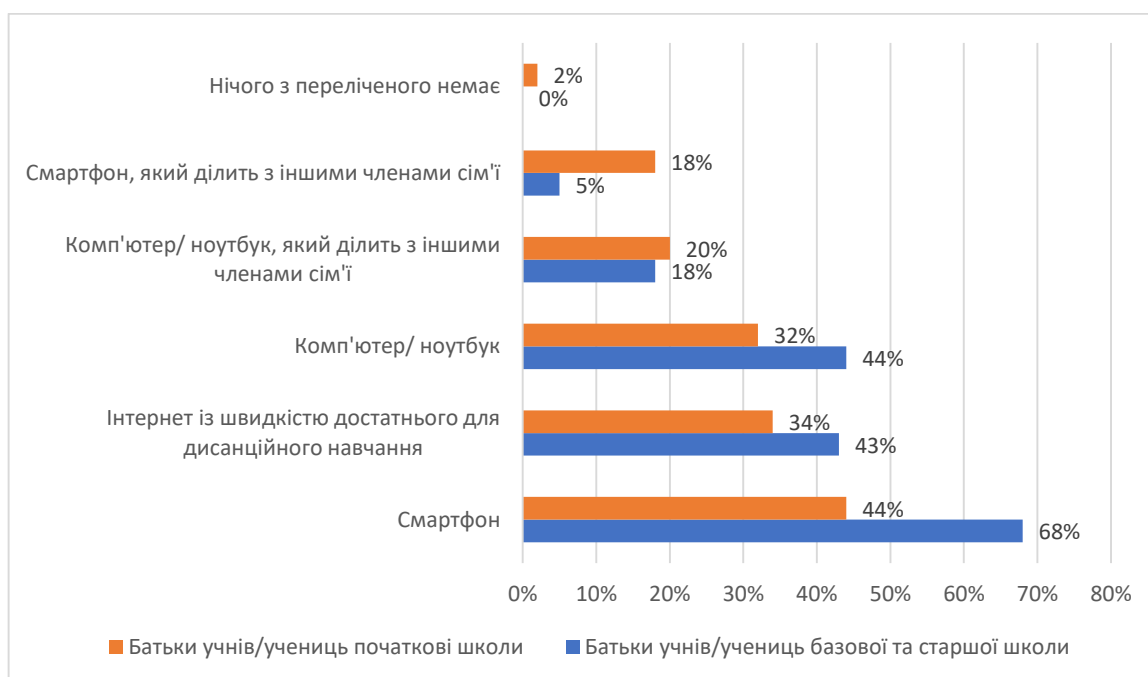


Рис. 1.2 - Забезпеченість технологіями для дистанційного навчання учнями старшої та початкової школи

Джерело: сформовано автором на основі [11].

Таким чином, сучасний стан організації та проведення дистанційного навчання для учнів закладів загальної середньої освіти в Україні є суперечливим. З одного боку, залучення сучасних технологій та використання інтерактивних платформ дозволяє забезпечити доступ до освіти тим, хто не може присутнім у школі. Дистанційне навчання також надає більше гнучкості та самостійності учням, дозволяючи працювати в комфортному для них темпі. Однак, з іншого боку, виникають проблеми з якістю знань, відсутністю контролю за учнівською активністю та педагогічною підтримкою. Нерівність доступу до технологій та інтернет-з'єднання у деяких регіонах України є серйозним обмеженням для успішного впровадження дистанційного навчання.

Отже, хоча дистанційне навчання має свої переваги, воно вимагає комплексного підходу та системних рішень, щоб забезпечити якість освіти та рівний доступ до неї для всіх учнів усієї країни. Необхідно розвивати інфраструктуру, підвищувати кваліфікацію вчителів та забезпечувати учням належну підтримку та контроль, щоб зробити дистанційне навчання ефективним та доступним для всіх.

1.4. Аналіз системи організації дистанційного навчання в ОЗ Менська гімназія

Правильна організація дистанційного навчання – річ необхідна не лише в період карантинних обмежень. Однак, в епоху технологій, які практично доступні для кожної людини і вміщуються у смартфоні, організувати освітній процес завдання не таке вже й просте. Організація навчання майбутніх учителів-предметників засобами дистанційних технологій, на нашу думку, є корисним досвідом для успішної подальшої професійної діяльності. Головною метою використання дистанційного навчання є забезпечення доступу до електронних освітніх ресурсів шляхом використання сучасних інформаційних технологій та телекомунікаційних мереж [4, 35].

Опорний заклад Менська гімназія Менської міської ради знаходиться за адресою вулиця Шевченка, 56, Мена, Чернігівська область. В освітньому закладі

навчання під час введеного карантину у 2020-2022 роках у зв'язку з поширенням пандемії коронавірусу та під час воєнного стану було організовано навчання в дистанційному форматі.

Мною було проаналізовано організацію дистанційного навчання на уроках математики, які проводила вчитель математики Ілленко Юлія Миколаївна. Вона здійснює зв'язок з учнями за допомогою програмного забезпечення Zoom. Вчитель створює конференцію до якої підключаються учні відповідного класу.

Однією з найважливіших складових успішної організації дистанційного навчання є структура та організація уроків. Вчитель математики Ілленко Юлія Миколаївна ретельно планує свої уроки, розбиваючи їх на кілька чітко визначених частин. На початку уроку відбувається коротке введення, під час якого вчитель анонсує тему уроку та поставлені мети. Далі слідує пояснення нового матеріалу, де вчитель використовує онлайн-дошку, інтегровану в програму Zoom, щоб проілюструвати теоретичний матеріал та виконати демонстрацію практичних вправ. Це дозволяє учням бачити матеріал в реальному часі та зрозуміти його застосування на практиці.

Після цього учні залучаються до активної діяльності. Вони можуть задавати запитання через чат або відповідати в голосовому режимі, що сприяє залученню всіх студентів до навчального процесу. Вчителі також створюють можливість для інтерактивних групових завдань, де учні працюють разом над вирішенням завдань або проектів, сприяючи розвитку колективних навичок та співпраці.

Перевірка знань (самостійні та контрольні роботи) відбувається з використанням платформи «НА УРОК» (<https://naurok.com.ua>). Вчитель створює завдання і надає доступ до них за посиланням учням. Після виконання ними вчитель перевіряє і виставляє оцінки. Перевагою, використання даної платформи є можливість перевірки нею правильності введених учнями відповідей.

Таким чином, можна виділити наступні переваги системи організації дистанційного навчання в ОЗ Менська гімназія:

- Використання сучасних комунікаційних сервісів для зв'язку з учнями;
- Використання онлайн-дошок для демонстрації теоретичного матеріалу та розв'язування практичних вправ.

Одним з недоліків дистанційного навчання в ОЗ "Менська гімназія" є застосування платформи "На урок" для перевірки знань, яка не дозволяє вчителю ефективно контролювати самостійність виконання учнями поставлених завдань.

Водночас, варто зауважити, що на даний час відсутні дистанційні системи та технології, які здатні забезпечити достатній контроль за самостійним виконанням учнями контрольних та самостійних робіт, зокрема, з математики.

РОЗДІЛ 2. СКЛАДОВІ ДИСТАНЦІЙНОГО НАВЧАННЯ ФУНКЦІОНАЛЬНОЇ ЗМІСТОВОЇ ЛІНІЇ КУРСУ АЛГЕБРА І ПОЧАТКИ АНАЛІЗУ СТАРШОЇ ПРОФІЛЬНОЇ ШКОЛИ ТА МЕТОДИКА ЇХ РЕАЛІЗАЦІЇ

2.1. Аналіз чинних програм шкільного курсу «Алгебра і початки аналізу» 10-11 класів на предмет вивчення функціональної змістовної лінії на різних рівнях у ЗЗСО

На даний час діють наступні навчальні програми з математики для учнів 10-11 класів: «Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів Рівень стандарту»[32] та «Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів (початок вивчення на поглибленому рівні з 8 класу) загальноосвітніх навчальних закладів Профільний рівень» [33]. Проаналізуємо та порівняємо детальніше, яким чином відбувається вивчення учнями в шкільній програмі змістової лінії «Функції» в класах природничого профілю.

Функція є однією з найважливіших математичних понять. Вона дозволяє описувати зв'язок між двома величинами. Завдяки функціям ми можемо моделювати реальні процеси та явища, розв'язувати прикладні задачі, проводити наукові дослідження.

У старшій школі вивчення функцій починається з теми "Функції, їхні властивості та графіки". Ця тема має на меті повторити, систематизувати та розширити матеріал про функції, який вивчався в основній школі. Зокрема, учні мають ознайомитися з такими поняттями, як:

- числова функція;
- область визначення функції;
- множина значень функції;
- графік функції;
- парність та непарність функції;
- зростання та спадання функції;
- найбільше та найменше значення функції.

У 11 класі вивчення функцій продовжується темою "Показникова та логарифмічна функції". Ця тема присвячена таким типам функцій, як:

- показникова функція;
- логарифмічна функція.

Учні знайомляться з означеннями, властивостями та графіками цих функцій, а також із їх застосуванням до вирішення прикладних задач.

Завдання вивчення функцій у старшій школі

Завдання вивчення функцій у старшій школі можна сформулювати таким чином:

- Формувати усвідомлене розуміння сутності функції як математичного поняття.
- Навчати учнів використовувати різні способи задання функцій, знаходити область визначення та множину значень функції.
- Розвивати вміння читати графіки функцій, встановлювати властивості функції за її графіком.
- Закріплювати вміння будувати графіки функцій за заданими властивостями.

- Навчати учнів застосовувати функції для опису реальних процесів та явищ, розв'язування прикладних задач.

Результати вивчення функцій у старшій школі

У результаті вивчення функцій у старшій школі учні повинні:

- знати основні поняття та означення, пов'язані з функціями.
- вміти використовувати різні способи задання функцій, знаходити область визначення та множину значень функції.
- вміти читати графіки функцій, встановлювати властивості функції за її графіком.
- вміти будувати графіки функцій за заданими властивостями.
- вміти застосовувати функції для опису реальних процесів та явищ, розв'язування прикладних задач.

Вивчення функцій у старшій школі на рівні стандарту та профільного рівня має загальну структуру та завдання. В обох випадках учні починають з вивчення основних понять, пов'язаних з функціями, таких як область визначення, множина значень, графік, парність та непарність, зростання та спадання, найбільше та найменше значення. У 11 класі вивчається тема "Показникова та логарифмічна функції", в рамках якої учні знайомляться з новими типами функцій та їхніми властивостями.

Основною відмінністю між рівнем стандарту та профільним рівнем є глибина та широта вивчення матеріалу. На рівні стандарту вивчається лише базовий матеріал, необхідний для подальшого навчання в університеті та професійній діяльності. На профільному рівні вивчається більш широкий спектр функцій, а також більш складні теми, такі як похідна та інтеграл.

Таким чином, вивчення функцій у старшій школі є важливим етапом у математичній освіті учнів. Воно дозволяє їм сформувати міцні основи математичної грамотності, необхідні для подальшого навчання та професійної діяльності.

2.2. Методика навчання теоретичного матеріалу функціональної змістовної лінії курсу «Алгебра і початки аналізу» 10-11 класів на різних рівнях

2.2.1. Методика навчання теми «Функції, многочлени, рівняння і нерівності» курсу алгебра і початки аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання

Одним із завдань математичної освіти в старшій школі є розширення та систематизація загальних відомостей про функції, їх графіки.

При дистанційному навчанні методика навчання теоретичного матеріалу функціональної змістовної лінії курсу "Алгебра і початки аналізу" в 10-11 класах може трохи відрізнитиметься від традиційної класної форми навчання. Зокрема, подання матеріалу здійснюється за допомогою дистанційних програмних засобів.

Вивчення функціональної змістовної лінії у старшій школі (профільний рівень) розпочинається з вивчення множин та операцій над ними. Нехай X — множина значень незалежної змінної, Y — множина значень залежної змінної. Функція — це правило, за допомогою якого за кожним значенням незалежної змінної з множини X можна знайти єдине значення залежної змінної з множини Y . Іншими словами: функція — це правило, яке кожному елементу множини X ставить у відповідність єдиний елемент множини Y [27].

Спершу учням нагадуються такі види числових множин, як натуральних, цілих, дробових, раціональних та ірраціональних множин. Після чого вводиться поняття множини. До прикладу в підручнику [18] пропонується під поняттям множини розуміти певну сукупність об'єктів будь-якої природи, самі об'єкти при цьому називатимемо елементами множини [18]. Дещо подібне тлумачення наводиться і в інших підручниках [8]; [28]; [29]; [35]. Також під час викладання теоретичного матеріалу розглядається поняття підмножина, наводяться відповідні приклади.

Після вивчення множин та операцій над ними відбувається перехід до вивчення теми «Функція та її графіки» під час якої відбувається повторення та розширення поняття про функцію та побудову її графіків. Спочатку варто

коротко нагадати учням про функції, які вивчалися учнями в 7-9 класах: лінійна $y=kx+b$, квадратична $y = ax^2 + bx + c$, функція $y=k/x$ та функція $y = \sqrt{x}$.

Учням варто продемонструвати наочно вигляд кожного з графіків функцій. При дистанційному навчанні це реалізувати можна за допомогою такого програмного засобу, як Geogebra.

В процесі вивчення розглядаються такі властивості функції, як зростання, спадання, найбільше та найменше значення функції на проміжку, парність, непарність, нулі функції, обмеженість, згодом періодичність. Розглядання зазначених властивостей, в умовах дистанційного навчання, можна шляхом складання наступної таблиці (таблиця 2.1), поступово демонструючи учням кожен із властивостей на відповідному графіку. Це допоможе легшому засвоєнню матеріалу, ніж якщо подати таку таблицю одразу.

Доцільно запропонувати учням після наведення кількох прикладів визначення властивостей функцій запропонувати їм самостійно описати властивості однієї з функцій. Це можна запропонувати виконати, як домашнє завдання.

Таблиця 2.1

Зразок таблиці для наведення властивостей функції під час дистанційного навчання

Властивості	Характеристика властивостей
Область визначення	
Проміжки зростання та спадання функції	
Найбільше та найменше значення функції	
Парність	
Нулі функції	
Періодичність	

Практична частина уроку має охоплювати розв'язування вправ, які пов'язані з кожною з вивчених функцій. Вправи, які можуть пропонуватися учням наведено в пункті 2.3. цієї кваліфікаційної роботи.

Наступним етапом в процесі вивчення функцій є повторення та розширення знань учнів про побудову графіків функцій за допомогою геометричних перетворень. На цьому етапі розглядається такі перетворення:

- переміщення графіку функції вздовж осі ординат.
- переміщення графіка функції вздовж осі абсцис;
- перетворення графіку функції при зміні знаку на протилежний;
- стискання та розтягнення в k одиниць;

Кожен з кроків геометричних перетворень має супроводжуватися відповідним відображенням на графіку. В умовах дистанційного навчання вчитель має змогу активно застосовувати різні інформаційні технології, зокрема додаток GeoGebra. В подальшому, при очній формі навчання, цей ресурс можна застосовувати, як додатковий наочний посібник під час навчання функцій на уроках математики [22].

Далі розглядається обернена функція. Зокрема вводять наступне означення: Функцію, яка набуває кожного свого значення тільки в одній точці області визначення, називають оборотною [18].

Якщо у нас є рівність $y = f(x)$, де функція $f(x)$ є оборотною, то ми можемо знайти x якщо це можливо і отримати рівність $x = g(y)$. Функцію $x = g(y)$ називають оберненою до функції $f(x)$. У шкільній математиці аргумент зазвичай позначають як x , а функцію як y , отже, після перетворень ми отримуємо рівність $y = g(x)$.

Далі можна продемонструвати розв'язання наступної вправи, щоб учні зрозуміли суть розглянутого визначення.

Вправа 1. [18] Для функції $y = 2x - 7$ знайти обернену.

Розв'язання. Оскільки функція $y = 2x - 7$ є оборотною, то для неї можна знайти обернену. Виразимо x через y , матимемо: $x = \frac{y+7}{2}$. Позначимо аргумент через x , функцію - через y і остаточно отримаємо $y = \frac{x+7}{2}$.

Зазначимо, що графіки функцій $y = f(x)$ та їх оберненої функції $y = g(x)$ відображаються симетрично відносно прямої $y = x$.

Узагальнюючи, методика навчання теми "Функції, многочлени, рівняння і нерівності" в 10-му класі в умовах дистанційного навчання вимагає акценту на організацію занять, використання цифрових ресурсів, активне навчання, індивідуальний підхід до учнів, зворотний зв'язок, а також мотивацію та підтримку для забезпечення ефективного інтернет-навчання.

2.2.2. Методика навчання теми «Степенева функція» курсу алгебра і початки аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання

В сучасному освітньому середовищі, охопленому технологічними трансформаціями та змінами в методиках навчання, питання навчання алгебри в умовах дистанційного навчання стають актуальними та значущими. Тема "Степенева функція" у курсі алгебра і початки аналізу для 10-го класу належить до складних математичних концепцій, які вимагають особливого підходу до навчання. Дана дипломна робота спрямована на розгляд методики навчання цієї теми у віддалених навчальних умовах, враховуючи сучасні можливості технологій та вимоги сучасного освітнього процесу. У цьому контексті, розгляд та аналіз ефективних методів навчання "Степеневих функцій" стають ключовим завданням цієї дослідницької роботи.

На думку, Простакова Ю. С. та Асєєва І. В. вчителям при вивченні степеневі функції учнями в закладі загальної середньої освіти когнітивно-візуальний підхід. Зазначено, що цей підхід дозволяє забезпечити збалансовану роботу мозку при розумному поєднанні логічного і образного компонентів мислення в учнів [38].

Для впровадження когнітивно-візуального підходу до вивчення степеневі функції необхідно керуватися основними принципами створення візуального навчального середовища:

1. При введенні нових функціональних понять слід виходити з візуального сприйняття учнів, тобто представляти навчальний матеріал у формі таблиць, схем, графіків та інших наочних засобів, оскільки це сприяє кращому запам'ятовуванню порівняно з інформацією, поданою у вустній або письмовій формі.

2. Варто пам'ятати, що розумовий процес учнів ґрунтується на порівнянні навколишньої дійсності з формами, звуками, конкретними образами, а не з абстрактними поняттями.

3. Навчальна наочність має застосовуватися систематично та структуровано: наприклад, досліджуючи наочний матеріал в цілому, подальше акцентуючи увагу на головних і вторинних елементах з подальшим переходом знову до цілісного сприйняття.

4. Дозволити учням самостійно створювати візуалізовані матеріали, що сприяє не лише їхньому навчанню, а й розвитку їхнього мислення.

5. Використовувати комп'ютерну підтримку під час вивчення та закріплення нових знань.

6. Використовувати три способи подання функціонально-графічних знань (геометричний, символічний, словесний).

7. Враховувати можливості та особистісні якості учнів у декодуванні навчально-образної інформації та інші аспекти [38].

Аналіз підручників з курсів математики та алгебри [6]; [8]; [9]; [13]; [18]; [20]; [27]; [28]; [29]; [31]; [34] дозволяє виокремити декілька етапів вивчення степеневі функції в 10-му класі закладах загальної середньої освіти, як рівня стандарту, так і профільного рівня.

По перше, розпочати варто з актуалізації знань учнями стосовно вивчених у 7-9 класах трьох видів функцій – лінійної, квадратичної та $y = x^3$. Кожен з

цих графіків доречно зобразити на дошці. А в умовах дистанційного навчання можна скористатися сервісами для побудови графіків цих функцій. Наприклад, за допомогою графічного калькулятора «Geogebra» можна зробити такі зображення та продемонструвати учням (рис 2.1).

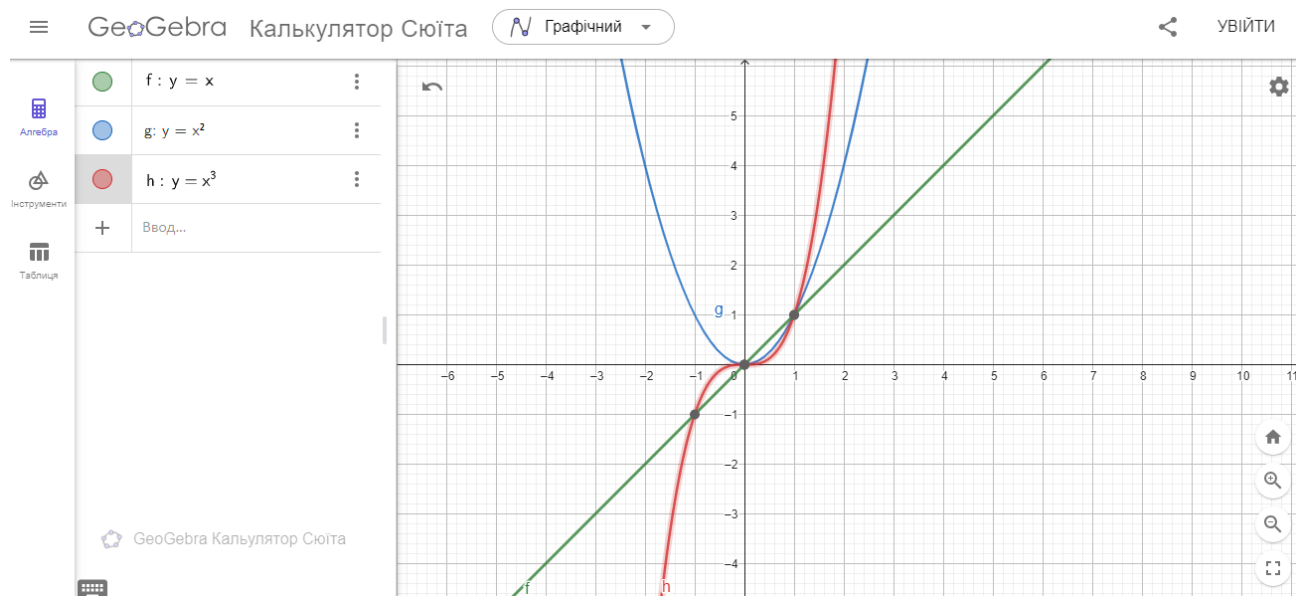


Рис. 2.1 – Побудова графіків функції $y = x$, $y = x^2$ та $y = x^3$ за допомогою графічного калькулятора «Geogebra»

Крім того, варто нагадати учням основні правила побудови графіків функцій за допомогою геометричних перетворень. В шкільній програмі вивчають наступні перетворення

1. **Зсув графіка вздовж вісі x:** Якщо задано функцію $y = f(x)$ і додаєте (або віднімаєте) константу c до x -координати, то графік зсувається вздовж вісі x . Нова функція буде виглядати як $y = f(x - c)$, де $c > 0$ - зсув вправо, $c < 0$ - зсув вліво.
2. **Зсув графіка вздовж вісі y:** Якщо задано функцію $y = f(x)$ і додаєте (або віднімаєте) константу c до y -координати, то графік зсувається вздовж вісі y . Нова функція буде виглядати як $y = f(x) + c$, де $c > 0$ - зсув вгору, $c < 0$ - зсув вниз.

3. **Розтягнення та стискнення графіка вздовж вісі x :** Якщо задано функцію $y = f(x)$ і множите x на константу a , то це призведе до розтягнення (якщо $0 < a < 1$) або стискнення (якщо $a > 1$) графіка вздовж вісі x . Нова функція виглядає як $y = f(ax)$.

4. **Розтягнення та стискнення графіка вздовж вісі y :** Якщо задано функцію $y = f(x)$ і множите y на константу b , то це призведе до розтягнення (якщо $0 < b < 1$) або стискнення (якщо $b > 1$) графіка вздовж вісі y . Нова функція виглядає як $y = bf(x)$.

Після повторення матеріалу за 7-9 класи розглядається степенева функція з натуральним показником. Одними із різновидами якої є функції $y = x$, $y = x^2$ та $y = x^3$. Тільки тепер розглядається два випадки – парний натуральний степінь ($2k, k \in N$); непарний натуральний степінь ($2k-1, k \in N$).

В першому випадку область визначення це множина всіх дійсних чисел. Стосовно області значень то варто пояснити, що оскільки степінь парний то область значень це множина додатних чисел. Потім потрібно побудувати схематично графіки функції, наприклад, $y = x^4$ та $y = x^6$. При дистанційному навчанні ці графіки можна зобразити за допомогою відповідного програмного забезпечення (рис 2.2)

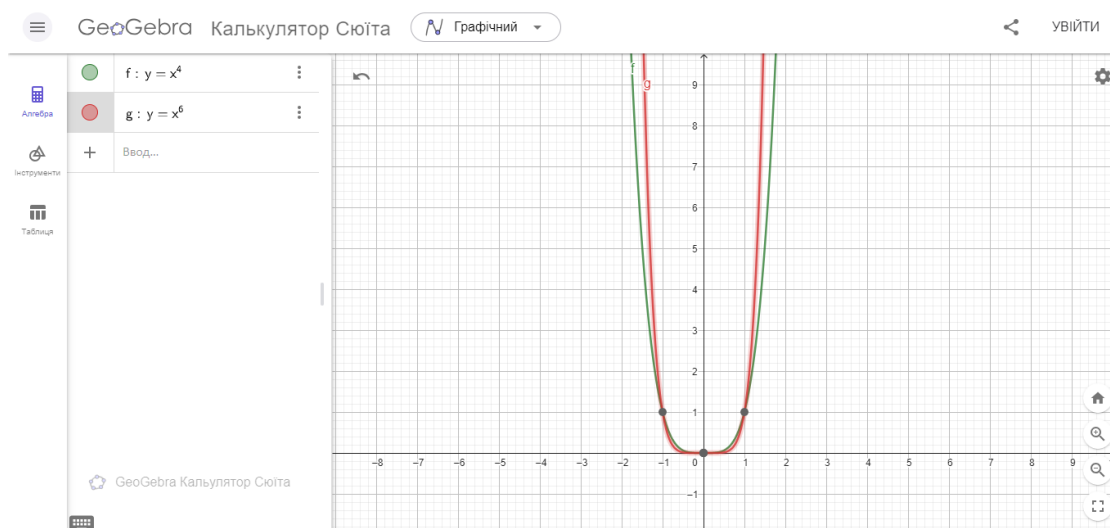


Рис. 2.2. – Зображення графіків функції $y = x^4$ та $y = x^6$ за допомогою програмного засобу при дистанційному навчанні

За допомогою такого подання учні зможуть наочно побачити, що при збільшенні степеня графік функції виду $y = x^{2k}$ стискається до осі ординат. Крім того демонструючи графік функції простіше пояснювати інші властивості розглянутої функції:

- Функція $y = x^{2k}$, де $k \in N$ – парна на всій області визначення;
- Нулі функції: функція має тільки один нуль, коли $x=0$;
- Проміжки знакосталості: $y > 0$ при $x \in (-\infty; +\infty)$;
- Функція спадає на проміжку $x \in (-\infty; 0]$, а зростає на проміжку $[0; +\infty)$.

Розглядаючи другий випадок, коли степінь є непарний ($2k-1$, $n \in N$) варто так само почати з того, що функція, яка має вигляд $y = x^{2k-1}$ має область визначення - $x \in (-\infty; +\infty)$. Область значень також є такою самою множиною, як і область визначення. Далі потрібно побудувати схематично графіки функції, наприклад, $y = x^3$ та $y = x^5$. При дистанційному навчанні ці графіки можна зобразити за допомогою відповідного програмного забезпечення (рис 2.3).

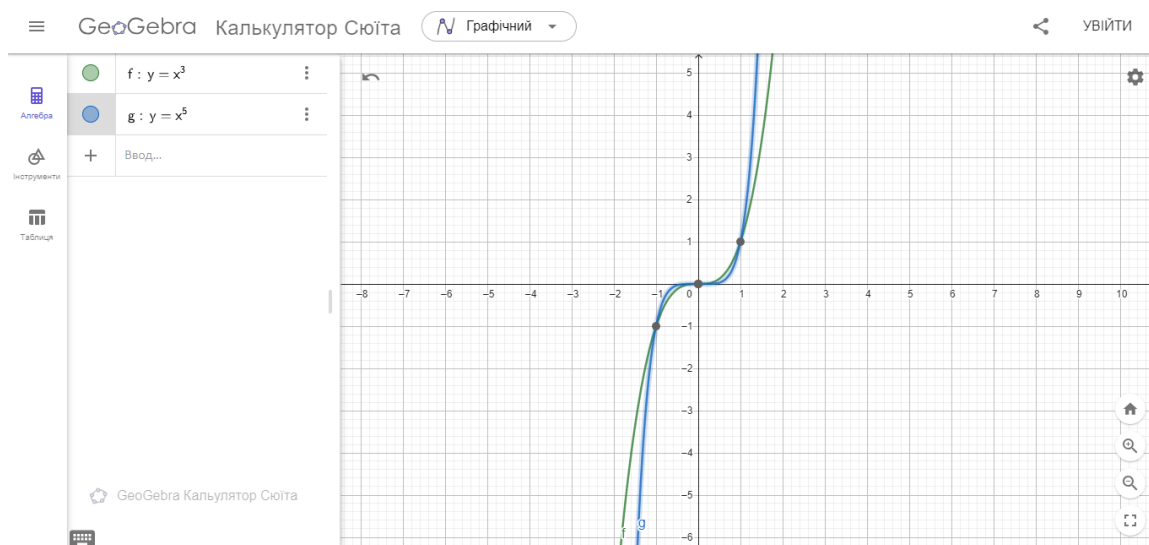


Рис. 2.3. – Зображення графіків функції $y = x^3$ та $y = x^5$ за допомогою програмного засобу при дистанційному навчанні

За допомогою такого подання учні зможуть наочно побачити, що при збільшенні степеня графік функції виду $y = x^{2k-1}$ стискається до осі ординат.

Крім того демонструючи графік функції простіше пояснювати інші властивості даної функції:

- Функція $y = x^{2k-1}$, де $n \in N$ – непарна на всій області визначення;
- Нулі функції: функція має тільки один нуль, коли $x=0$;
- Проміжки знакосталості: $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$; $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$;
- Функція зростає на проміжку $x \in (-\infty; +\infty)$.

Закріплення вивченого теоретичного матеріалу про степеневу функцію з натуральним показником потрібно за допомогою розв'язування з учнями відповідних практичних вправ.

Наступним етапом вивчення степеневі функції є розглядання теми «Степенева функція з цілим показником».

Функцію, яку можна задати формулою $y = x^n$, де $n \in Z$, називають степеневою функцією із цілим показником [27]. Учням варто зазначити, що окремий випадок цієї функції, коли $n = 1$ ($y = \frac{1}{x}$) розглядався в минулих класах.

Далі розглядається функція виду $y = x^{-n}$ для двох випадків, коли n – парне ($n = 2k, k \in N$) та n – не парне ($n = 2k-1, k \in N$). Але спочатку доцільно нагадати властивість перетворення від'ємного степеня - $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$. Звідси випливає, що область визначення даної функції є множина дійсних чисел, окрім $x=0$ (оскільки ділити на нуль не можна).

Перший випадок: $n = 2k, k \in N$.

У зв'язку з тим, що вираз $\frac{1}{x^{2k}}$ може бути тільки додатнім, то функція $y = x^{2k}$ набуватиме значень, які належать проміжку $(0; +\infty)$. Потім потрібно побудувати схематично графіки функції, наприклад, $y = x^{-4}$ та $y = x^{-6}$. При дистанційному навчанні ці графіки можна зобразити за допомогою відповідного програмного забезпечення (рис 2.4)

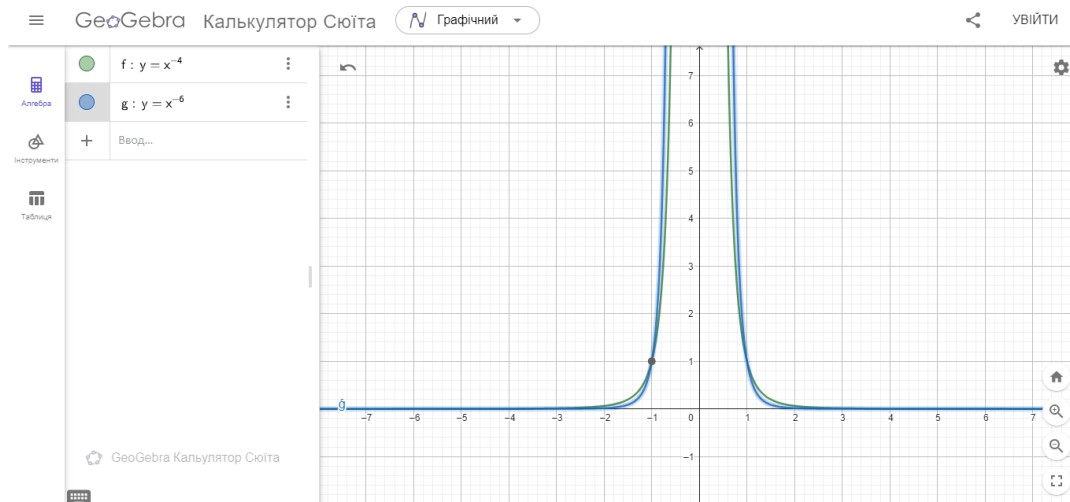


Рис. 2.4. – Зображення графіків функції $y = x^{-4}$ та $y = x^{-6}$ за допомогою програмного засобу при дистанційному навчанні

Демонструючи графік функції простіше пояснювати інші властивості розглянутої функції:

- Функція $y = x^{2k}$, де $k \in \mathbb{N}$ – парна на всій області визначення;
- Нулі функції: функція не має нулів;
- Проміжки знакосталості: $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;
- Функція спадає на проміжку $x \in (0; +\infty)$, а зростає на проміжку $(-\infty; 0)$.

Другий випадок: $n = 2k-1, k \in \mathbb{N}$.

У зв'язку з тим, що вираз $\frac{1}{x^{2k-1}}$ може бути, як додатнім, так і від'ємним, то функція $y = x^{2k-1}$ набуватиме значень, які належать проміжку $(-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$. Потім потрібно побудувати схематично графіки функції, наприклад, $y = x^{-3}$ та $y = x^{-5}$. При дистанційному навчанні ці графіки можна зобразити за допомогою відповідного програмного забезпечення (рис 2.5)

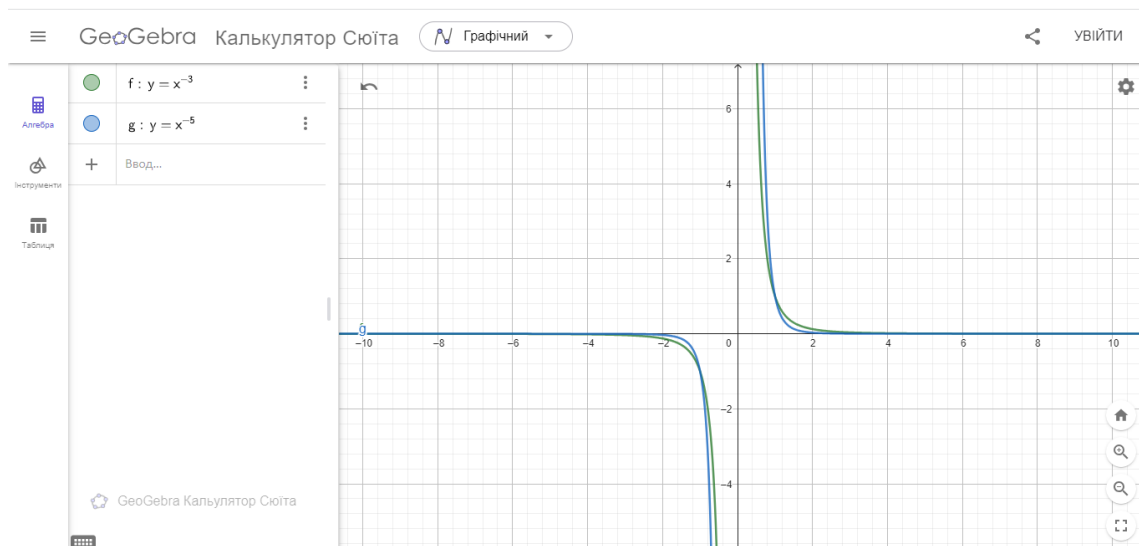


Рис. 2.5. – Зображення графіків функції $y = x^{-3}$ та $y = x^{-5}$ за допомогою програмного засобу при дистанційному навчанні

Демонструючи графік функції простіше пояснювати інші властивості розглянутої функції:

- Функція $y = x^{2k-1}$, де $k \in \mathbb{N}$ – не парна на всій області визначення;
- Нулі функції: функція не має нулів;
- Проміжки знакосталості: $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$;
- Функція спадає на проміжках $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

Далі розглядається поняття кореня n -го степеня та арифметичного кореня n -го степеня. Учні у 8-му класі вже вивчали корінь другого степеня, тому для них цей матеріал не буде абсолютно новим. Коренем n -го степеня із числа a , де $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, називають таке число, n -й степінь якого дорівнює a . [27].

Якщо степінь кореня парне число, тоді тільки із додатного числа можна знайти корінь, а якщо степінь непарне число – то з будь-якого раціонального числа. В процесі вивчення учні мають запам'ятати наступні властивості:

- $(\sqrt[2k+1]{a})^{2k+1} = a$
- $\sqrt[2k+1]{-a} = -\sqrt[2k+1]{a}$

Наступним кроком у вивченні степеневої функції є розглядання теми «Функція виду $y = \sqrt[n]{x}$ та її графік». Оскільки учні вже знайомі з функцією $y = \sqrt{x}$ то достатньо буде нагадати її графік та розширити знання до поняття n -го степеня і при обох умовах, коли n – натуральне парне число та n – натуральне непарне число. Властивості цієї функції можна продемонструвати за допомогою графіка і з метою закріплення подати у формі таблиці (таблиця 2.2). При дистанційному навчанні дану таблицю можна показати у вигляді презентації.

Таблиця 2.2

Властивості графіку функції $y = \sqrt[n]{x}$

Функція $y = \sqrt[n]{x}, n \in \mathbb{Z}, n \geq 2$		
Властивості	n -парне	n – не парне
Область визначення	$[0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Множина значень	$[0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Нулі функції	$x = 0$	$x = 0$
Проміжки знакосталості, $y > 0$	$x > 0$	$x > 0$
Проміжки знакосталості, $y < 0$	-	$x < 0$
Парність, непарність	Ні парна, ні не парна	Не парна
Проміжки зростання	$[0; +\infty)$	$(-\infty; +\infty)$
Проміжки садання	-	-

Джерело: [18]

Крім того, при дистанційному навчанні, учням варто демонструвати графіки функцій $y = \sqrt[4]{x}$; $y = \sqrt[3]{x}$, щоб вони могли мати візуальне уявлення даних графіків (рис 2.6).

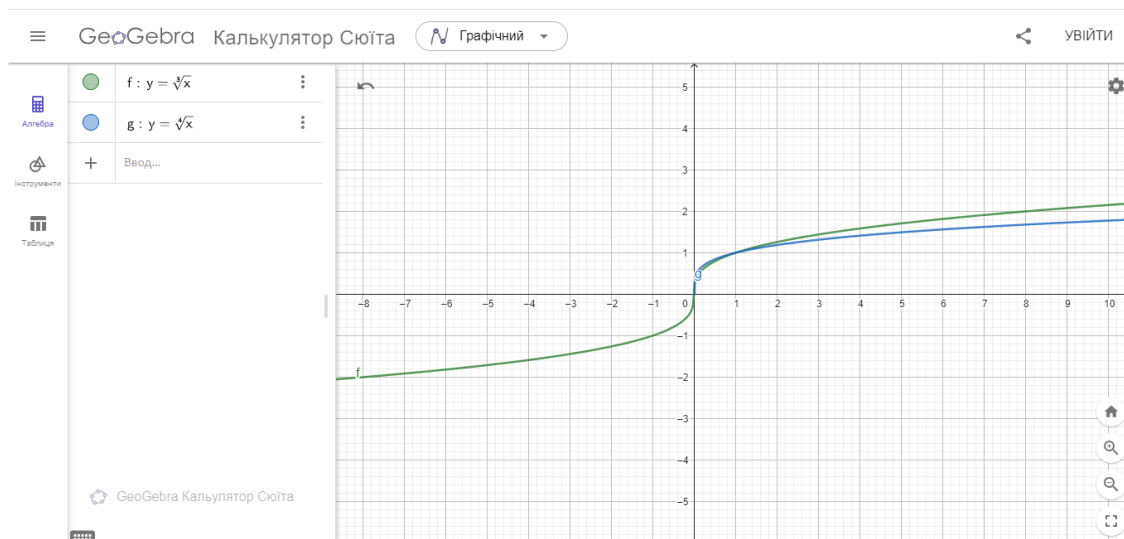


Рис. 2.6. – Зображення графіків функції $y = \sqrt[4]{x}$; $y = \sqrt[3]{x}$ за допомогою програмного засобу при дистанційному навчанні

На наступному етапі вивчаються властивості коренів – корінь із степеня, корінь із добутку, корінь із частки, степінь кореня, корінь із кореня (таблиця 2.3).

Таблиця 2.3

Властивості степенів n-го кореня

Назва властивості	Формула властивості
Корінь із степеня	${}^{2k+1}\sqrt{a^{2k+1}} = a$ ${}^{2k}\sqrt{a^{2k}} = a $
Корінь із добутку	$\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$
Корінь із частки	$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$
Степінь кореня	$(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$
Корінь із кореня	$\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$

При дистанційному навчанні розгляд цих властивостей можна здійснити, записуючи відповідні формули за допомогою онлайн дошки Розглянемо приклад демонстрації учням властивості корінь із кореня (рис 2.7).

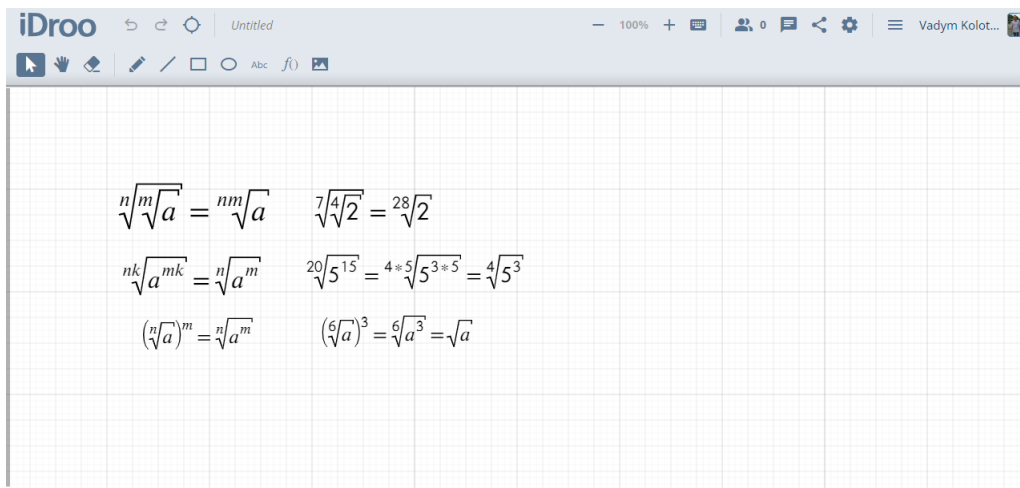


Рис. 2.7 – Навчання учнів властивості коренів – корінь із кореня за допомогою онлайн дошки

Далі розглядається перетворення виразів що містять корені, зокрема наступні прийоми: винесення множника з-під знака кореня; внесення множника під знак кореня; скорення дробів; звільнення від ірраціональності в знаменнику, спрощення виразів. Доцільно кожен із цих методів пояснювати наводячи відповідні приклади на фізичній дошці чи онлайн (при дистанційному навчанні). Розглянемо приклад демонстрації учням винесення та внесення множників з під знаку кореня, за допомогою онлайн дошки (рис 2.8).

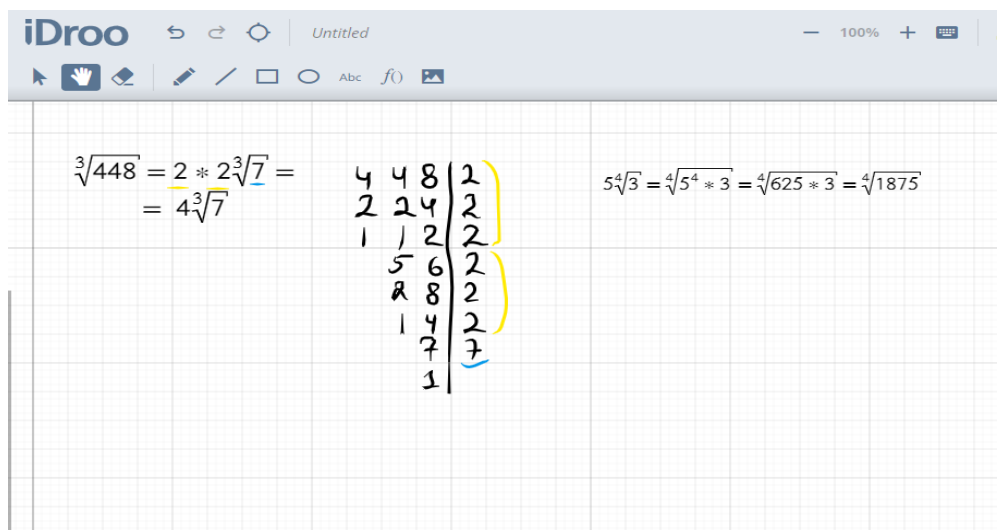


Рис. 2.8. – Демонстрація учням за допомогою онлайн дошки методики внесення та винесення множників із під знаку кореня

І наприкінці вводиться поняття степеня з цілим показником. Степенем додатного числа a з раціональним показником r , поданим у вигляді $\frac{m}{n}$, де $m \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$, $n > 1$, називають число $\sqrt[n]{a^m}$, тобто [27].

$$a^r = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}.$$

Крім того, приймається, що $0^{\frac{m}{n}} = 0$, де $m \in \mathbb{N}$, $n \in \mathbb{N}$.

Далі вводять поняття функції із раціональним показником – функція, яка задається формулою $y = r$, $r \in \mathbb{Q}$.

Варто зазначити, що учні знайомі з графіком функції $y = \sqrt{x}$ та його властивостями. Тому учням варто просто пояснити, що функція $y = \sqrt{x}$ та сама, що $y = x^{\frac{1}{2}}$.

Далі варто побудувати три графіки функції $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{\frac{1}{3}}$, $y = x^{\frac{1}{4}}$ в одній системі координат. Це дасть учням можливість зрозуміти, що кожен з графіків функції є в чому подібним (зокрема всі проходять точку (1;1) та в них спільна область визначення). В умовах дистанційного навчання це можна реалізувати за допомогою відповідного програмного забезпечення (рис 2.9).

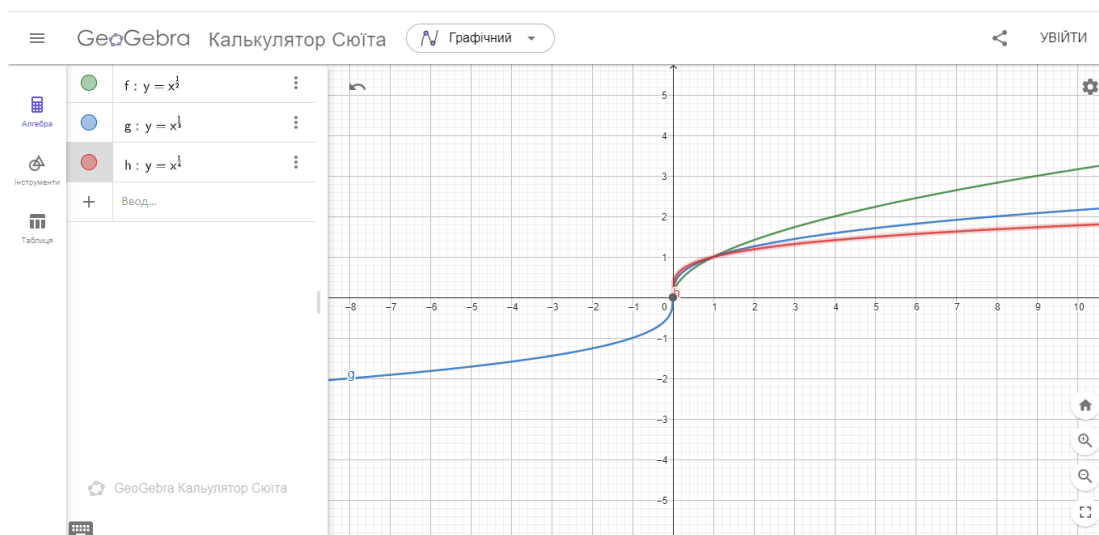


Рис. 2.9 – Зображення графіків функції $y = x^{\frac{1}{2}}$, $y = x^{\frac{1}{3}}$, $y = x^{\frac{1}{4}}$ за допомогою програмного засобу при дистанційному навчанні

Як бачимо для функції $y = x^{\frac{m}{n}}$, коли n – непарне, область визначення є множина всіх дійсних чисел. Але коли n – парне то область визначення – тільки додатні числа.

Типи вправ, які можуть бути розглянуті, з метою набуття учнями практичних навичок є наступними: порівняння значень функцій, побудова графіків функцій, знаходження найбільшого та найменшого значення функцій та інші. Розгляд прикладів даних вправ наведено в пункті 2.3. даної класифікаційної роботи.

Таким чином, в процесі навчання теми "Степенева функція" у курсі алгебри і початків аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання виявлено, що дана тема включає в себе ряд важливих концепцій та функцій, які є необхідними для глибокого розуміння математичних понять і вирішення задач.

1. Повторення функцій, вивчених у 7-8 класі, дозволяє учням закріпити базові поняття про такі функції, як: $y = kx + b$, квадратичну функцію, $y = 1/x$ і $y = \sqrt{x}$. Це сприяє повторенню та узагальненню навичок роботи з цими функціями та підготовці до вивчення степеневих функцій.

2. Вивчення учнями степеневі функції з натуральним показником призводить до того, що учні розуміють поняття такої функції, вміють будувати графіки та визначати їх властивості, матимуть базу для навчання розв'язування ірраціональні рівняння та нерівності.

3. Степенева функція з цілим показником дозволила учням розглянути варіанти, коли показник може бути від'ємним або рівним нулю, що розширило їх уявлення про функційні залежності та властивості графіків.

4. Вивчення властивостей коренів, зокрема кореня із степеня, кореня із добутку, частки, степеня кореня і кореня із кореня, сприяло розвитку навичок розв'язування різних математичних задач та розумінню їх геометричного змісту.

5. Функція виду $y = x^{\frac{1}{n}}$ відкрила перед учнями можливість вивчення функцій, які мають універсальний характер і використовуються в різних галузях математики та фізики.

2.2.3 Методика навчання теми «Тригонометричні функції» курсу алгебра і початки аналізу 10 класу в умовах дистанційного навчання

Для старших школярів, зокрема для учнів 10-го класу, вивчення тригонометричних функцій стає ключовим етапом у математичній освіті. Основною особливістю цієї теми є її практична спрямованість та великий потенціал для моделювання реальних процесів. В цьому пункті кваліфікаційної роботи ми детальніше розглянемо методику викладання теми "Тригонометричні функції" у контексті дистанційного навчання.

Визначення та Основні Поняття

Спочатку, важливо нагадати учням основні тригонометричні функції, що вивчалися на уроках геометрії в 8-9 класах. Основними тригонометричними функціями є $y = \sin x, y = \cos x, y = \operatorname{tg} x, y = \operatorname{ctg} x$. Ці функції використовуються для визначення відношень між довжинами сторін прямокутних трикутників та розгляду взаємозв'язків між кутами та сторонами цих трикутників.

Міра кутів в радіанах та градусах: Учні повинні пригадати, що кути можна вимірювати як в радіанах, так і в градусах, і знати перетворення між цими мірами кутів. Наприклад, для того щоб перетворити градусну міру в радіанну можна скористатися формулою:

Для переведення градусів в радіани та навпаки, використовуються спеціальні формули:

- Переведення градусів в радіани: $\text{радіани} = \frac{(\text{градуси} \cdot \pi)}{180}$.

- Переведення радіанів в градуси: $\text{градуси} = \frac{(\text{радіани} \cdot 180)}{\pi}$.

Практичні завдання, що включають в себе перетворення кутів між градусами та радіанами, допомагають учням закріпити ці поняття та навички.

Також важливо навчити учнів працювати зі змінними кутами, які можуть змінюватися в певному діапазоні значень. Під час вивчення тригонометричних функцій, таких як синус та косинус, важливо розуміти, як змінюються значення цих функцій при різних значеннях кута.

Вивчення роботи зі змінними кутами є важливим кроком підготовки для подальшого вивчення тригонометричних функцій та їх застосувань. Розуміння радіан та градусів, навичок перетворення одиниць вимірювання кутів і властивостей тригонометричних функцій є фундаментом для успішного навчання в цій темі.

Навчання учнів тригонометричних функцій варто розпочати з нагадування одиничного півкола і знаходження по ньому синуса, косинуса, тангенса та котангенса.

В 10 класі вводяться поняття нові поняття: косинус, синус, тангенс та котангенс кута повороту шляхом розглядання одиничного кола на координатній площині. В результаті учні мають розуміти, як знайти значення цих функцій від 0 градусів до 360 та яких значень (додатних чи від'ємних) набувають ці функції в кожній з координатній чвертей.

Учні знайомляться з наступними формулами:

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha$$

$$\operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha$$

Наступним кроком у вивченні тригонометричних функцій є знайомство учнів з періодичними функціями, зокрема поняттями періодична функція f , періодом T .

Періодична функція f :

Функцію f називають періодичною, якщо існує таке число $T \neq 0$, що для будь-якого x із області визначення функції f виконуються рівності $f(x - T) = f(x) = f(x + T)$. Число T називають періодом функції f [27].

Іншими словами, T - це довжина інтервалу, на якому функція повторює свої значення.

Далі учням пояснюються наступні теореми [27]:

1) Якщо число T є періодом функції f , то й число $-T$ також є періодом функції f .

2) Якщо числа T_1 і T_2 є періодами функції f , причому $T_1 + T_2 \neq 0$, то число $T_1 + T_2$ також є періодом функції f .

3) Головним періодом функцій $y = \sin x$ і $y = \cos x$ є число 2π ; головним періодом функцій $y = \operatorname{tg} x$ і $y = \operatorname{ctg} x$ є число π .

4) Якщо число T є періодом функції $y = f(x)$, то число $\frac{T}{k}$, де $k \neq 0$, є періодом функції $y = f(kx + b)$.

5) Якщо T — головний період функції f , то будь-який період функції f має вигляд nT , де $n \in \mathbb{Z}$ і $n \neq 0$.

Графіки тригонометричних функцій

Побудова графіків тригонометричних функцій є важливою частиною вивчення цієї теми. Учні повинні бути здатні аналізувати та розуміти графіки $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$ функцій/

Під час дистанційного навчання, використання комп'ютерних програм для побудови графіків може бути надзвичайно корисним. Учні можуть візуально спостерігати залежність між кутами та значеннями тригонометричних функцій, що допоможе їм краще розуміти матеріал.

Побудова графіків тригонометричних функцій є фундаментальним аспектом вивчення теми "Тригонометричні функції" в 10 класі.

Графіки функцій $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = \operatorname{ctg} x$, є графічною ілюстрацією властивостей цих функцій. Перед побудовою графіків відбувається обґрунтування та вивчення властивостей кожної з тригонометричних функцій.

Визначимо основні властивості графіка функції $y = \sin x$:

- Область визначення: усі дійсні числа, тобто $(-\infty, \infty)$.
- Область значень: від -1 до 1 , тобто $[-1, 1]$.
- Періодичність: $\sin(x)$ має період 2π , тобто $\sin(x + 2\pi) = \sin x$.

- Проміжки знакосталості $\sin x > 0$ на кожному з проміжків виду $(2\pi n; \pi + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$; $\sin x < 0$ на кожному з проміжків виду $(\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$

- Нулі функції: Числа виду $n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

- Парність: $\sin(-x) = -\sin(x)$ (непарна функція).

- Проміжки зростання/спадання: Зростає на кожному з проміжків виду $[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n]$; спадає на кожному з проміжків виду $[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

- Найбільше значення: досягається в точках $\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, найменше значення становить -1.

- Найменше значення: досягається в точках $-\frac{\pi}{2} + 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.

Функція $y = \sin x$ матиме наступний вигляд графіку (рис 2.10).

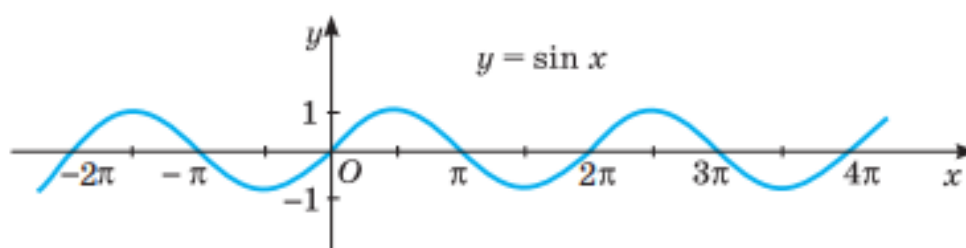


Рис. 2.10 – Графік функції $y = \sin x$.

Джерело: [8].

Властивості функції $y = \cos x$:

- Область визначення: усі дійсні числа, тобто $(-\infty, \infty)$.
- Область значень: від -1 до 1, тобто $[-1, 1]$.
- Періодичність: $\cos(x)$ має період 2π , тобто $\cos(x + 2\pi) = \cos(x)$.
- Проміжки знакосталості $\cos x > 0$ на кожному з проміжків виду $(-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$; $\cos x < 0$ на кожному з проміжків виду $(\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$

- Нулі функції: Числа виду $\frac{\pi}{2} + n\pi$, $n \in \mathbb{Z}$.

- Парність: $\cos(-x) = \cos(x)$ (парна функція).

- Проміжки зростання/спадання: Зростає на кожному з проміжків виду $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$; спадає на кожному з проміжків виду $[\pi + 2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

- Найбільше значення: досягається в точках $2\pi n, n \in \mathbb{Z}$, найменше значення становить -1 .

- Найменше значення: досягається в точках $\pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

2. **Функція $y = \cos x$ матиме наступний вигляд графіку (рис 2.11).**

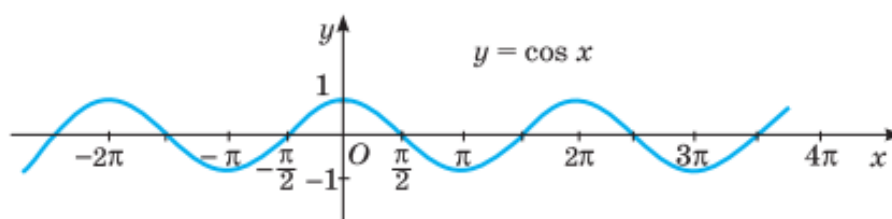


Рис. 2.11 – Графік функції $y = \cos x$

Джерело: [8].

Властивості функції $y = \operatorname{tg}(x)$:

- Область визначення: $\{x \in \mathbb{R} | x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n, n \in \mathbb{Z}\}$.

- Область значень: $(-\infty; +\infty)$.

- Періодичність: $\operatorname{tg}(x)$ має період π , тобто $\operatorname{tg}(x + \pi) = \operatorname{tg}(x)$.

- Проміжки знакосталості $\operatorname{tg} x > 0$ на кожному з проміжків виду $(\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$; $\operatorname{tg} x < 0$ на кожному з проміжків виду $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$

- Нулі функції: Числа виду $\pi n, n \in \mathbb{Z}$.

- Парність: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg}(x)$ (непарна функція).

- Проміжки зростання/спадання: Зростає на кожному з проміжків виду $[-\frac{\pi}{2} + \pi n; \frac{\pi}{2} + \pi n]$;

- Найбільше значення: не набуває.

- Найменше значення: не набуває.

3. **Функція $y = \operatorname{tg}(x)$ матиме наступний вигляд графіку (рис 2.12).**

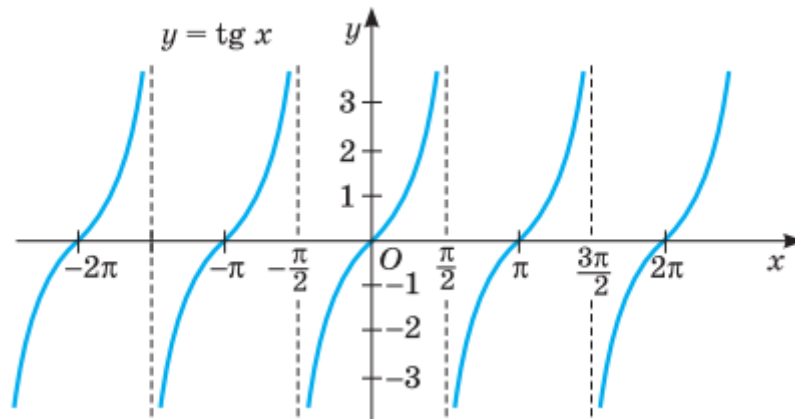


Рис. 2.12 – Графік функції $y = tg(x)$

Джерело: [8].

Властивості функції $y = ctg x$:

- Область визначення: $\{x \in R | x \neq \pi n, n \in Z\}$.
- Область значень: $(-\infty; +\infty)$.
- Періодичність: $ctg x$ має період π , тобто $ctg(x + \pi) = ctg x$.
- Проміжки знакосталості $ctg x > 0$ на кожному з проміжків виду $(\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n)$, $n \in Z$; $ctg x < 0$ на кожному з проміжків виду $(-\frac{\pi}{2} + \pi n; \pi n)$, $n \in Z$
- Нулі функції: Числа виду $\frac{\pi}{2}, n \in Z$.
- Парність: $ctg(-x) = -ctg(x)$ (непарна функція).
- Проміжки зростання/спадання: Спадає на кожному з проміжків виду $[\pi n; \pi + \pi n]$;
- Найбільше значення: не набуває.
- Найменше значення: не набуває.

4. **Функція $y = ctg x$ матиме наступний вигляд графіку (рис 2.13).**

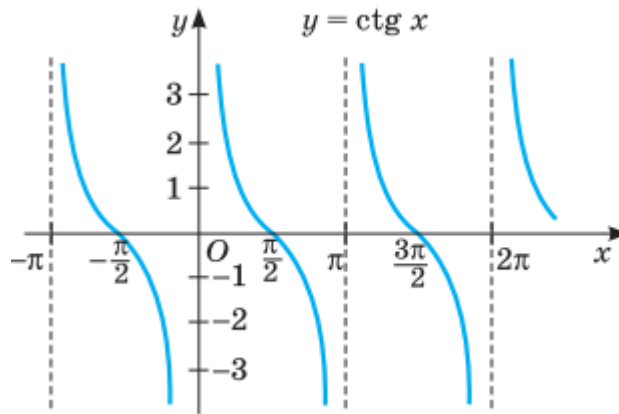


Рис. 2.13 – Графік функції $y = ctg x$

Джерело: [8].

Учням можна запропонувати завдання для дослідження та аналізу графіків тригонометричних функцій на віртуальних платформах, де вони можуть експериментувати з параметрами та спостерігати, як зміни впливають на форму графіка. Цей підхід сприяє глибокому розумінню зв'язку між кутами та значеннями функцій.

Необхідно підкреслити, що вивчення графіків тригонометричних функцій - це процес, який потребує від учнів багато практики та ретельного аналізу. Подальше вивчення теми "Тригонометричні функції" буде спрощеним завданням, якщо вони мають міцне розуміння базового рівня графіків.

Далі розглядаються основні співвідношення між тригонометричними функціями одного й того самого аргументу, формули додавання, формули зведення, формули подвійного, потрійного та половинного аргументів, формули для перетворення суми, різниці тригонометричних функцій у добуток та формули перетворення добутку тригонометричних функцій у суму.

Крім того в старшій школі розглядаються обернені функції до тригонометричних - $y = \arccos x$, $y = \arcsin x$, $y = \arctg x$ і $y = \text{arcctg } x$.

Основні етапи методики навчання можуть виглядати наступним чином:

1. **Визначення функцій:** Учні спочатку повинні зрозуміти, що таке функції $\arccos(x)$, $\arcsin(x)$, $\arctg(x)$ і $\text{arcctg}(x)$. Наведемо визначення кожної із цих функцій в таблиці 2.4.

Визначення обернених тригонометричних функцій

Функція	Визначення
$y = \arcsin x$	Функцією оберненою до функції $y = \sin x$, де $x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ називають арксинусом і позначають $y = \arcsin x$
$y = \arccos x$	Функцією оберненою до функції $y = \cos x$, де $x \in [0; \pi]$ називають арккосинусом і позначають $y = \arccos x$
$y = \arctg x$	Функцією оберненою до функції $y = \operatorname{tg} x$, де $x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$ називають арктангенсом і позначають $y = \arctg x$
$y = \operatorname{arcctg} x$	Функцією оберненою до функції $y = \operatorname{ctg} x$, де $x \in (0; \pi)$ називають арккотангенсом і позначають $y = \operatorname{arcctg} x$

Джерело: сформовано автором на основі [18]

Так само, в результаті вивчення учні повинні знати наступні рівності:

$$\cos(\arccos x) = x, \text{ для проміжку } x \in [-1; 1];$$

$$\arccos(\cos x) = x, \text{ для проміжку } x \in [0; \pi]$$

$$\arccos(-x) = \pi - \arccos x, \text{ для проміжку } x \in [-1; 1]$$

$$\sin(\arcsin x) = x, \text{ для проміжку } x \in [-1; 1]$$

$$\arcsin(\sin x) = x, \text{ для проміжку } x \in [-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$$

$$\arcsin x + \arccos x = \frac{\pi}{2}, \text{ для проміжку } x \in [-1; 1]$$

$$\operatorname{tg}(\arctg x) = x, \text{ для проміжку } x \in R$$

$$\arctg(\operatorname{tg} x) = x, \text{ для проміжку } x \in (-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2})$$

$$\arctg(-x) = -\arctg x, \text{ для проміжку } x \in R$$

$$\operatorname{arcctg}(\operatorname{ctg} x) = x, \text{ для проміжку } x \in (0; \pi)$$

$$\operatorname{ctg}(\operatorname{arcctg} x) = x, \text{ для проміжку } x \in R$$

$$\operatorname{arcctg}(-x) = \pi - \operatorname{arcctg} x, \text{ для проміжку } x \in R$$

$$\arctg x + \operatorname{arcctg} x = \frac{\pi}{2}, \text{ для проміжку } x \in R$$

2. **Графіки функцій:** Побудова графіків цих функцій допомагає учням візуалізувати властивості функцій.

Оскільки функції є взаємо оберненими, то використовуючи графіки тригонометричних функцій будують графіки обернених тригонометричних функцій, які є симетричними відносно прямої $y=x$.

Графік функції арксинус має наступний вигляд (рис 2.14).

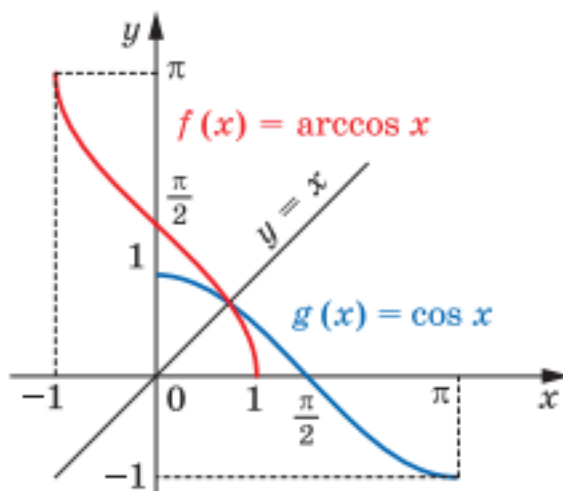


Рис. 2.14 – Графік функції арксинус $y = \arcsin x$

Джерело: [27]

Графік функції $y = \arcsin x$, має декілька важливих властивостей:

- Область визначення - $[-1; 1]$;
- Область значень $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$;
- Нулі функції при $x = 0$;
- Проміжки знакосталості – Якщо $x \in [-1; 0)$, то $\arcsin x < 0$;
якщо $x \in (0; 1]$, $\arcsin x > 0$.
- Парність – непарна.
- Зростання – зростаюча.

Зобразимо графік функції арккосинуса $y = \arccos x$ зображено на рисунку 2.15.

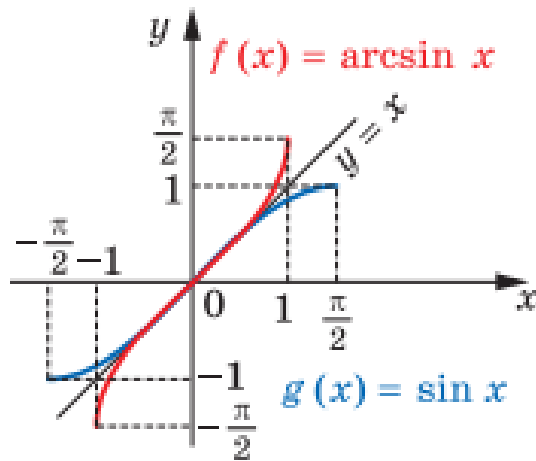


Рис. 2.15 – Графік функції арккосинус $y = \arccos x$
 Джерело: [27]

Функція $y = \arccos x$ має наступні властивості:

- Область визначення - $[-1; 1]$;
- Область значень - $[0; \pi]$;
- Нулі функції при $x = 1$;
- Проміжки знакосталості – Якщо $x \in [-1; 1)$, то $\arccos x > 0$.
- Парність – Не є ні парною, ні непарною.
- Зростання – спадна.

Далі зобразимо графік функції арктангенс $y = \arctg x$ (рис 2.16) і опишемо його властивості.

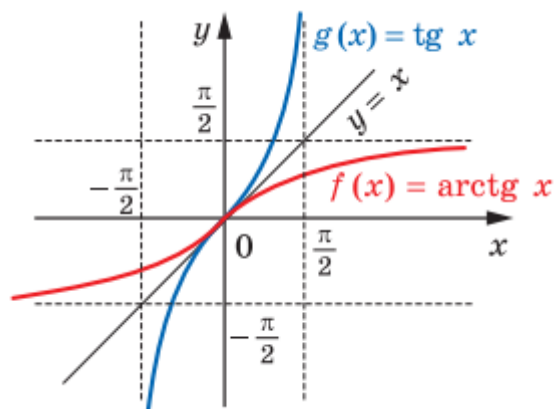


Рис. – 2.16 - Графік функції арктангенс $y = \arctg x$
 Джерело: [27]

Графік функції $y = \operatorname{arctg} x$, має наступні властивості:

- Область визначення - R ;
- Область значень - $\left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$;
- Нулі функції при $x = 0$;
- Проміжки знакосталості – Якщо $x \in (-\infty; 0)$, то $\operatorname{arctg} x < 0$;
якщо $x \in (0; +\infty)$, $\operatorname{arctg} x > 0$.
- Парність – непарна.
- Зростання – зростаюча.

І нарешті зобразимо графік функції $y = \operatorname{arcctg} x$ та опишемо його функції (рис 2.17).

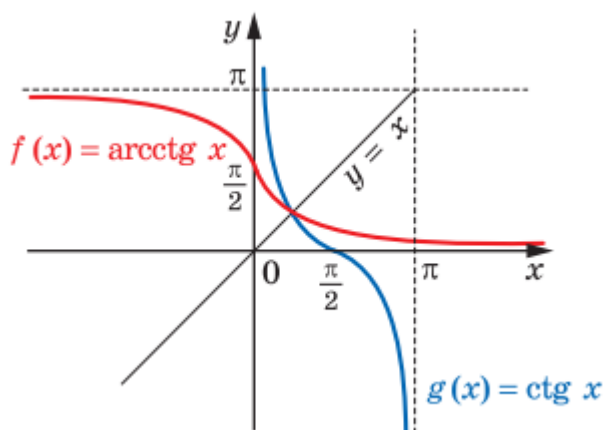


Рис. 2.17 - Графік функції $y = \operatorname{arcctg} x$

Джерело: [27]

Графік функції $y = \operatorname{arcctg}(x)$, має наступні властивості:

- Область визначення - R ;
- Область значень - $(0; \pi)$;
- Нулі функції відсутні;
- Проміжки знакосталості – $\operatorname{arcctg} x > 0$, при всіх x .
- Парність – Не є ні парною, ні непарною.
- Зростання – спадна.

Практичні завдання, які вимагають використання тригонометричних функцій, допомагають учням зрозуміти застосування цих функцій у реальних

ситуаціях і надають їм практичний досвід. Приклади таких задач наведено в параграфі 2.3. кваліфікаційної роботи.

Таким чином, методика навчання теми "Тригонометричні функції" в 10-му класі в умовах дистанційного навчання має свої особливості. В процесі навчання за допомогою різних дистанційних засобів учні мають засвоїти основні тригонометричні функції та обернені тригонометричні функції. Крім того, вони повинні знати властивості цих функцій і вміти будувати їх графіки. І звісно учні повинні вміти розв'язувати практичні вправи.

Водночас, дистанційне навчання вимагає від учнів більшої самодисципліни та самостійності в опануванні матеріалу. Для успішного засвоєння теми "Тригонометричні функції" важливо використовувати онлайн-ресурси, відеоуроки та інтерактивні завдання. Додаткова практика та самостійне розв'язування задач є важливими компонентами навчання цієї складної теми.

2.2.4. Методика навчання теми «Показникова та логарифмічна функції» курсу алгебра і початки аналізу 11 класу в умовах дистанційного навчання.

В сучасному освітньому середовищі, яке перебуває під впливом технологічних змін та дистанційного навчання, вивчення показникових та логарифмічних функцій набуває особливої важливості. Ці математичні поняття є складними, і для успішного навчання учнів необхідний спеціалізований підхід, який враховує сучасні можливості технологій та вимоги освітнього процесу.

Аналіз підручників [10]; [19]; [30]; [35] дозволяє виокремити ряд різноманітних аспектів з вивчення показникової та логарифмічної функції в старшій школі.

Для вивчення логарифмічних та показникових функцій, особливо в рамках загальної середньої освіти, рекомендується застосовувати когнітивний підхід, який сприяє досягненню гармонії між логічним та образним мисленням учнів. Для успішного впровадження цього методу важливо враховувати кілька важливих аспектів:

1. Використання візуальних засобів: При введенні нових понять і концепцій важливо спиратися на візуальне сприйняття учнів. Навчальний матеріал може бути представлений у формі таблиць, схем, графіків та інших візуальних засобів, що сприяє легшому засвоєнню інформації.

2. Зорове сприйняття як основа мислення: Когнітивний процес учня базується на порівнянні навколишньої дійсності з конкретними образами та формами. Тому на початкових етапах вивчення важливо уникати абстрактних понять.

3. Систематичне та структуроване використання візуалізації: Використання навчальної наочності повинно бути систематичним і послідовним. Спочатку ретельно аналізуються окремі елементи, а потім переходять до загального розуміння матеріалу.

4. Створення можливостей для учнів: Учням слід надавати можливість самостійно створювати візуальні матеріали, що сприяє їхньому розвитку та засвоєнню знань.

5. Використання комп'ютерних інструментів: У дистанційному навчанні можна використовувати комп'ютерні інструменти для візуалізації матеріалу та побудови графіків функцій.

6. Різні способи подання інформації: Важливо застосовувати різноманітні підходи до подання матеріалу, включаючи геометричний, символічний і вербальний способи.

7. Зваження на індивідуальні особливості учнів: Навчання має бути адаптованим до здібностей та особистих характеристик кожного учня.

Використання цього підходу допомагає успішно вивчати логарифмічні та показникові функції в умовах дистанційного навчання та сприяє кращому зрозумінню цих складних математичних концепцій. Логарифмічні та показникові функції є важливими математичними концепціями, які

застосовуються для опису та моделювання різних явищ у природі, науці, інженерії, економіці та інших галузях.

Показникова функція (експонентна функція):

Функцію вигляду $y = a^x$, де $a > 0, a \neq 1$, називають показниковою функцією [18]. Дана функція визначена на всій області дійсних чисел.

Показникові функції грають важливу роль у різних розділах математики та суміжних науках, включаючи зростання та спадання чисельності популяцій, випромінювання та розпад атомних ядер тощо.

Логарифмічна функція.

Логарифмічна функція є оберненою до показникової функції та має вигляд $y = \log_a x$. Причому $a > 0, a \neq 1$.

a – додатне число, відмінне від 1. Кожному додатному числу x можна поставити у відповідність число y таке, що $y = \log_a x$. Тим самим буде задано функцію $y = \log_a x$ з областю визначення $D(f) = (0; +\infty)$ [30].

Основна властивість логарифмічної функції полягає в тому, що вона визначає показник, до якого потрібно підняти основу a , щоб отримати x . Іншими словами, $\log_a x$ - це той показник, до якого підносять основу a , щоб – отримати x .

Логарифмічні функції корисно використовуються для вирішення різноманітних завдань, включаючи обчислення складності алгоритмів, вивчення експоненційного зростання, розв'язання рівнянь та моделювання процесів, де змінні змінюються експоненційно [23].

Графічне представлення показникової функції $y = a^x, a > 1$ зображено на рисунку 2.18

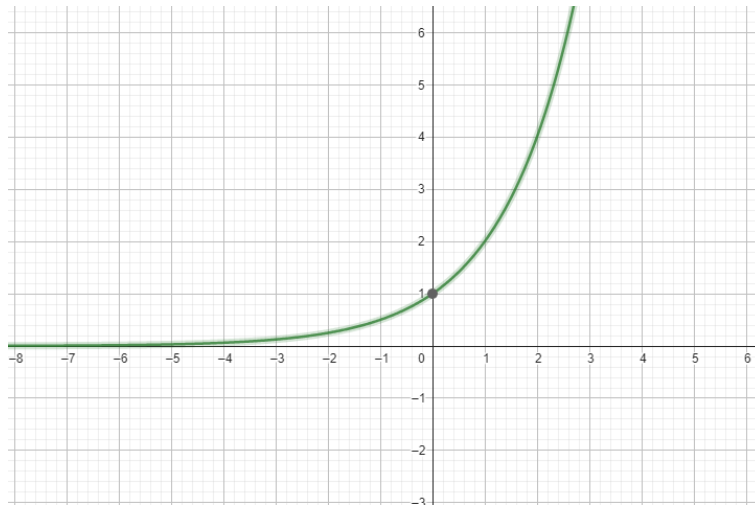


Рис.2.18 – Показникова функція $y = a^x, a > 1$.

Графічне представлення показникової функції $y = a^x, 0 < a < 1$ зображено на рисунку 2.18

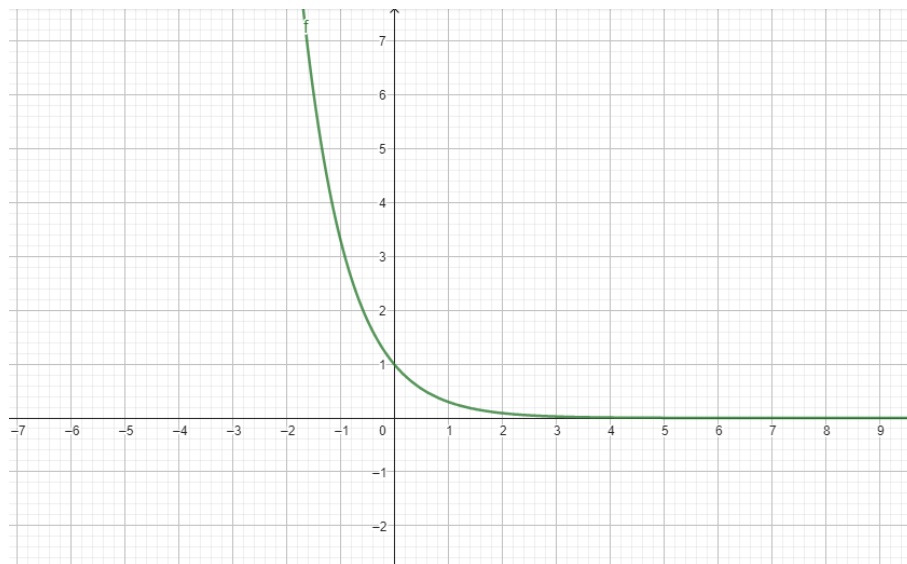


Рис.2.19 – Показникова функція $y = a^x, 0 < a < 1$.

Аналізуючи підручники з математики [10]; [19]; [30]; [35] було виявлено основні властивості показникової функції (таблиця 2.5)

Властивості графіка показникової функції

Властивість	$0 < a < 1$	$a > 1$
Область визначення	\mathbb{R}	\mathbb{R}
Область значень	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$
Парність	Ні парна, ні непарна	Ні парна, ні непарна
Періодичність	Неперіодична	Неперіодична
Нулі функції	Немає	Немає
Проміжки знакосталості	$y > 0$ при $x \in \mathbb{R}$	$y > 0$ при $x \in \mathbb{R}$
Проміжки монотонності	Спадаюча	Зростаюча
Екстремуми	Немає	Немає
Асимптота	Пряма $y = 0$	Пряма $y = 0$

Графічне представлення логарифмічної функції $y = \log_a x, a > 1$ зображено на рисунку 2.20.

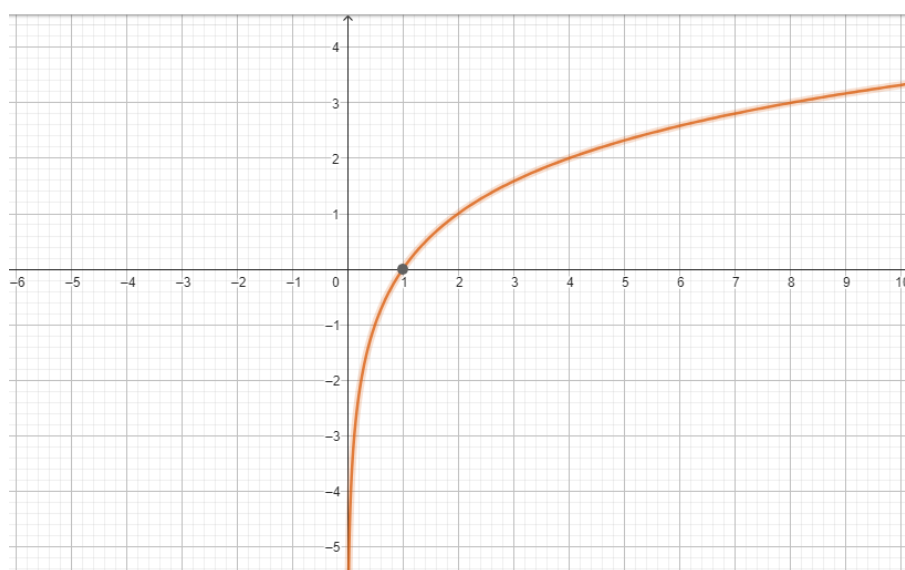


Рис.2.20 – Логарифмічна функція $y = \log_a x, a > 1$

Графічне представлення логарифмічної функції $y = \log_a x, 0 < a < 1$ зображено на рисунку 2.21.

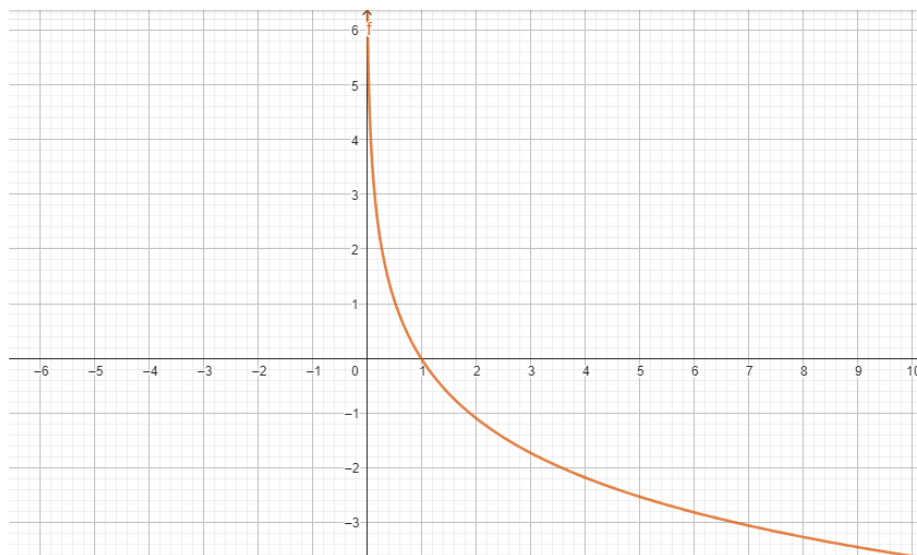


Рис.2.21 – Логарифмічна функція $y = \log_a x, 0 < a < 1$

Аналізуючи підручники з математики [10]; [19]; [30]; [35] було виявлено основні властивості логарифмічної функції (таблиця 2.6)

Таблиця 2.6

Властивості графіка логарифмічної функції

Властивість	$0 < a < 1$	$a > 1$
Область визначення	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$
Область значень	\mathbb{R}	\mathbb{R}
Парність	Ні парна, ні непарна	Ні парна, ні непарна
Періодичність	Неперіодична	Неперіодична
Нулі функції	$x = 1$	$x = 1$
Проміжки знакосталості	$y > 0, x \in (0; 1)$ $y < 0, x \in (1; +\infty)$	$y > 0, x \in (1; +\infty)$ $y < 0, x \in (0; 1)$
Проміжки монотоності	Спадає $x \in (0; +\infty)$	Зростаюча $x \in (0; +\infty)$
Екстремуми	Немає	Немає
Асимптота	Пряма $x = 0$	Пряма $x = 0$

Вивчення показникових та логарифмічних функцій є важливим аспектом математичної освіти, а також має велике практичне застосування в різних галузях науки та практики. Показникові функції допомагають моделювати процеси експоненційного зростання і спаду, що є важливими у наукових

дослідженнях і практиці, таких як природничі науки, економіка та інші галузі. Логарифмічні функції стають незамінними при розв'язанні завдань, пов'язаних із піднесенням до степеня та обробкою даних. Вивчення цих функцій включає аналіз їх характеристик, побудову графіків та їх використання у різних аспектах життя. Розуміння показникових та логарифмічних функцій допомагає учням розвивати навички аналізу даних і вирішення різноманітних завдань, які виникають у наукових дослідженнях та практичній роботі. Вміння працювати з цими функціями є критичним для досягнення успіху в багатьох галузях науки та техніки.

2.3 Методика навчання розв'язування задач функціональної змістової лінії курсу алгебра і початки аналізу 10-11 класу на різних рівнях в умовах дистанційного навчання

Умови дистанційного навчання ставлять перед вчителями і учнями численні виклики, але з правильною методикою, навчання розв'язуванню задач з алгебри і початків аналізу може бути ефективним і зацікавлюючим. Нижче наведено методичні рекомендації щодо навчання цього матеріалу на різних рівнях учнів.

1. Підготовка вчителя:

Перед тим як вчити учнів розв'язувати задачі, вчителю потрібно мати глибоке розуміння предмету. Важливо освіжити свої знання з алгебри і аналізу, ознайомитися зі специфікою курсу для 10-11 класів і знайти матеріали, які можуть бути використані для навчання.

2. Створення інтерактивних уроків:

В дистанційному навчанні важливо залучати учнів до уроку. Використовуйте відео, анімацію, графіку та інші візуальні засоби для пояснення складних понять. Важливо відповідати на питання учнів та надавати їм можливість активно брати участь у процесі.

3. Розділення матеріалу на рівні завдань:

На 10-11 класах в умовах дистанційного навчання, вчителю важливо розділити матеріал на рівні завдань, адаптуючи їх до поточного рівня знань

учнів. Розробіть завдання для початкового рівня, середнього рівня та високого рівня складності.

4. Використання онлайн ресурсів:

Використовуйте онлайн ресурси, такі як платформи для навчання, відеоуроки, інтерактивні завдання та інші засоби, які допоможуть учням краще зрозуміти матеріал і вирішувати задачі.

5. Індивідуальний підхід:

Враховуйте різницю в індивідуальних можливостях учнів. Запропонуйте додаткові завдання для тих, хто швидко засвоює матеріал, і додаткову підтримку для тих, хто потребує додаткового часу.

6. Оцінювання та зворотній зв'язок:

Забезпечте чітку систему оцінювання та надайте учням зворотній зв'язок. Використовуйте тестування, контрольні роботи та інші методи для оцінювання знань.

7. Мотивація:

Створюйте конкурси, виклики та стимули для учнів, щоб спонукати їх до розв'язування задач. Нагороджуйте досягнення та активну участь.

8. Зв'язок з батьками:

Підтримуйте комунікацію з батьками учнів, щоб вони могли бути в курсі навчального процесу та надавали підтримку дому.

9. Постійна самоосвіта вчителя:

Не зупиняйтеся на своїх знаннях. Світ алгебри і аналізу постійно розвивається. Постійно вдосконалюйте свої знання та методи навчання.

Під час навчання функцій можна розглянути такі типи задач.

Завдання 1. [27]^o Знайдіть область визначення функції:

$$2) f(x) = \frac{\sqrt{x-4}}{\sqrt{x+2}} + \frac{4x-3}{x^2-7x+6}$$

Розв'язання: Складемо наступну систему

$$\begin{cases} x - 4 \geq 0 \\ x + 2 > 0 \\ x^2 - 7x + 6 \neq 0 \end{cases}$$

Розв'яжемо систему рівнянь

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ x > -2 \\ x \neq 1 \\ x \neq 6 \end{cases}$$

Відповідь: $x \in [4; 6) \cup (6; +\infty)$.

Завдання 2. [28]° Знайдіть область значень функції:

1) $f(x) = 5 - x^2$

Розв'язання. Дана функція набуває найбільшого значення 5, тому $E(f(x)) = (-\infty; 5]$.

Завдання 3. [28]° Знайдіть нулі функції:

1) $y = \sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1}$

Розв'язання.

Прирівняємо праву частину до нуля, щоб визначити нулі функції.

Тоді $\sqrt{x-1} \cdot \sqrt{x+1} = 0$. Отже, $\sqrt{x-1} = 0$ або $\sqrt{x+1} = 0$

$x - 1 = 0$ або $x + 1 = 0$

$x = 1$ або $x = -1$

При $x = -1$ вираз $\sqrt{x-1}$ не має змісту. Тому $x = 1$.

Завдання 4. [28]° Доведіть, що функція є парною:

$f(x) = -3x^2 + |x| - 1$

Розв'язання. Областю визначення функції є множина \mathbb{R} , тому вона є семеричною відносно початку координат $(0; 0)$.

$$f(-x) = -3 \cdot (-x)^2 + |-x| - 1 = -3x^2 + |x| - 1 = f(x)$$

Отже, задана функція є парною.

Приклади задач, які можуть бути використані при вивченні теми «Степенева функція» є наступні:

Завдання 5. [27]° Функцію задано формулою $f(x) = x^{19}$. Порівняйте:

1) $f(-7.6)$ і $f(-8.5)$; 2) $f(-6.9)$ і $f(6.9)$.

Розв'язання.

Оскільки степінь n є непарним натуральним числом, то функція зростаюча на проміжку від $(-\infty; +\infty)$ і тому більшому значенню аргументу відповідає більше значення функції:

$$1) \quad f(-7.6) > f(-8.5), ;$$

$$2) \quad 2) f(-6.9) < f(6.9).$$

Завдання 6. [27]° Побудуйте графік функції $y = |x|x^4$.

Розв'язання.

$$y = \begin{cases} x^5, & x \geq 0 \\ -x^5, & x < 0 \end{cases}$$

Отримуємо в результаті наступний графік (рис 2.22)

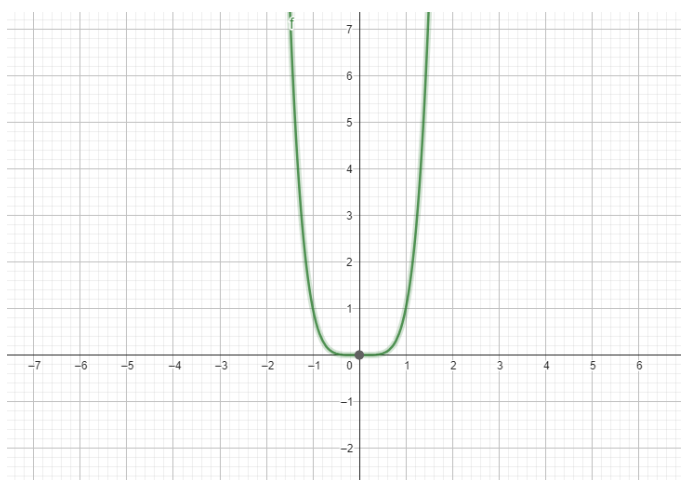


Рис. 2.22 – Графік функції $y = |x|x^4$

Завдання 7. [27]° Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^8$ на проміжку $[0; 2]$.

Розв'язання.

Функція зростає на цьому проміжку, тому

$$f(0) = 0^8 = 0 \text{ – найменше значення функції;}$$

$$f(2) = 2^8 = 256 \text{ – найбільше значення функції.}$$

Завдання 8. [18]° Знайти множину значень функції $y = \sqrt[4]{x+1}$.

Розв'язання. Оскільки $\sqrt[4]{x+1} \geq 0$, то $E(y) = [1; +\infty)$.

Під час вивчення теми «Тригонометричні функції» з учнями доцільно розв'язувати наступні завдання:

Завдання 9. [18]° Знайти множину значень функції $y = \sin x + 2$

Розв'язання. Маємо $-1 \leq \sin x \leq 1$; $-1 + 2 \leq \sin x + 2 \leq 1 + 2$; $1 \leq \sin x + 2 \leq 3$. Отже $E(y) = [1; 3]$.

Завдання 9. [18]° Обчислити: $\sin 780^\circ$.

Розв'язання. 780° містить два періоди по 360° . Маємо $\sin 780^\circ = \sin(2 \cdot 360^\circ + 60^\circ) = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

Завдання 10. [27]° Побудуйте графік функції $y = |\operatorname{ctg} x| \operatorname{tg} x$. Побудову графіку виконайте в додатку GeoGebra.

Розв'язання. Областю визначення цієї функції є всі дійсні числа, окрім чисел виду $\frac{\pi n}{2}$, $n \in Z$, тобто

$$D(y) = \left\{ x \in R \mid x \neq \frac{\pi n}{2}, n \in Z \right\}$$

Якщо $\pi k < x < \frac{\pi}{2} + \pi k$, $k \in Z$ то $\operatorname{ctg} x > 0$ і $y = 1$

Якщо $\frac{\pi}{2} + \pi k < x < \pi + \pi k$, $k \in Z$ то $\operatorname{ctg} x < 0$ і $y = -1$.

Тоді шуканий графік матиме наступний вигляд (рис 2.10) (побудований в додатку GeoGebra).

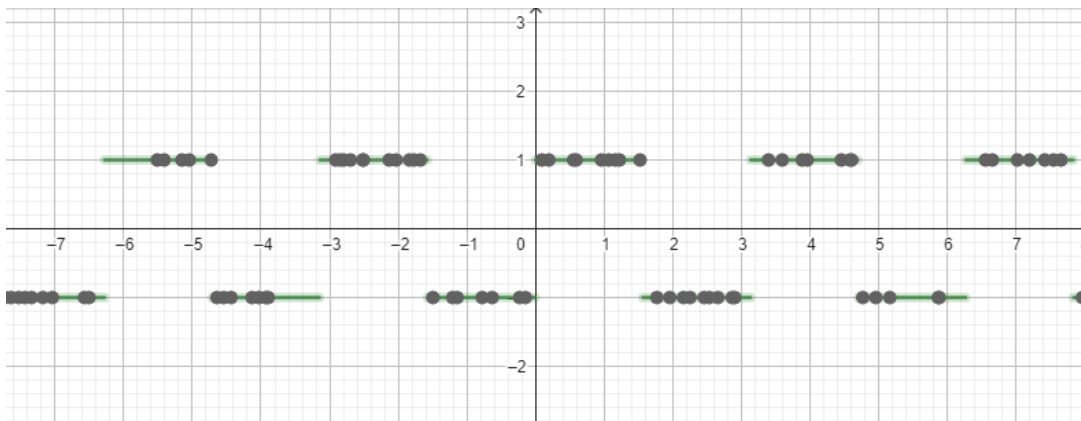


Рис 2.10 – Графік функції $y = |\operatorname{ctg} x| \operatorname{tg} x$

Завдання 11. [27]° Обчисліть $\cos(2 \operatorname{arctg}(-\frac{1}{3}))$.

Розв'язання. Нечай $\operatorname{arctg}(-\frac{1}{3}) = \alpha$, тоді $\operatorname{tg} \alpha = -\frac{1}{3}$

Запишемо: $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$; $\cos^2 \alpha = \frac{9}{10}$;

Звідси $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1 = 2 \cdot \frac{9}{10} - 1 = \frac{4}{5}$

Відповідь: $\frac{4}{5}$

Приклади вправ, які можуть пропонуватися учням при вивченні теми «Границя та похідна функції»:

Завдання 12. [27]° Знайдіть $\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x - 1)$

Розв'язання.

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2x^2 - 3x - 1) = \lim_{x \rightarrow 1} 2x^2 - \lim_{x \rightarrow 1} 3x - \lim_{x \rightarrow 1} 1 = 2 \cdot 1^2 - 3 \cdot 1 - 1 = -2$$

Завдання 13. [27]° Обчисліть значення похідної функції f у точці x_0 :
 $f(x) = x\sqrt{x}$, $x_0 = 81$;

Розв'язання.

$$f'(x) = (x\sqrt{x})' = (\sqrt{x^3})' = \frac{3\sqrt{x}}{2}$$

$$f'(81) = \frac{3\sqrt{81}}{2} = 13.5$$

Так само можна пропонувати розв'язувати вправи практичного характеру, наприклад наступну.

Завдання 14. [5]° Підприємство виготовляє x одиниць деякої продукції в місяць. Встановлено, що залежність фінансових накопичень підприємства від об'єму випуску виражається формулою $f(x) = -0.02x^3 + 600x - 1000$. Який обсяг виробництва забезпечить максимально можливе значення фінансових накопичень на підприємстві?

Розв'язання. Функція досліджується за допомогою похідної:

$$f'(x) = -0.06x^2 + 600.$$

$$-0.06x^2 + 600 = 0$$

$$x = 100$$

Отримали, що $x = 100$ – критична точка. На основі достатньої умови існування екстремуму функції в точці в термінах першої похідної приходимо до висновку, що це точка максимуму.

Оскільки це єдина точка на всій області визначення ($x > 0$), то функція досягає в ній максимального значення. Обчислимо значення функції в точці максимуму:

$$f(100) = -0.02 \cdot 100^3 + 600 \cdot 100 - 1000 = 39000.$$

Отже, фінансові накопичення підприємства зростають зі збільшенням обсягу виробництва до 100 одиниць, при $x = 100$ вони досягають максимуму і обсяг накопичень дорівнює 39000 грошових одиниць. Подальше зростання виробництва призводить до скорочення фінансових накопичень [5].

Наведемо деякі вправи, які можуть бути використані вчителем математики при навчанні показникових та логарифмічних функцій.

Завдання 15. [30]° Укажіть, які з даних функцій є зростаючими, а які — спадними

$$1) \quad y = 10^x \quad 3) \quad y = 2^{-x} \quad 5) \quad y = 2^x \cdot 3^x$$

$$2) \quad y = \left(\frac{5}{9}\right)^x \quad 4) \quad y = \left(\frac{1}{5}\right)^{-x} \quad 6) \quad y = 12^x \cdot \left(\frac{1}{18}\right)^x$$

Розв'язання. Зростаючі функції 1, 4, 5 – оскільки основа степеня більша за 1, спадна 2, 3, 6 – основа в межах від 0 до 1.

Завдання 16. [30]° Побудуйте графік функції $y = 3^x$. Як змінюється значення функції, коли x зростає від -1 до 3 включно?

Розв'язання. При дистанційному навчанні побудувати графік функції можна за допомогою відповідного програмного забезпечення (рис 2.23).

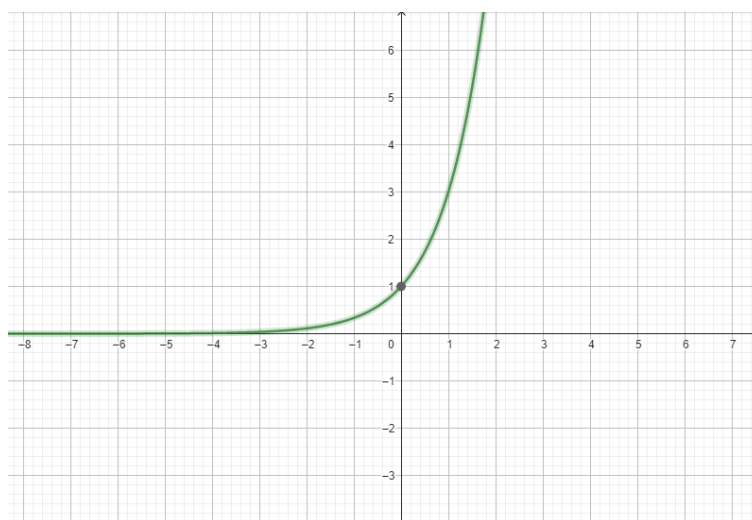


Рис. 2.23 – Графік функції $y = 3^x$.

Коли $x = -1$, то значення функції $y = 3^{-1} = \frac{1}{3}$. Коли $x = 3$, то значення функції $y = 3^3 = 27$.

Отже, значення функції змінюється від $\frac{1}{3}$ до 27.

Завдання 17. [30]° Знайдіть область визначення функції $f(x) = \log_3(x + 1)$.

Розв'язання. Під логарифмічний вираз має бути більше за нуль. Тобто

$$x + 1 > 0$$

$$x > -1$$

Відповідь: $D(f) = (-1; +\infty)$.

Завдання 18. [30]° Порівняйте:

1) $\log_4 5$ і $\log_5 4$

2) $\log_{1.5} 1.3$ і $\log_{1.3} 1.5$

3) $\log_{0.7} 0.8$ і $\log_{0.8} 0.7$

4) $\log_{0.2} 0.1$ і $\log_{0.1} 0.2$

Розв'язання. 1) Оскільки $4 < 5$, то $\log_4 5 > \log_4 4$; $\log_4 5 > 1$; $\log_5 4 < \log_5 5 = 1$; Тоді $\log_4 5 > \log_5 4$;

2) $\log_{1.5} 1.3 < \log_{1.5} 1.5$; $\log_{1.5} 1.3 < 1$; $\log_{1.3} 1.5 > \log_{1.3} 1.3$; $\log_{1.3} 1.5 > 1$;

Отже, $\log_{1.5} 1.3 < \log_{1.3} 1.5$

3) $\log_{0.7} 0.8 < \log_{0.7} 0.7$; $\log_{0.7} 0.8 < 1$; $\log_{0.8} 0.7 > \log_{0.8} 0.8$; $\log_{0.8} 0.7 > 1$;

Тому, $\log_{0.7} 0.8 < \log_{0.8} 0.7$

4) $\log_{0.2} 0.1 > \log_{0.2} 0.2$; $\log_{0.2} 0.1 > 1$; $\log_{0.1} 0.2 < \log_{0.1} 0.1$; $\log_{0.1} 0.2 < 1$;

Тобто, $\log_{0.2} 0.1 > \log_{0.1} 0.2$

Наведемо приклади вправ, які можуть бути використані для навчання учнів практичного розв'язування вправ на інтегрування:

Завдання 19. [19]° 11.2. Які з функцій є первісними для функції $f(x) = 3$:

1) $F(x) = 3x$; 2) $F(x) = -3x + 1$; 3) $F(x) = 3x - 2$; 4) $F(x) = 0$?

Розв'язання. Знайдемо похідні для кожної функції.

1) $F(x)' = 3$; 2) $F(x)' = -3$; 3) $F(x)' = 3$; 3) $F(x)' = 3$; 4) $F(x)' = 0$

Отже, для функції $f(x) = 3$, первісними будуть наступні функції: $F(x) = 3x$ та $F(x) = 3x - 2$

Завдання 20. [19]° Доведіть, що функція $F(x)$ є первісною для функції $f(x)$ на $(-\infty; +\infty)$ якщо $F(x) = x^4 - 3x + 1$, $f(x) = 4x^3 - 3$.

Розв'язання. $F'(x) = (x^4 - 3x + 1)' = 4x^3 - 3$.

Завдання 22. [19]° Знайдіть загальний вигляд первісних для функції $f(x) = 7x^6$.

Розв'язання. $F(x) = \frac{7x^7}{7} + C = x^7 + C$

Завдання 23. [30]° Для функції f на проміжку I знайдіть первісну F , графік якої проходить через дану точку: $f(x) = 3 - 6x, I = (-\infty; +\infty), A(-1; 0)$.

Розв'язання.

$$F(x) = 3x - 6 \frac{x^2}{2} + C = 3x - 3x^2 + C$$

$$0 = 3 \cdot (-1) - 3(-1)^2 + C$$

$$0 = -3 - 3 + C$$

$$C = 6$$

$$F(x) = 3x - 3x^2 + 6$$

Завдання 24. [35]° Швидкість матеріальної точки, що рухається прямолінійно, задана формулою $v(t) = t^2 + 2t - 1$. Запишіть формулу залежності її координати x від часу t , якщо відомо, що в початковий момент часу ($t = 0$) точка знаходилася в початку координат.

Розв'язання. Якщо $x(t)$ – залежність координати точки від часу t , то $v(t) = x'(t)$. Отже, $x(t)$ – первісна для $v(t)$, тоді

$$F(x(t)) = \frac{t^3}{3} + t^2 - t + C$$

За умовою $x(t) = 0$

$$t = 0$$

$$0 = \frac{0^3}{3} + 0^2 - 0 + C$$

$$C = 0$$

$$x(t) = \frac{t^3}{3} + t^2 - t$$

Розв'язування практичних вправ, при дистанційному навчанні, буде ефективним, якщо вчителі використовують правильну методику, відповідні інтерактивні засоби онлайн освіти та докладають зусиль для залучення учнів.

2.4 Методика проведення онлайн-уроків з різних тем функціональної змістової лінії курсу алгебра і початки аналізу на різних рівнях

В сучасному світі, освіта поступово переходить до онлайн-формату, охоплюючи не лише загальну шкільну освіту, але й вищу математичну підготовку. Здійснення успішних онлайн-уроків з різних тем курсу "Алгебра і початки аналізу" на різних рівнях вимагає спеціалізованої підготовки вчителів та розробки адекватних методик навчання. У цьому розділі ми детальніше розглянемо основні аспекти організації та проведення таких уроків.

1. **Підготовка до онлайн-уроку.** Початок підготовки до онлайн-уроку розпочинається з вибору теми та створення плану для матеріалу. Важливо враховувати специфіку онлайн-навчання, зокрема збалансованість навчального матеріалу та забезпечення його доступності для учнів.

2. **Вибір теми уроку.** Перший етап - вибір теми, яку ви плануєте розглядати на уроці. Важливо враховувати програму курсу та потреби учнів. Оскільки онлайн-уроки мають бути структуровані та компактні, обирайте теми, які можна ефективно вивчити в обмежений час.

3. **Структура уроку** Кожен урок має чітку структуру, яка включає введення, основну частину, практичні завдання та підсумок. Введення має зацікавити учнів та підкреслити мету та значення вивчення даної теми. Основна частина повинна бути послідовною та логічною в подачі матеріалу, використовуючи інтерактивні засоби для полегшення засвоєння та розуміння матеріалу.

4. **Використання інтерактивних засобів** У онлайн-навчанні важливо використовувати інтерактивні засоби для зрозумілого представлення матеріалу. Це може включати відеоуроки, анімації, інтерактивні дошки та вебінари. Різноманітність інтерактивних методів навчання допомагає залучити більше учнів, враховуючи їхні різні стилі навчання.

5. **Створення навчальних матеріалів** Підготовка до уроку також включає створення необхідних навчальних матеріалів та ресурсів, таких як підручники, презентації, вправи, тести тощо. Важливо, щоб ці матеріали були доступні для учнів перед уроком та мали структурований формат.

6. **Створення атмосфери взаємодії та підтримки** Оскільки навчання в онлайн-форматі може викликати відчуття відокремленості та відстані, важливо створити атмосферу взаємодії та підтримки. Використання чату або форуму для запитань і обговорень, а також віртуальних груп для співпраці може підсилити зв'язок між учнями та вчителем.

Використання інтерактивних засобів в онлайн-навчанні

Онлайн-уроки повинні бути максимально взаємодійними. Цього досягається за допомогою різноманітних інтерактивних інструментів, таких як відеоуроки, вебінари, інтерактивні дошки тощо. Важливо дотепно використовувати ці інструменти для пояснення матеріалу та роботи над практичними завданнями.

Застосування інтерактивних засобів під час онлайн-уроків є ключовим елементом, який може значно покращити якість навчання і зробити уроки більш ефективними та цікавими для учнів. Давайте розглянемо більш детально, які інтерактивні засоби можуть бути використані та як їх впроваджувати:

Використання відеоуроків та відеопрезентацій: Цей підхід дозволяє вчителю створювати яскраві та інформативні матеріали для пояснення складних концепцій. Вчителі можуть записувати відео з власними поясненнями, включати анімацію та візуалізацію для кращого розуміння матеріалу. Перед уроком важливо підготувати відеоматеріали та забезпечити їх доступність для учнів.

Вебінари та віртуальні класи: Вони надають вчителю можливість спілкуватися з учнями в режимі реального часу. Під час таких уроків вчителі можуть відповідати на запитання, проводити обговорення та виконувати вправи

разом з учнями. Платформи для відеоконференцій, такі як Zoom, Google Meet або Microsoft Teams, дозволяють вчителю створювати інтерактивне навчання.

Інтерактивні дошки: Ці дошки можуть бути віртуальними або фізичними і дозволяють вчителю писати, малювати, проводити обчислення та відображати математичні функції в режимі реального часу. Сучасні дошки також підтримують роботу з різними математичними програмами та інструментами, спрощуючи відображення графіків функцій, розв'язування рівнянь і проведення геометричних конструкцій.

Створення інтерактивних завдань та вправ: Це дозволяє учням вивчати матеріал активно і практично. Вчителі можуть використовувати спеціалізовані платформи або програми для створення тестів, вправ для розв'язання завдань та самоперевірки. Цей підхід дозволяє вчителю отримувати зворотний зв'язок щодо успішності учнів та вчасно коригувати навчальний процес.

Використання спеціалізованих математичних пакетів

Застосування спеціалізованих математичних пакетів, таких як MATLAB, Mathematica, Maple або GeoGebra, може істотно спростити осмислення математичних концепцій. Ці інструменти дозволяють виконувати обчислення, проводити аналіз та візуалізацію математичних об'єктів та функцій, що сприяє кращому усвідомленню матеріалу.

Важливо пам'ятати, що використання інтерактивних засобів повинно бути ретельно обрано та обгрунтовано. Вчителі мають враховувати індивідуальні потреби та рівень підготовки своїх учнів, створюючи навчальну атмосферу, яка сприяє розвитку їхніх математичних навичок та зацікавлення в предметі.

Адаптація до рівня навчання

Кожен рівень навчання (стандартний та профільний) має свої особливості. Вчителі повинні пристосовувати методику навчання до конкретного рівня, забезпечуючи зрозумілість матеріалу для учнів.

На стандартному рівні навчання важливо вводити учнів у ключові поняття алгебри та аналізу, роблячи матеріал доступним для всіх учнів та надаючи практичні завдання для закріплення знань.

На профільному рівні важливо поглиблювати знання учнів, вивчаючи більше складних аспектів алгебри та аналізу, та розвивати їхні аналітичні навички.

Адаптація методики проведення онлайн-уроків до рівня навчання є ключовою складовою успіху в процесі вивчення алгебри та аналізу на різних рівнях. Розглянемо цей аспект більш детально:

На рівні стандарту

На рівні стандарту навчання вчителі повинні забезпечити зрозумілість і доступність матеріалу для всіх учнів. Основним завданням є введення учнів у ключові поняття алгебри та аналізу, формування базових навичок розв'язування алгебраїчних та математичних задач.

У процесі навчання на цьому рівні важливо створити надійні фундаментальні знання, які будуть використовуватися у майбутньому. Учні повинні засвоїти поняття числових функцій, алгебраїчних виразів, рівнянь і нерівностей, які будуть базою для подальших тем.

На цьому рівні також важливо акцентувати увагу на розвитку алгоритмічного мислення та вмінню застосовувати математичні методи для розв'язування практичних задач. Завдання та вправи повинні бути створені таким чином, щоб сприяти формуванню цих навичок.

На профільному рівні

На профільному рівні навчання важливо глибше вивчати математичні концепції та зрозуміти більше складні аспекти алгебри та аналізу. Учні мають розуміти більш складні математичні концепції, такі як диференціація та інтегрування, а також їх застосування в різних галузях математики та науки.

На цьому рівні вчителі повинні надавати більше завдань для самостійного аналізу та дослідження, що допоможе розвивати аналітичні навички учнів. Також важливо вивчати більше складні математичні об'єкти, такі як вектори, та комплексні числа.

Учні на профільному рівні повинні бути готові до подальшого вивчення вищої математики та її застосування в різних наукових галузях, включаючи фізику, інженерію, економіку та інші.

Під час проведення онлайн-уроків, вчителі повинні також враховувати індивідуальні потреби та здібності кожного учня. Диференціація - це процес адаптації навчального матеріалу та методів навчання до потреб кожного учня.

За допомогою індивідуалізації, вчителі можуть створювати індивідуальні навчальні плани для учнів, надавати додаткові завдання для обдарованих учнів та надавати підтримку тим, хто потребує додаткової допомоги.

Ці підходи допомагають забезпечити ефективне та результативне навчання на різних рівнях та зробити процес навчання більш доступним та інклюзивним для всіх учнів.

Взаємодія та відстеження прогресу.

Проведення ефективних онлайн-уроків в алгебрі та аналізі включає такі ключові практики:

1. **Активне спілкування та створення комфортного середовища:** Вчителі мають активно взаємодіяти з учнями, створюючи атмосферу, де всі можуть задавати питання та обговорювати матеріал. Важливо враховувати індивідуальні особливості учнів і надавати підтримку.
2. **Мотивація:** Вчителі повинні заохочувати інтерес учнів до предмету, демонструючи його практичне застосування та важливість. Використання реальних прикладів і завдань, пов'язаних з темами курсу, може сприяти залученню учнів до навчання.
3. **Індивідуальний підхід:** Кожен учень має свої особливості та темп навчання. Вчителі мають готовність адаптувати методи навчання до потреб кожного учня, надаючи додаткову підтримку або виклики залежно від потреб.
4. **Відстеження прогресу:** Вчителі повинні регулярно оцінювати знання та навички учнів за допомогою тестів, завдань та практичних

вправ. Онлайн-інструменти можуть допомогти створити та адмініструвати такі оцінювальні завдання.

5. **Об'єктивна оцінка:** Важливо мати систему оцінювання, яка є зрозумілою та об'єктивною. Оцінки повинні бути обґрунтовані та спрямовані на покращення якості навчання.

6. **Використання онлайн-інструментів:** Вчителі можуть використовувати онлайн-інструменти для обговорення та спільної роботи з учнями. Форуми для дискусій, чати для обговорення матеріалу та групові завдання можуть сприяти активній взаємодії.

Ці стратегії та підходи сприяють успішному проведенню онлайн-уроків з різних тем курсу "Алгебра і початки аналізу." Активна взаємодія з учнями та систематичне відстеження їхнього навчального прогресу є ключовими складовими успішної освіти в онлайн-форматі.

Конспект проведеного індивідуального онлайн-уроку з математики на тему «Степенева функція з цілим показником» наведено в Додатку А. Відео уроку розташоване за наступним посиланням - <https://youtu.be/OYTicYTagcU> .

2.5 Створення тестів для перевірки знань учнів

Створення тестів для оцінки засвоєння знань є важливою складовою педагогічного процесу. Тести не лише допомагають вчителям оцінити рівень розуміння та засвоєння матеріалу учнями, але й надають можливість учням самостійно перевірити свої знання. У цьому детальному посібнику буде розглянуто, як створити тести для перевірки знань учнів.

Крок 1: Визначення мети тесту Першим етапом у створенні тесту є визначення його мети та цілей. Необхідно чітко зрозуміти, що саме ви прагнете виміряти або оцінити у своїх учнів. Можливі методи тестування включають:

- Перевірку розуміння основних концепцій та понять.
- Вимірювання рівня засвоєння матеріалу.
- Оцінку навичок у вирішенні завдань та усвідомлення знань.

- Визначення слабких місць для подальшого вдосконалення навчального процесу.

Крок 2: Вибір типу питань Після визначення мети тесту слід вибрати типи питань, які найкраще підходять для досягнення цієї мети. Деякі загальні типи питань включають:

- Закриті питання: учні вибирають одну або декілька правильних відповідей з варіантів, поданих у списку.
- Відкриті питання: учні дають відповідь вільним текстом, без обмеження вибору варіантів.
- Правильно/неправильно: учні вказують, чи є дане твердження правильним чи неправильним.
- Відповіді на відповідності: учні встановлюють відповідність між парами понять або виразами.

Вибір типу питань залежить від того, як саме ви хочете перевірити знання учнів. Наприклад, для оцінки розуміння теоретичного матеріалу корисно використовувати закриті питання, а для вимірювання навичок у вирішенні завдань - відкриті питання.

Крок 3: Складання питань Складання питань - це один з останніх етапів у процесі створення тесту. Питання мають бути чітко сформульовані, зрозумілі та уникати двозначності. Ось кілька порад:

- Формулюйте питання коротко та зрозуміло.
- Уникайте подвійного запитання в одному питанні.
- Переконайтеся, що всі можливі варіанти відповідей обґрунтовані та зрозумілі.
- Враховуйте вікові та рівневі особливості учнів.

Крок 4: Визначення кількості питань Кількість питань в тесті залежить від тривалості і складності тесту, а також від мети та цілей тестування. Важливо збалансувати кількість питань так, щоб тест був адекватним для оцінки знань учнів. Наприклад, короткі тести можуть включати 10-20 питань, у той час як більш складні можуть включати більше питань.

Крок 5: Перевірка тесту на об'єктивність та адекватність Перед використанням тесту для оцінювання необхідно переконатися, що він об'єктивний та адекватний. Питання повинні бути справедливими та відповідати вимогам мети тесту. Для цього можна провести наступні дії:

- Протестувати тест на невеликих групах учнів для визначення, чи зрозумілі питання та чи правильно сформульовані варіанти відповідей.

Крок 6: Підготовка варіантів відповідей Варіанти відповідей повинні бути правильно сформульовані та логічні. Важливо визначити правильні відповіді і можливо, надати пояснення, чому саме ці відповіді є правильними.

Крок 7: Розробка ключа відповідей Створення ключа відповідей допомагає оцінити результати тестування. У ключі відповідей наводяться правильні відповіді для кожного питання. Ключ повинен бути чітким та безсумнівним.

Крок 8: Проведення тестування Проведення тестування включає подачу тесту учням та збір їхніх відповідей. Важливо забезпечити адекватні умови для проходження тесту, включаючи час і спокійне середовище.

Крок 9: Оцінка результатів Після збору відповідей учнів, використовуючи ключ відповідей, проводиться оцінка їхніх результатів. Це дозволяє визначити, які аспекти матеріалу були добре засвоєні, а які потребують додаткової уваги.

Крок 10: Аналіз результатів та відгуків Після проведення тестування важливо проаналізувати результати та отримані відгуки учнів. Це допомагає зрозуміти, як можна покращити методику навчання та розробити більш ефективні тести в майбутньому.

У створених тестах для оцінки знань учнів важливо дотримуватися об'єктивності, чіткості та адекватності. Тести повинні бути спрямовані на досягнення конкретних навчальних цілей і завдань. Правильно структурований тест може бути корисним інструментом як для вчителів, так і для учнів у процесі навчання та оцінювання знань.

Приклад тесту для перевірки знань учнів з функціональної змістової лінії (додаток Б).

2.6 Налаштування зворотного зв'язку з учнями та батьками та створення розкладу занять

Настройка обміну інформацією з учнями та їхніми батьками, а також складання розкладу занять є важливими аспектами організації навчального процесу. У цьому детальному посібнику ми розглянемо, як правильно виконати ці завдання.

1. Налаштування зв'язку із учнями:

- **Створення зручних каналів комунікації:** Визначення, якими інструментами комунікації ви будете користуватися для спілкування з учнями, такими як електронна пошта, платформи для обміну інформацією, веб-сайт, де ви розміщуєте завдання і іншу інформацію, а також можливість проводити онлайн-консультації через відеоконференції.

- **Години доступності:** Повідомлення учнів про вашу доступність для консультацій та відповідей на їхні запитання. Якщо ви не можете бути доступні в певний час, вкажіть, коли очікувати ваші відповіді.

- **Ефективні сповіщення:** Встановлення системи сповіщень про важливі події та зміни в навчальному процесі. Це може бути розсилка електронних листів, повідомлення в месенджерах або SMS-повідомлення.

- **Відкритість до запитань та фідбеку:** Підкреслення важливості запитань та зворотного зв'язку від учнів. Завжди готові відповідати на запитання та розглядати їхні пропозиції щодо покращення навчального процесу.

- **Організація онлайн-консультацій:** Встановлення регулярного графіку онлайн-консультацій або вебінарів, де учні можуть задавати питання та отримувати додаткову допомогу у навчанні.

- **Створення форумів або спільнот:** Важливість створення простору, де учні можуть обговорювати матеріал, обмінюватися думками та спілкуватися один з одним. Форуми або спільноти на платформі для навчання можуть бути корисними для цієї мети.

2. Налаштування обміну інформацією з батьками:

- **Визначення контактних осіб:** Вказання, хто відповідає за комунікацію з батьками в навчальному закладі, такі як вчителі, класні керівники або адміністратори.

- **Інформаційні листи:** Регулярна розсилка інформаційних листів батькам з оновленнями про події, успіхи та проблеми в навчанні.

- **Батьківські збори і консультації:** Організація батьківських зборів, нарад та консультацій, де батьки можуть обговорювати питання, пов'язані з навчанням своїх дітей.

- **Особистий контакт:** Для більш складних ситуацій, таких як проблеми з навчанням або поведінкою, забезпечення особистого контакту з батьками для індивідуальних консультацій.

3. Створення розкладу занять:

- **Визначення навчального плану:** Складання докладного навчального плану, визначаючи предмети і теми, які будуть вивчатися протягом навчального року.

- **Розподіл годин:** Розподіл годин для кожного предмета і теми. Враховуйте рівень складності матеріалу і потреби учнів.

- **Робочий графік:** Створення робочого графіку, де будуть вказані дні та години проведення уроків, паузи і час для відпочинку. Важливо, щоб розподіл був рівномірним і дозволяв уникнути перевантаження.

- **Повідомлення і публікація:** Повідомлення учнів, батьків і колег про розклад занять, можливі зміни і події.

- **Гнучкість:** Важливо мати можливість коригувати розклад у разі потреби, щоб врахувати різні фактори, такі як свята, навчальні заходи чи непередбачені обставини.

- **Оптимізація навчального часу:** Максимально ефективне використання часу на уроках, роблячи їх цікавими і продуктивними.

Створення розкладу занять та налаштування обміну інформацією з учнями та їхніми батьками вимагає організації, планування та ефективної комунікації.

Важливо підтримувати відкритий та ефективний зв'язок з усіма учасниками навчального процесу для досягнення успішних результатів.

Приклад розкладу занять, складеного в сервісі Google Таблиці, наведено в Додатку В

2.7 Дистанційна перевірка виконання домашніх завдань учнями

У сучасному світі освіти, особливо під час пандемії COVID-19, дистанційна перевірка виконання домашніх завдань стала актуальною темою для обговорення. Зміна у форматі навчання вимагає нових підходів до контролю і оцінювання учнів. Дистанційна перевірка має свої переваги і недоліки, і важливо розглянути їх з усіх сторін, щоб зробити найкращий вибір для забезпечення якісної освіти.

Однією з основних переваг дистанційної перевірки є зручність і доступність для учнів і вчителів. Учні можуть виконувати завдання в зручний для них час і місце, що дозволяє їм краще керувати своїм навчанням. Вчителі також можуть оцінювати завдання в зручний для них час, не обмежуючи себе географічною локацією. Це особливо важливо у випадку вчителів, які працюють з учнями різних країн або часових поясів.

Крім того, дистанційна перевірка може зменшити можливість плагіату і копіювання робіт іншими учнями. В багатьох випадках це вимагає від учнів самостійності та розуміння вивченого матеріалу. Вчителі можуть використовувати різні онлайн-інструменти для виявлення плагіату та вдосконалення процесу перевірки.

Однак дистанційна перевірка має свої недоліки. По-перше, вона може бути менш ефективною для деяких видів завдань. Наприклад, важко оцінювати практичні навички, такі як експерименти в лабораторії або фізичні вправи, дистанційно. Для таких завдань можуть бути необхідні зустрічі в реальному житті.

По-друге, дистанційна перевірка може призвести до зростання стресу для учнів. Вони можуть відчувати тиск через віддаленість від вчителя і обмеженість

в можливостях отримати допомогу. Особливо це стосується молодших учнів, які можуть потребувати більше підтримки та контролю.

Також важливо враховувати можливість технічних проблем. Дистанційне навчання передбачає доступ до комп'ютера та Інтернету, а це не завжди можливо для всіх учнів. Технічні проблеми можуть вплинути на можливість учнів вчасно виконувати завдання і подавати їх на оцінку.

З усіма перевагами і недоліками, дистанційна перевірка все ж може бути дуже корисною, коли вона використовується ретельно і обдумано. Ось декілька практичних порад для ефективної дистанційної перевірки домашніх завдань:

1. **Чіткі інструкції:** Забезпечте учням чіткі інструкції щодо виконання завдань. Вони повинні розуміти, що саме від них вимагається.

2. **Різноманітність завдань:** Використовуйте різноманітні види завдань, включаючи тестування, завдання для розв'язування, есе тощо. Це допоможе оцінити різні аспекти знань учнів.

3. **Система оцінювання:** Розробіть систему оцінювання, яка відображає реальний рівень знань та навичок учнів. Завдання повинні бути справедливо оцінені.

4. **Спілкування і підтримка:** Забезпечте можливість спілкування з вчителем для учнів, які мають питання чи потребують підтримки. Вчителі можуть використовувати електронну пошту, відеоконференції чи форуми.

5. **Враховування індивідуальних особливостей:** Пам'ятайте, що у кожного учня є свої індивідуальні потреби та можливості. Дотримуйтесь гнучкого підходу до перевірки.

6. **Застосування інноваційних інструментів:** Використовуйте онлайн-інструменти для збору та аналізу даних, а також для виявлення плагіату.

7. **Зворотний зв'язок:** Надавайте учням зворотний зв'язок щодо їхніх робіт, підкреслюючи їхні сильні сторони та надаючи поради щодо покращення.

8. **Підготовка вчителів:** Вчителі повинні бути готові до роботи в онлайн-середовищі, знати особливості дистанційної перевірки і мати доступ до необхідних ресурсів.

Дистанційна перевірка виконання домашніх завдань є необхідним елементом сучасної освіти. Вона дозволяє учням розвивати навички самостійності та використовувати сучасні технології для навчання. Проте важливо пам'ятати про необхідність збалансованого підходу та враховувати індивідуальні особливості учнів.

Дистанційна перевірка виконання домашніх завдань може здійснюватися за допомогою різних методів. Найпоширенішими є такі:

- **Онлайн-тестування.** Цей метод є найбільш ефективним для перевірки знань учнів, оскільки дозволяє швидко і об'єктивно оцінити їхні результати. Однак, він не завжди підходить для перевірки практичних навичок.
- **Відеодзвінки.** Цей метод дозволяє вчителю безпосередньо поспілкуватися з учнями та перевірити їхні завдання. Він є ефективним для перевірки складних завдань або таких, що вимагають пояснення.
- **Відеозаписи уроків.** Цей метод дозволяє учням самостійно переглянути урок та перевірити виконані завдання. Він є ефективним для учнів, які пропускають уроки або мають труднощі з розумінням матеріалу.

Прикладом здійснення дистанційної перевірки виконання домашніх завдань може бути такий:

- Учитель розробляє завдання для домашніх робіт, які відповідають навчальним цілям та рівню підготовки учнів.
- Учитель публікує завдання в електронному освітньому середовищі (зокрема, на платформі Moodle, Google Classroom тощо).
- Учні виконують завдання вдома та надсилають їх вчителю в електронному вигляді.
- Вчитель перевіряє завдання та надає відгук учням.

Для того, щоб дистанційна перевірка виконання домашніх завдань була ефективною, важливо дотримуватися таких принципів:

- Збалансованість. Важливо використовувати різні методи перевірки, щоб оцінити різні аспекти знань учнів.
- Врахування індивідуальних особливостей учнів. Важливо враховувати рівень підготовки та індивідуальні потреби учнів при розробці завдань та оцінюванні їхніх результатів.

Додатково можна використовувати такі рекомендації:

- Надавати учням чіткі інструкції щодо виконання завдань.
- Оцінювати завдання з урахуванням рівня підготовки учнів.
- Надавати учням зворотний зв'язок щодо їхніх результатів.

Використання цих рекомендацій допоможе зробити дистанційну перевірку виконання домашніх завдань ефективною та корисною для учнів.

Приклад реалізації перевірки домашнього завдання за допомогою Google Form показано в додатку Г.

2.9 Експериментальна перевірка результатів дослідження методики організації та проведення дистанційного навчання математики в старшій школі на прикладі навчання функціональної змістової лінії

З метою апробації отриманих результатів кваліфікаційної роботи було проведено експеримент, який полягав у проведенні дистанційного уроку для 11-Б класу Опорний заклад Менська гімназія Менської міської ради на тему «Повторення та узагальнення числових функцій». Це підтверджується довідкою виданою зі закладу освіти (Додаток Д). Експеримент проводився за конспектом уроку погодженого вчителем математики Ілленко Юлією Миколаївною (Додаток Е).

Методи та Засоби Експерименту

Для проведення експерименту була вибрано 11-Б клас, який навчався в дистанційному форматі під час вивчення окремих тем функціональної змістової лінії. Експеримент був спрямований на перевірку ефективності використання

дистанційних методів навчання та методики, описаної у попередніх розділах, на практиці.

Програмним засобом за допомогою якого використовувався на дистанційному уроці - Математичні Додатки GeoGebra (<https://www.geogebra.org>). Зв'язок з учнями було організовано через Zoom.

Організація та Проведення Експерименту

Експеримент був організований у формі онлайн-уроці з математики, в яких брали участь учні 11-Б класу ОЗ Менська гімназія в присутності вчителя математики Ілленко Юлії Миколаївні 10.05.2023. Уроки проводились за методикою, розглянутою в розділах 2.2, з акцентом на використанні дистанційних засобів.

Під час проведення експерименту мною було використано - Математичні Додатки GeoGebra.

Експеримент, спрямований на перевірку ефективності дистанційного навчання математики в старшій школі на прикладі навчання функціональної змістової лінії, був організований з дотриманням докладної методології та врахуванням сучасних тенденцій в галузі освіти та технологій. Нижче подано докладний опис організації та проведення експерименту:

У якості учасників експерименту була обрана група 11-Б класу. Тема уроку "Повторення та узагальнення цифрових функцій" була обрана як предмет дослідження, оскільки ця тема є важливою частиною математичного курсу в старшій школі. Методика навчання була ретельно розроблена, враховуючи особливості дистанційного навчання та необхідність використання інтерактивних засобів.

Організація експерименту вимагала використання спеціалізованих онлайн-платформ для відеоконференцій та навчання. Використання платформи для відео зв'язку Zoom надало можливість мені, вчителю математики та учням взаємодіяти в режимі реального часу, обмінюватися інформацією та відображати навчальний матеріал.

Уроки з теми "**Повторення та узагальнення числових функцій**" було ретельно організовані відповідно до розробленого конспекту. Вони включали в себе демонстрацію вирішення завдань та вправи, а також та дискусії. Відбувалася взаємодія з учнями, ставлячи запитання, відповідаючи на їхні питання та розв'язуючи складні завдання разом.

На підставі результатів експерименту були зроблені висновки та сформульовані рекомендації щодо використання дистанційного навчання математики в старшій школі, зокрема в ОЗ Менська гімназія. Ці висновки та рекомендації стануть основою для подальшого розвитку дистанційного навчання та покращення методик навчання в математичних дисциплінах.

Для досягнення цілей уроку я використовував раціональні методи, прийоми і засоби навчання, які сприяли пізнавальній активності та творчому розвитку учнів.

Структура та тип уроку були обрані відповідно до його цілей і завдань. Я активно працював над тим, щоб забезпечити інтелектуальну активність учнів, використовуючи різні методи, прийоми, завдання, вправи та текстовий матеріал, що були цікавими для учнів.

Час на уроці був розподілений раціонально та пропорційно на всі етапи уроку, враховуючи їх значущість. Вибір методів, прийомів і засобів навчання відповідав змісту навчального матеріалу.

Урок враховував вікові особливості учнів і сприяв їх творчому розвитку. Учні працювали творчо та досягли певних результатів. Під час уроку панувала позитивна атмосфера, сприяючи взаєморозумінню, доброзичливості та взаємопідтримці між учнями та вчителем.

Урок відповідав плану і не мав недоліків у проведенні. Всі поставлені завдання були успішно реалізовані, і мета уроку була досягнута. Результати роботи учнів свідчать про успішність проведеного уроку.

На уроці були повністю реалізовані цілі, і були дотримані правила педагогічного такту, етики та норми взаємин між вчителем і учнями. Атмосфера

уроку сприяла тому, щоб учні могли показати свої знання, вміння та навички в повному обсязі.

Загалом, вважаю, що урок був проведений методично правильно.

Висновки та Рекомендації

На підставі результатів експерименту можна зробити наступні висновки:

- Дистанційне навчання математики в старшій школі є ефективним, якщо воно організовано з використанням сучасних технологій та інтерактивних методів.

- Вивчення теми "Повторення та узагальнення числових функцій" за допомогою дистанційного навчання може бути успішним, якщо використовувати відповідні онлайн-ресурси та інтерактивні матеріали.

- Застосування методики, описаної в попередніх розділах, дозволяє покращити розуміння та засвоєння матеріалу учнями.

Під час експерименту зі збору та аналізу даних було використано різноманітні методи та інструменти для оцінки ефективності дистанційного навчання математики в старшій школі на прикладі навчання функціональної змістової лінії.

На основі цих висновків можна рекомендувати подальше розвиток дистанційного навчання математики в старшій школі з використанням сучасних технологій та методик, що сприяють покращенню якості освіти та зрозумінню складних математичних концепцій.

ВИСНОВКИ

У даній кваліфікаційній роботі було проведено аналіз процесу навчання математики в умовах дистанційного навчання. Дослідження включало аналіз основних труднощів та викликів, які виникають як перед вчителями, так і перед учнями під час віддаленої освіти. Крім цього, дослідження розглядало місце стратегій та методик, які можуть бути використані для покращення якості навчання в таких умовах.

За результатами теоретичного розділу можна зробити такі висновки:

- Дистанційне навчання є формою навчання, яка відбувається віддалено, за допомогою комп'ютерних технологій та Інтернету. Воно має ряд переваг, таких як гнучкість, доступність, розширені можливості навчання та інноваційність. Однак, дистанційне навчання також пов'язане з певними викликами і загрозами, такими як нерівність доступу, втрата мотивації, втома та технічні проблеми.

- Для успішного впровадження дистанційного навчання важливо забезпечити рівний доступ до технологій і Інтернету для всіх учнів, активно стимулювати мотивацію та залученість учнів, розробляти інноваційні методики та забезпечувати належний контроль якості. Крім того, розуміння та вирішення технічних проблем, а також збереження соціальної взаємодії і міжособистісного контакту є важливими складовими успіху дистанційного навчання.

- Гнучкість і доступність навчального процесу: дистанційне навчання дозволяє учням здобувати знання з будь-якого місця і в будь-який час, що є особливо важливим для учнів, які проживають у віддалених районах або мають обмежені можливості щодо відвідування школи.

- Підтримка інтерактивного навчання та сприяння індивідуалізації освіти: сучасні інструменти дозволяють створювати інтерактивні навчальні середовища, які сприяють активному залученню учнів до процесу навчання і дозволяють вчителям надавати індивідуальну підтримку кожному учневі.

- Розвиток цифрової грамотності: використання сучасних інструментів сприяє розвитку цифрової грамотності учнів, що є важливою навичкою в сучасному світі.

- Щоб вирішити проблему якості знань, отриманих в результаті дистанційного навчання, необхідно розробити ефективні методики дистанційного навчання, які забезпечують високу якість знань, отриманих учнями. Також необхідно забезпечити належну підготовку вчителів до роботи в умовах дистанційного навчання.

- Не менш важлива проблема, яку необхідно вирішити для успішного впровадження дистанційного навчання, це проблема контролю за учнівською активністю. Під час дистанційного навчання виникають проблеми з контролем за учнівською активністю. Це може призводити до того, що деякі учні не виконують навчальні завдання, а інші - виконують їх неякісно.

- Щоб вирішити проблему контролю за учнівською активністю, необхідно використовувати різні інструменти контролю, такі як онлайн-тестування, відеозміни уроків, індивідуальні завдання та консультації з вчителями.

- Мною було проаналізовано організацію дистанційного навчання на уроках математики в Опорний заклад Менська гімназія Менської міської ради (на прикладі уроків, які проводить вчитель математики Ілленко Юлія Миколаївна). В результаті було виділено наступні переваги системи організації дистанційного навчання в ОЗ Менська гімназія: Використання сучасних комунікаційних сервісів для зв'язку з учнями; Використання онлайн-дошок для демонстрації теоретичного матеріалу та розв'язування практичних вправ. Одним з недоліків дистанційного навчання в ОЗ "Менська гімназія" є застосування платформи "На урок" для перевірки знань, яка не дозволяє вчителю ефективно контролювати самостійність виконання учнями поставлених завдань. Водночас, варто зауважити, що на даний час відсутні дистанційні системи та технології, які здатні забезпечити достатній контроль за самостійним виконанням учнями контрольних та самостійних робіт, зокрема, з математики.

За результатами **теоретичного розділу** можна зробити такі висновки:

- Діючі навчальні програми з математики для 10-11 класів, передбачають вивчення функцій. Структура та завдання вивчення функцій у цих програмах

мають загальний характер. В обох випадках учні починають з вивчення основних понять, пов'язаних з функціями, таких як область визначення, множина значень, графік, парність та непарність, зростання та спадання, найбільше та найменше значення. У 11 класі вивчається тема "Показникова та логарифмічна функції", в рамках якої учні знайомляться з новими типами функцій та їхніми властивостями.

- Основною відмінністю між рівнем стандарту та профільним рівнем є глибина та широта вивчення матеріалу. На рівні стандарту вивчається лише базовий матеріал, необхідний для подальшого навчання в університеті та професійній діяльності. На профільному рівні вивчається більш широкий спектр функцій, а також більш складні теми, такі як похідна та інтеграл.

- Розглянута методика навчання учнів степеневі, тригонометричних, логарифмічної та показникової функції дозволила виокремити основні підходи їх вивчення, побудови графіків та розв'язування вправ. А також показати, як забезпечити наочність під час вивчення функцій, зокрема за допомогою відповідних засобів дистанційного навчання ресурсів, відеоуроки, інтерактивні вправи та додатки.

- Для проведення ефективних онлайн-уроків з алгебри та початків аналізу вчителям необхідно ретельно продумати структуру уроку, вибрати відповідні навчальні матеріали та інтерактивні засоби, а також врахувати індивідуальні особливості учнів. Крім того, важливо адаптувати навчання до рівня навчання учнів та забезпечити активну взаємодію з ними.

- Для створення ефективних тестів для оцінки знань учнів важливо визначити мету тесту, вибрати типи питань, сформулювати чіткі та об'єктивні питання, перевірити тест на адекватність та застосувати його в адекватних умовах.

- Налаштування зворотного зв'язку з учнями та батьками та створення розкладу занять є ключовими елементами організації навчального процесу. Налаштована ефективна комунікація через різні канали сприяє взаєморозумінню та підтримці, що сприяє успішності навчання. Створення

детального розкладу занять, який враховує потреби учнів і можливість коригування, сприяє оптимальному використанню часу та забезпечує структурований підхід до навчання. Обидва аспекти спрямовані на покращення процесу навчання та підвищення його ефективності через співпрацю та організацію.

- Дистанційна перевірка домашніх завдань має свої переваги у зручності та доступності для учнів і вчителів, а також у зменшенні можливості плагіату завдяки онлайн-інструментам. Проте цей підхід має обмеження: він менш ефективний для оцінки практичних навичок та може створювати стрес через віддаленість від вчителя та технічні проблеми. Важливо забезпечити чіткі інструкції, використання різноманітних завдань та справедливу систему оцінювання, а також підтримку й гнучкий підхід до індивідуальних потреб учнів. Це потребує готовності вчителів до роботи в онлайн-середовищі та доступу до відповідних ресурсів. Такий підхід дозволяє ефективно використовувати дистанційну перевірку, але вимагає уважного планування та уваги до потреб кожного учня.

- З метою апробації отриманих результатів кваліфікаційної роботи було проведено експеримент з дистанційного уроку для 11-Б класу Опорного закладу Менської гімназії, де застосовувалася методика, підтверджена довідкою зі школи та підтримана вчителем математики. Уроки відбувались за допомогою програмного засобу GeoGebra та платформи Zoom. Експеримент підтвердив ефективність дистанційного навчання, проте вимагає ретельного планування, використання сучасних методів та ресурсів. Висновки роботи рекомендують подальший розвиток дистанційної математичної освіти, використовуючи інтерактивні технології та методики, що покращують розуміння матеріалу учнями.

Підсумувати вище сказане можна наступним чином:

- Дистанційне навчання має ряд переваг, таких як гнучкість, доступність, розширені можливості навчання та інноваційність. Однак, дистанційне

навчання також пов'язане з певними викликами і загрозами, такими як нерівність доступу, втрата мотивації, втота та технічні проблеми.

- Для успішного впровадження дистанційного навчання важливо забезпечити рівний доступ до технологій і Інтернету для всіх учнів, активно стимулювати мотивацію та залученість учнів, розробляти інноваційні методики та забезпечувати належний контроль якості. Крім того, розуміння та вирішення технічних проблем, а також збереження соціальної взаємодії і міжособистого контакту є важливими складовими успіху дистанційного навчання.
- У процесі навчання математики в умовах дистанційного навчання необхідно враховувати такі особливості:
 - Важливо забезпечити наочність під час вивчення функцій, зокрема за допомогою відповідних засобів дистанційного навчання ресурсів, відеоуроки, інтерактивні вправи та додатки.
 - Для проведення ефективних онлайн-уроків з алгебри та початків аналізу вчителям необхідно ретельно продумати структуру уроку, вибрати відповідні навчальні матеріали та інтерактивні засоби, а також врахувати індивідуальні особливості учнів. Крім того, важливо адаптувати навчання до рівня навчання учнів та забезпечити активну взаємодію з ними.
 - Для створення ефективних тестів для оцінки знань учнів важливо визначити мету тесту, вибрати типи питань, сформулювати чіткі та об'єктивні питання, перевірити тест на адекватність та застосувати його в адекватних умовах.
 - Налаштування зворотного зв'язку з учнями та батьками та створення розкладу занять є ключовими елементами організації навчального процесу.
 - Дистанційна перевірка домашніх завдань має свої переваги у зручності та доступності для учнів і вчителів, а також у зменшенні можливості плагіату завдяки онлайн-інструментам. Проте цей

підхід має обмеження: він менш ефективний для оцінки практичних навичок та може створювати стрес через віддаленість від вчителя та технічні проблеми.

- Експеримент з дистанційного уроку для 11-Б класу Опорного закладу Менської гімназії підтвердив ефективність дистанційного навчання, проте воно вимагає ретельного планування, використання сучасних методів та ресурсів.

Висновки роботи рекомендують подальший розвиток дистанційної математичної освіти, використовуючи інтерактивні технології та методики, що покращують розуміння матеріалу учнями.

Додатково можна додати такі висновки:

- Дистанційне навчання математики має ряд переваг перед традиційним навчанням, зокрема:
 - Можливість індивідуального темпу навчання;
 - Можливість повторювати матеріал, який не зрозумілий;
 - Можливість самостійного пошуку додаткової інформації;
 - Можливість взаємодії з учнями з інших шкіл та країн.
- Однак, дистанційне навчання також має ряд недоліків, зокрема:
 - Необхідність наявності у учнів доступу до комп'ютера та Інтернету;
 - Можливість відволікання уваги під час онлайн-уроків;
 - Можливість використання підказок під час виконання завдань.
- Для ефективного дистанційного навчання математики необхідно використовувати сучасні технології та методики, які дозволяють:
 - Забезпечити наочність у вивченні матеріалу;
 - Створити атмосферу взаємодії та співпраці між учнями та вчителем;
 - Оцінити знання учнів у реальному часі.

Ці висновки можуть бути використані для подальшого розвитку та дослідження проблематики дистанційної математичної освіти.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Capterra. URL: <https://www.capterra.com/learning-management-system-software/>
2. eLearning Industry. URL: <https://elearningindustry.com/directory/software-categories/learning-management-systems>.
3. Peters, O. Learning and teaching in distance education: Pedagogical analyses and interpretations in an international perspective, 2001, Psychology Press.
4. Абакумова О. О. Історичний підхід до рефлексії феномена дистанційної освіти. ВІСНИК НТУУ “КПІ”. Філософія. Психологія. Педагогіка. 2012. Випуск 2’2012. С. 3-10.
5. Акуленко І.А. Деякі аспекти практичної частини компетентнісно орієнтованої методичної підготовки майбутнього вчителя математики профільної школи, Science and Education a New Dimension. Pedagogy and Psychology, П(8), Issue: 16, 2014, 33-37.
6. Афанасьєва О.М., Бродський Я.С., Павлов О.Л., Сліпенко А.К. Математика. 10 клас: Підручник для загальноосвітніх навчальних закладів. Рівень стандарту. — Тернопіль: Навчальна книга - Богдан, 2010. — 480 с.
7. Ашиток Н. Нова освітня реальність: дистанційна освіта у вищій школі в умовах пандемії. Молодь і ринок №3 (189), 2021, С. 11-14.
8. Бевз Г. П. Алгебра і початки аналізу. Профільний рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз, Н. Г. Владімірова. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. — 336 с.
9. Бевз Г. П. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2018. — 288 с. : іл.
10. Бевз Г. П. Математика : Алгебра і початки аналізу та геометрія. Рівень стандарту : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / Г. П. Бевз, В. Г. Бевз. — К. : Видавничий дім «Освіта», 2019. — 272 с. : іл.

11. Бриф за результатами дослідження якості організації дистанційного навчання у закладах загальної середньої освіти України. Лютий 2022. URL: https://sqe.gov.ua/wp-content/uploads/2022/08/Brief_distance_learning_SQE_SURGe_30.08.2022.pdf
12. Бузько В. Л., Величко С. П. Дистанційна освіта в загальноосвітній школі у процесі вивчення природничо-математичних дисциплін, Збірник наукових праць кам'янець-подільського національного університету імені Івана Огієнка, 2014, № 20 (2014), С. 68-70.
13. Бурда М. І. Математика (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту): підруч. для 10 класу закладів загальної середньої освіти/ М.І.Бурда, Т.В.Колесник, Ю.І.Мальований, Н. А. Тарасенкова. — К.: УОВЦ «Оріон», 2018. — 288 с.: іл.
14. Галецький С. М. Історія розвитку дистанційної освіти у світі. Наукові записки Бердянського державного педагогічного університету, 2018, Випуск 1, С. 11-16.
15. Державна служба якості освіти завершила вивчення організації дистанційного навчання у школах – результати дослідження. URL: <https://mon.gov.ua/ua/news/derzhavna-sluzhba-yakosti-osviti-zavershila-vivchennya-organizaciyi-distancijnogo-navchannya-u-shkolah-rezultati-doslidzhennya>.
16. Дистанційне навчання: теорія та практика : монографія / В. І. Гриценко, С. П. Кудрявцева, В. В. Колос, О. В. Веренич. – К. : Наукова думка, 2004. – 376 с. 7.
17. Жевакіна Н. З історії дистанційної освіти / Н. Жевакіна // Вісник Львівського університету. Серія педагогічна. – Л. : ЛНУ ім. І. Франка, 2003, Вип. 17, С. 135–141.
18. Істер О.С. Алгебра і початки аналізу : (профіль. рівень) : підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти / О. С. Істер, О. В. Єргіна. — Київ : Генеза, 2018. — 448 с. : іл.

19. Істер О.С. Алгебра і початки аналізу : (профіль. рівень) : підруч. для 11 -го кл. закл. заг. серед. освіти / Олександр Істер, Оксана Єргіна. — Київ : Генеза, 2019. — 416 с. : іл.

20. Істер О.С. Математика : (алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту) : підруч. для 10-го кл. закл. заг. серед. освіти / О.С. Істер. — Київ : Генеза, 2018. — 384 с. : іл.

21. Колоток В. О. Використання онлайн-дошок під час навчання функціональної змістової лінії у закладах загальної середньої освіти. Матеріали міжнародної науково-методичної конференції «Проблеми математичної освіти» (ПМО – 2023), м. Черкаси, 6-7 квітня 2023 р. Черкаси: Вид. від. ЧНУ ім. Б. Хмельницького, 2023. С. 166-167.

22. Колоток В. О., Соколенко Л. О. Застосування онлайн додатків в процесі дистанційного навчання функцій в старшій школі (на прикладі програми GEOGEBRA) Крок у науку: дослідження у галузі природничо-математичних дисциплін та методик їх навчання : Збірник тез доповідей Всеукраїнської науково-практичної конференції з міжнародною участю студентів, аспірантів і молодих учених (1 грудня 2022 р., м. Чернігів). Чернігів : НУЧК імені Т. Г. Шевченка, 2022, С. 158-159.

23. Кушнір І. У світі логарифмів. Київ : Факт, 2004. 136 с.

24. Ляшенко І.В. Перспективи розвитку дистанційного навчання у вищій школі. URL: https://www.narodnaosvita.kiev.ua/?page_id=2682.

25. Малярчук, О. В. (2008) Розвиток дистанційної освіти у ХІХ-ХХ столітті. ВІСНИК Житомирського державного університету імені Івана Франка (41). с. 126-129.

26. Махомета Т. М., Тягай І. М. Інноваційні технології підготовки майбутніх учителів математики: сучасні тенденції та практика впровадження. Наука і техніка сьогодні. 2023. № 3(17). С. 360-369. [https://doi.org/10.52058/2786-6025-2023-3\(17\)-360-369](https://doi.org/10.52058/2786-6025-2023-3(17)-360-369).

27. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навч. закладів: академ. рівень / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 352 с. : іл.

28. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : початок вивчення на поглиб. рівні з 8 кл., проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 512 с. : іл.

29. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 400 с. : іл.

30. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу : проф. рівень : підруч. для 11 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський та ін. - Х. : Гімназія, 2019. -- 352 с. : іл.

31. Мерзляк А. Г. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 256 с. : іл.

32. Навчальна програма з математики (алгебра і початки аналізу та геометрія) для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів Рівень стандарту URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

33. Навчальна програма з математики для учнів 10-11 класів загальноосвітніх навчальних закладів. Профільний рівень. URL: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/zagalna-serednya-osvita/navchalni-programi/navchalni-programi-dlya-10-11-klasiv>.

34. Нелін Є. П. Алгебра і початки аналізу : підруч. для 10 кл. загальноосвіт. навчальн. закладів: академічний рівень / Є. П. Нелін. — Х. : Гімназія, 2010. — 416 с. : іл.

35. Нелін Є. П. Алгебра. 11 клас: підруч. для загальноосвіт. навч. закладів : академ. рівень, проф. рівень / Є. П. Нелін, О. Є. Долгова, - Х. : Гімназія, 2011. – 448 с. : іл.
36. Пилаєва Т.В. Історія розвитку дистанційної освіти в світі: наукові записки / ред.кол.: В. Ф.Черкасов, В. В. Радул, Н. С. Савченко [та ін.]. Вип. 147. Кіровоград: РВВ КДПУ ім. В. Винниченка, 2016. С. 114-118.
37. Плющ В. М., Равлів Ю. А. Становлення дистанційного навчання в Україні. Вісник Глухівського національного педагогічного університету імені Олександра Довженка. 2018. Випуск 37. С. 24-30.
38. Простакова Ю. С., Асеєва І. В. Застосування когнітивно-візуального підходу до вивчення степеневі функції. Наумовські читання : збірник тез доповідей ХІХ науково-методичної конференції здобувачів вищої освіти та молодих учених (м. Харків, 23-24 листопада 2021 року) / [укл.: Пономарьова Н. О., Андрієвська В. М., Водолаженко О.В.]. Харків, 2022. С. 87-90.
39. Усата О. Ю. Використання GeoGebra у вивченні математики. URL: http://eprints.zu.edu.ua/29988/1/тези_політех.PDF.
40. Швець, Г., & Кульчицька, Н. Організація навчальної діяльності учнів основної школи в процесі вивчення математики під час дистанційного навчання. Modern Information Technologies and Innovation Methodologies of Education in Professional Training Methodology Theory Experience Problems, 2020, 77–82. URI: <https://doi.org/10.31652/2412-1142-2020-58-77-82>.
41. Шевчук Г. Й. Дистанційне навчання у вищій школі: переваги, недоліки, перспективи. Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова. 2021. Випуск 79 том 2'2021. DOI <https://doi.org/10.31392/NPU-nc.series5.2021.79.2.44>
42. Ященко, Е., Левандовська, І. Дистанційна освіта в освітній діяльності вищої школи: виклики часу. Гуманітарні студії : історія та педагогіка, 2021, (1), 124–134. URL: <http://gsip.wunu.edu.ua/index.php/gsipua/article/view/20>.

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Методист _____ Соколенко Л. О.

Конспект

індивідуального онлайн-уроку з математики,
проведеного студентом 61 групи
фізико-математичного факультету
НУЧК імені Т. Г. Шевченка
Колотком Вадимом Олександровичем
з теми «Степенева функція з цілим показником»

Дата проведення 26.12.2023

Час 20:00-20:50

Навчальна мета заняття полягає у закріпленні вмінь учнів розв'язувати вправи із степеневими функціями з цілими показниками.

Розвиваюча мета – розвивати навички застосування теоретичних знань про властивості степеневих функцій до розв'язування задач, розвивати аналітичне мислення.

Виховна мета - розвиток математичної культури.

Тип уроку: формування навичок та вмінь.

План уроку

1. Організаційний момент. 2 хв
2. Перевірка домашнього завдання. 5 хв.
 3. Актуалізація опорних знань. 5 хв
 4. Мотивація навчальної діяльності. 2 хв
 5. Повідомлення теми, мети і завдань уроку. 1 хв
 6. Розв'язування вправ. 33 хв
 7. Підбиття підсумків уроку. 2 хв

Хід уроку

1. Організаційний момент

Перевіряється зв'язок та якість звуку й відео.
2. Перевірка домашнього завдання.

Перевіряю виконання домашнього завдання.

Вправа 1. [1]^о Знайдіть найбільше і найменше значення функції $f(x) = x^5$ на проміжку

1) $[-3; 3]$; 2) $[-2; 0]$; 3) $[1; +\infty)$.

Розв'язання.

Функція $f(x) = x^5$ є зростаючою на множині \mathbb{R} .

1) Знайдемо значення функції на кінцях проміжку $[-3; 3]$

$$f(-3) = (-3)^5 = -243$$

$$f(3) = 3^5 = 243$$

Отже, мінімального значення на проміжку $[-3; 3]$ функція набуває при $f(-3) = -243$, а максимального при $f(3) = 243$.

2) Знайдемо значення функції на кінцях проміжку $[-2; 0]$

$$f(-2) = (-2)^5 = -32$$

$$f(0) = 0^5 = 0$$

Отже, мінімального значення на проміжку $[-2; 0]$ функція набуває при $f(-2) = -32$, а максимального при $f(0) = 0$.

3) Функція на проміжку $[1; +\infty)$ – зростає. Тому максимального значення функція не набуває. А мінімальне значення буде, тоді коли $x = 1$.

Отже, мінімальне значення $f(1) = 1^5 = 1$

3. Актуалізація опорних знань

1) Попрошу учня зобразити схематично графік степеневої функції із цілим показником, якщо n – парне та n – непарне.



Рис. А1. – Графік функції $y = x^{-n}$, n – парне натуральне число

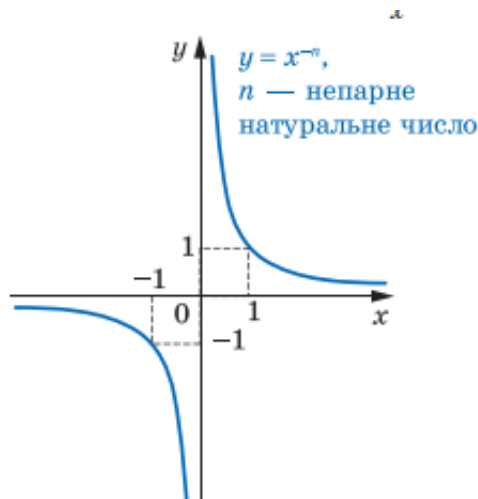


Рис. А2. – Графік функції $y = x^{-n}$, n – непарне натуральне число

2) Пригадаємо разом основні властивості цієї функції

Властивості функції $y = x^{-n}$, n – парне натуральне число

Функція $y = x^{2k}$, де $k \in N$ – парна на всій області визначення;

Нулі функції: функція не має нулів;

Проміжки знакосталості: $y > 0$ при $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

Функція спадає на проміжку $x \in (0; +\infty)$, а зростає на проміжку $(-\infty; 0)$.

Властивості функції $y = x^{-n}$, n – непарне натуральне число

Функція $y = x^{2k-1}$, де $k \in N$ – не парна на всій області визначення;

Нулі функції: функція не має нулів;

Проміжки знакосталості: $y > 0$ при $x \in (0; +\infty)$; $y < 0$ при $x \in (-\infty; 0)$;

Функція спадає на проміжках $x \in (-\infty; 0) \cup (0; +\infty)$;

3) Нагадую властивість від'ємного степеня

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

4. Повідомлення теми, мети і завдань уроку.

Пояснюю, що мета уроку – розв'язування вправ на тему степенева функція із цілим показником.

5. Розв'язування практичних вправ.

Вправа 2. [2]^о При якому значенні a графік функції $y = ax^{-2}$ проходить через точку 1) $A\left(\frac{1}{2}; 8\right)$; 2) $B\left(-4; \frac{1}{64}\right)$

Розв'язання.

1) Підставимо в формулу

$$\begin{aligned}8 &= a\left(\frac{1}{2}\right)^{-2} \\8 &= 2^2 a \\a &= 2\end{aligned}$$

2) Підставимо в формулу

$$\begin{aligned}\frac{1}{64} &= a(-4)^{-2} \\ \frac{1}{64} &= \left(-\frac{1}{4}\right)^2 a \\ a &= \frac{1}{64} \cdot \frac{16}{1} \\ a &= \frac{1}{4}\end{aligned}$$

Вправа 3. [2]^о Дано функцію $f(x) = x^{-15}$. Порівняйте:

1) $f(5)$ і $f(-12)$; 2) $f(1.9)$ і $f(2.4)$; 3) $f(-50)$ і $f(-30)$;

Розв'язання.

Функція $f(x) = x^{-15}$ є спадною на кожному з проміжків $(-\infty; 0)$ і $(0; +\infty)$.

1) $f(5) > f(-12)$, оскільки при значенні аргументу $x = 5$, функція набуває додатного значення, а при аргументі $x = -12$ функція набуває від'ємного значення.

2) $f(1.9) > f(2.4)$, оскільки функція є спадною на проміжку $(0; +\infty)$, то при значенні аргументу $x = 1.9$ функція набуває більшого значення, ніж при $x = 2.4$.

3) $f(-50) > f(-30)$, оскільки функція є спадною на проміжку $(-\infty; 0)$, то при значенні аргументу $x = -50$ функція набуває більшого значення, ніж при $x = -30$.

Вправа 4. [2]^о Дано функцію $f(x) = x^{-26}$. Порівняйте

1) $f(-3.9)$ і $f(-2.5)$; 2) $f(0.4)$ і $f(-0.4)$; 3) $f(19)$ і $f(16)$; 4) $f(-26)$ і $f(3)$

Розв'язання.

Функція $f(x) = x^{-26}$ є зростаючою на проміжку $(-\infty; 0)$ і спадною на проміжку $(0; +\infty)$.

1) $f(-3.9) < f(-2.5)$, оскільки функція є зростаючою на проміжку $(-\infty; 0)$, то при значенні аргументу $x = -3.9$ функція набуває меншого значення, ніж при $x = -2.5$.

2) $f(0.4) = f(-0.4)$, оскільки функція є парною, то при однакових за модулем значеннях аргументу, функція набуває однакових значень.

3) $f(19) < f(16)$, оскільки функція є спадною на проміжку $(0; +\infty)$, то при значенні аргументу $x = 19$ функція набуває меншого значення, ніж при $x = 16$.

4) $f(-26) < f(3)$, оскільки функція є спадною на проміжку $(-\infty; 0)$, то при значенні аргументу $x = -26$ функція набуває додатного значення. А при $x = 3$, який належить проміжку $(0; +\infty)$, функція набуває від'ємного значення.

Вправа 5. [2]° Побудуйте графік функції

1) $y = x^{-4} - 3$;

2) $y = (x - 3)^{-4}$

Розв'язання.

1) $y = x^{-4} - 3$

Спочатку будемо графік функції $y = x^{-4}$, а після чого переміщуємо на три одиниці вниз відносно осі ординат.

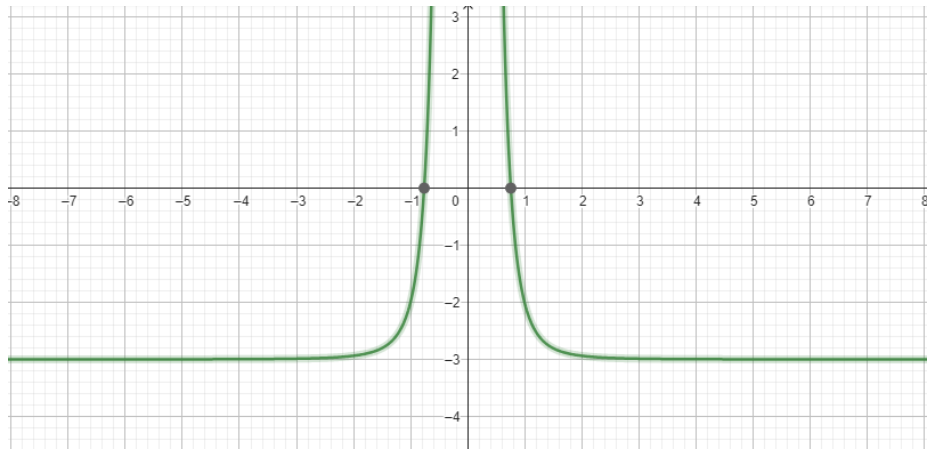


Рис 3А. – Графік функції $y = x^{-4} - 3$

2) Спочатку будемо графік функції $y = x^{-4}$, а після чого переміщуємо на чотири одиниці вправо відносно осі абсцис.

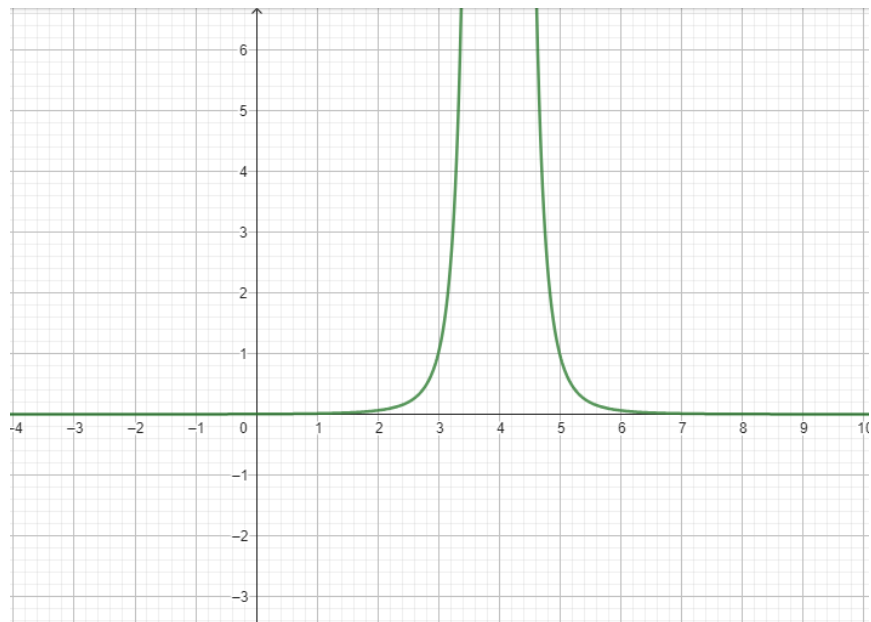


Рис 3. – Графік функції $y = (x - 3)^{-4}$

Домашнє завдання.

Вправа 6. [2]^о При якому значенні a графік функції $y = ax^{-2}$ проходить через точку 1) $A(6; -6)$; 2) $B(-2; \frac{1}{4})$

Розв'язання.

3) Підставимо в формулу

$$-6 = a6^{-2}$$

$$-6 = \left(\frac{1}{6}\right)^2 a$$

$$a = -216$$

4) Підставимо в формулу

$$\frac{1}{4} = a(-2)^{-2}$$

$$\frac{1}{4} = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 a$$

$$a = \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{1}$$

$$a = 1$$

Вправа 7. [1]° Вправа 4. Дано функцію $f(x) = x^{-32}$. Порівняйте

1) $f(-7,2)$ і $f(-6,5)$; 2) $f(-1,5)$ і $f(-1,8)$; 3) $f(42)$ і $f(42)$; 4) $f(-10)$ і $f(6)$

Розв'язання.

Функція $f(x) = x^{-32}$ є зростаючою на проміжку $(-\infty; 0)$ і спадною на проміжку $(0; +\infty)$.

1) $f(-7,2) < f(-6,5)$, оскільки функція є зростаючою на проміжку $(-\infty; 0)$, то при значенні аргументу $x = -7,2$ функція набуває меншого значення, ніж при $x = -6,5$

2) $f(-1,5) > f(-1,8)$, оскільки функція є зростаючою на проміжку $(-\infty; 0)$, то при значенні аргументу $x = -1,5$ функція набуває більшого значення, ніж при $x = -1,8$

3) $f(42) = f(42)$, оскільки функція є парною, то при однакових за модулем значеннях аргументу, функція набуває однакових значень.

4) $f(-10) < f(6)$, оскільки функція є спадною на проміжку $(-\infty; 0)$, то при значенні аргументу $x = -10$ функція набуває додатного значення. А при $x = 6$, який належить проміжку $(0; +\infty)$, функція набуває від'ємного значення.

Вправа 8. [2]° Побудуйте графік функцій

$$y = x^{-3} + 1$$

Розв'язання.

Спочатку будемо графік функції $y = x^{-3}$, а після чого переміщуємо на одну одиниці вгору відносно осі ординат

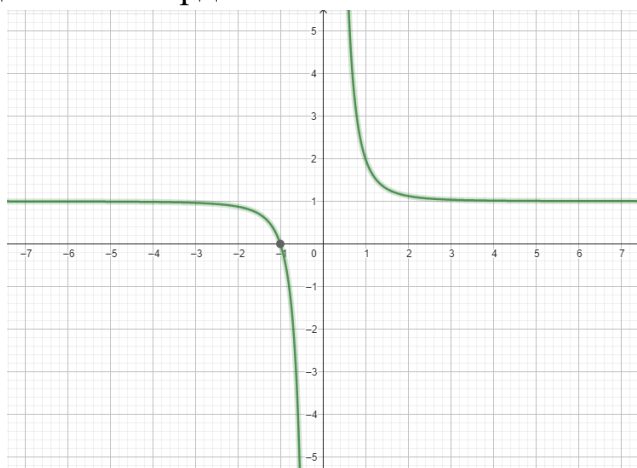


Рис 3. – Графік функції $y = x^{-3} + 1$

7. Підбиття підсумків уроку.

На сьогоднішньому занятті ми розв'язували практичні завдання щодо розв'язування вправ пов'язаних із степеневою функцією з цілим показником.

Відмітити сильні сторони та слабкі сторони учня (можливості для покращення).

Повідомити учню, що урок завершено.

Джерела:

1. Мерзляк А. Г. Математика : алгебра і початки аналізу та геометрія, рівень стандарту : підруч. для 10 кл. закладів загальної середньої освіти / А. Г. Мерзляк, Д. А. Номіровський, В. Б. Полонський, М. С. Якір. — Х. : Гімназія, 2018. — 256 с. : іл.

2. Мерзляк А. Г. Алгебра і початки аналізу, 10 кл. : збірник задач | контрольних робіт / А. Г. Мерзляк, В. Б. Полонський, Ю. М. Рабінович, М. С. Якір. -- Х. Гімназія, 2011,-- 144. - іл.

Тестування з теми "Степенева функція" для учнів 10 класу

1. Яка з наведених функцій є степеневою?

A) $f(x) = x^4$ B) $f(x) = \sqrt{x}$ C) $f(x) = 2x - 3$ D) $f(x) = \sin x$

Відповідь А)

2. Знайдіть значення функції $f(x) = x^{-3}$ при $x = 2$.

A) $\frac{1}{2}$; B) $\frac{1}{4}$; C) $\frac{1}{8}$; D) $\frac{1}{16}$;

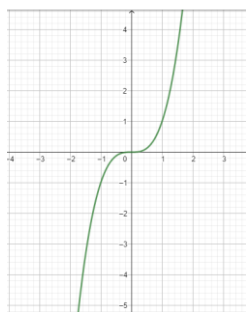
Відповідь С)

3. Знайдіть область визначення функції $f(x) = x^2 - 4$.

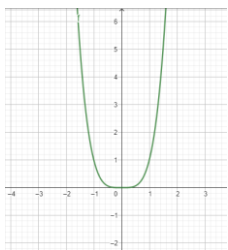
A) $(-\infty; 4]$; B) $(-\infty; +\infty)$; C) $(2; +\infty)$; D) $(2; 4)$;

Відповідь В)

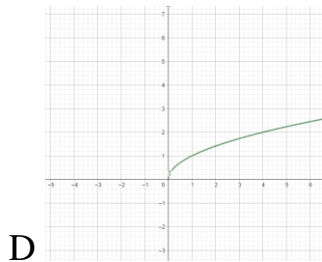
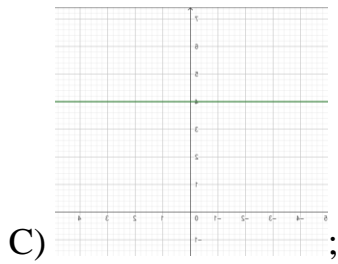
4. Знайдіть зображення графіка функції $f(x) = x^3$.



A) ;



B) ;



Відповідь А)

5. Знайдіть точки перетину графіків функцій $f(x) = x$ і $g(x) = x^5$.

А) (1; 1); В) (0; 1), (1; 1); (-1; 1); D) (-1; 1), (1; 1) C) (-1; 1), (0; 0) (1; 1)

Відповідь D)

6. Знайдіть вершину функції $y = x^2 - 2x - 3$.

А) -1; В) -2; С) 0; D) 1

Відповідь D)

7. Знайдіть область значень функції $y = \frac{1}{x^6}$.

А) $(-\infty; 6)$ В) $(0; +\infty)$; С) $(-\infty; +\infty)$; D) $(6; +\infty)$

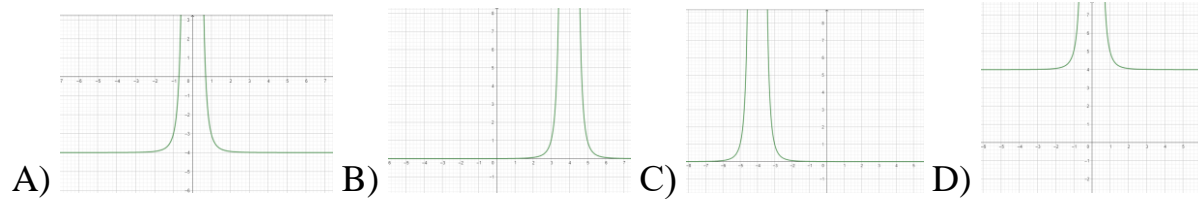
Відповідь В)

8. Порівняйте $f(-5)$ і $f(12)$ для функції $f(x) = x^{-21}$

А) $f(-5) < f(12)$ В) $f(-5) > f(12)$ С) $f(-5) = f(12)$ D) Неможливо визначити

Відповідь А)

9. На якому графіку зображено функцію $y = x^{-4} + 4$



Відповідь D)

Розкладу занять, складеного в сервісі Google (рис В1)

	A	B	C	D	E	F	G
1	Години	Понеділок	Вівторок	Середу	Четвер	П'ятниця	
2	09:00		11-A	9-A	11-A		
3	10:00	8-A	10-Б	10-Б	10-Б	9-A	
4	11:00		6-A		7-Б		
5	12:00	7-Б		8-A		11-A	
6	13:00	5-A	7-Б		8-A		
7	14:00	8-В	5-А				
8	15:00						
9	16:00						
10	17:00						
11							
12							

Рис. В1 – Зразок розкладу вчителя, відображеного в таблиці, створеній за допомогою сервісу Google Таблиці

Перевірка домашнього завдання за допомогою Google Form (рис Д1, Д2)

Домашнє завдання з теми Степенева функція з цілим показником

Опис форми

Виконайте праву

272. Чи проходить графік функції $y = x^{-4}$ через точку:
 1) $A(2; \frac{1}{16})$; 2) $B(-2; \frac{1}{8})$; 3) $C(\frac{1}{3}; 81)$; 4) $D(\sqrt{2}; -\frac{1}{4})$?

А

В

С

Рис Д1 – Задання домашнього завдання через Google Form

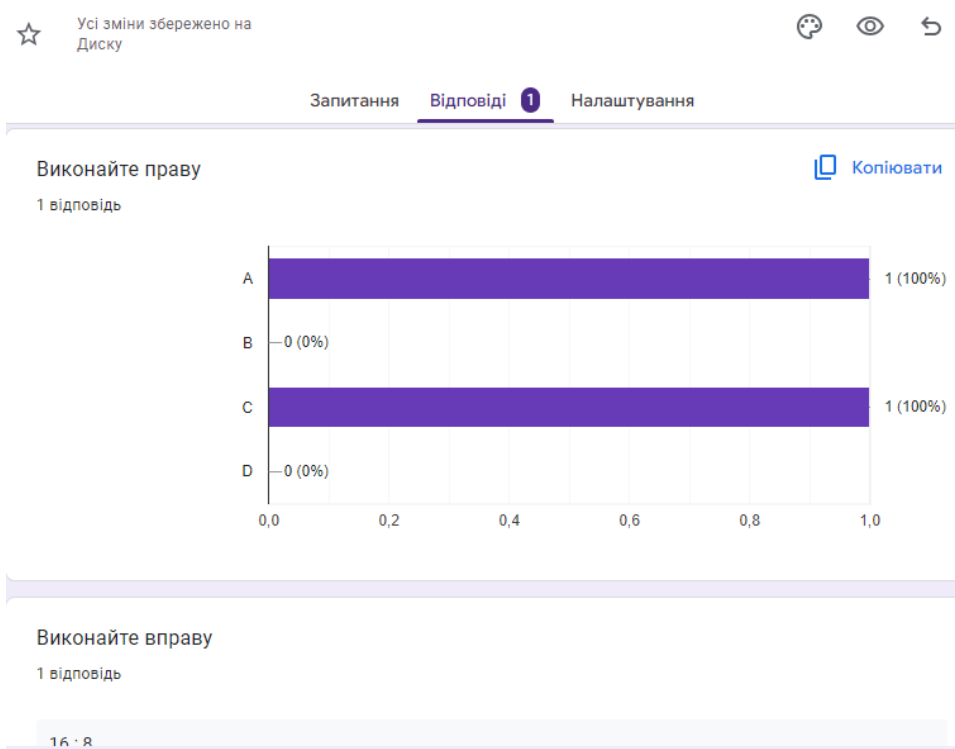


Рис. Д2 – Перевірка отриманої відповіді



ОПОРНИЙ ЗАКЛАД
МЕНЬСЬКА ГІМНАЗІЯ

Менської міської ради
Менського району
Чернігівської області
15600 Чернігівська обл., м. Мена, вул. Шевченка, 56
e-mail: gymn_mena@hotmail.com тел. (244) 2-18-09, 2-13-98 (код ЄДРПОУ 25932354)

№ 343
29.09.2023

Довідка

Колотка Вадима Олександровича було допущено для проведення, проведення дистанційного уроку в 11-Б класу на тему з використанням Математичні Додатки GeoGebra (<https://www.geogebra.org>).

Мета експерименту – апробація результатів Кваліфікаційної роботи освітнього ступеня «магістр» на тему «Використання дистанційного навчання під час вивчення функціональної змістової лінії у закладах загальної середньої освіти». Ціль - дослідити можливості та ефективність використання спеціальних програмних засобів для навчання функціям у дистанційному форматі.

Дата та час проведення уроку – 10.05.2023 о 12:45 (урок 3 (2 зміна)).

Даний експеримент був ініційований та виконаний Колотоком Вадимом Олександровичем в присутності вчителя математики Ілленко Юлії Математики.

Урок був успішно проведений і залучив учнів до активного навчання. Це дозволило детально розглянути тему "Повторення та узагальнення числових функцій", відповідно до вимог навчальних програм та методичних рекомендацій.

Колотка Вадима Олександровича було активно підтримано адміністрацією школи, що надало можливість використовувати необхідні технічні засоби та ресурси для ефективної реалізації експерименту.

Вчитель математики, Ілленко Юлія Миколаївна під час проведення уроку надавала Колотку Вадиму Олександровичу всю необхідну підтримку. В результаті урок було проведено методично правильно.

Результати цього експерименту становлять важливу основу для вдосконалення методів дистанційного викладання математики в Опорному закладі Менської гімназії Менської міської ради при дистанційній формі навчання. Вони допоможуть зацікавити учнів до освіти та сприяти легшому сприйняттю ними навчального матеріалу в умовах дистанційного навчання.

Директор школи



29.09.2023

Тетяна Хоменко

Заступник директора
з навчальної-виховної роботи

29.09.2023

Тетяна Ковалевська

Вчитель математики

29.09.2023

Юлія Ілленко

Конспект
уроку з математики,
проведеного в 11-Б класі
Опорний заклад Менська гімназія Менської міської ради м. Мена
студентом 51 групи
фізико-математичного факультету
НУЧК імені Т. Г. Шевченка
Колотком Вадимом Олександровичем
з теми «Повторення та узагальнення числових функцій»

Дата проведення 10.05.2023

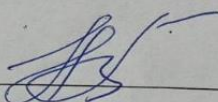
Кабінет № 9

Урок 3 (2 зміна)

Час 12:45-13:20

«ПОГОДЖЕНО»

Учитель математики



Ілленко Ю. М

Тема: «Повторення та узагальнення числових функцій».

Мета:

Навчальна: повторити наступні поняття: числова функція, парність функції, нулі функції, проміжки зростання та спадання функцій, проміжки заокрепності.

Розвиваюча: розвинути вміння будовання графіків функцій і визначення за їх допомогою нулів функції, проміжки зростання та спадання функцій та заокрепності.

Виховна: виховувати впевненість у власних силах, необхідність розкривати науковий потенціал.

Тип уроку: повторення вивченого матеріалу.

Обладнання: підручник та програмне забезпечення Geogebra

План заняття

I. Організаційний етап. – 1 хв.

II. Перевірка домашнього завдання – 3 хв.

III. Актуалізація опорних знань – 5 хв.

IV. Мотивація навчальної діяльності. Повідомлення теми та мети уроку. – 1 хв.

V. Сприймання і усвідомлення матеріалу - 25 хвилин.

VI. Домашнє завдання та підбиття підсумків уроку – 1 хв.

Хід уроку

I. Організаційний етап.

Учитель вітається з учнями. Робить перевірку присутніх за журналом.

Перевірити готовність учнів до уроку та налаштувати їх на роботу.

II. Перевірка домашнього завдання.

Перевірити наявність та якість виконання домашнього завдання та розв'язування тих завдань з якими виникли труднощі.

III. Актуалізація опорних знань.

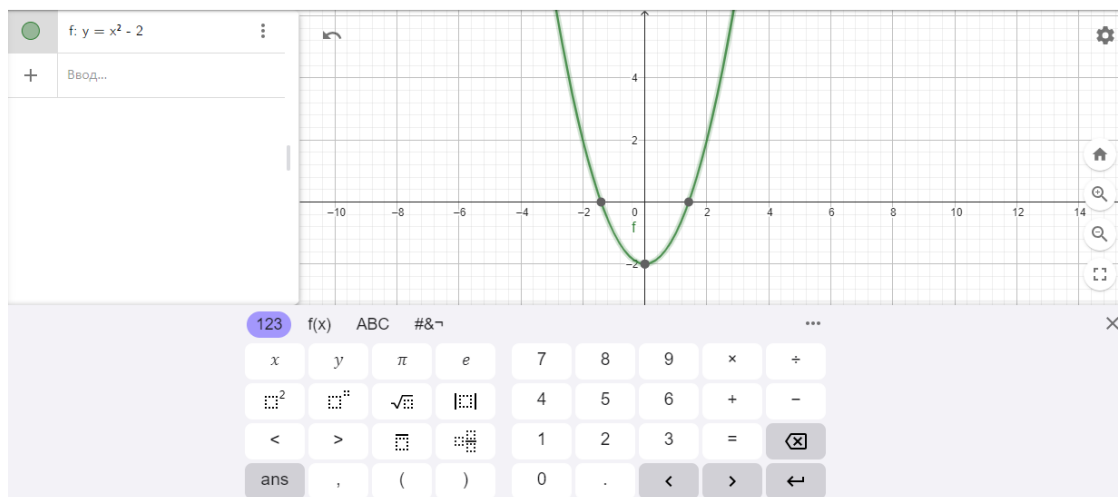
Пригадали різновиди функцій.

IV. Мотивація навчальної діяльності. Повідомлення теми та мети уроку.

Учитель називає нову тему. Учні записують до зошиту. Учитель пояснює, що сьогодні на уроці буде потворено тему числові функції, зокрема, як знаходити їх нулі, проміжки зростання та спадання.

V. Сприймання і усвідомлення матеріалу.

Спочатку побудую за допомогою калькулятора Geogebra функцію $y = x^2 - 2$



За графіком пригадаємо наступні властивості (таблиця Е1)

Таблиця Е1

Властивості функції $y = x^2 - 2$

Властивість	Опис
Парність	Функція є парною

Нулі функції	Нулі функції $x = \pm\sqrt{2}$
Проміжки спадання/зростання	Функція спадає на проміжку $(-\infty; -2)$, а зростає на проміжку від $(-2; +\infty)$
Проміжки знакосталості	Функція має негативний знак ($y < 0$) на проміжку $(-\sqrt{2}; \sqrt{2})$ і позитивний знак ($y > 0$) на проміжку $(-\infty; -\sqrt{2}) \cup (\sqrt{2}; +\infty)$.

Далі я запропоную учням самостійно визначити властивості для функції $y = x^3 + 8$. В результаті вони мають запропонувати наступне (таблиця Е2)

Таблиця Е2

Властивості функції $y = x^3 + 8$

Властивість	Опис
Парність	Функція є ні парною ні непарною
Нулі функції	Нулі функції $x = -2$
Проміжки спадання/зростання	Функція зростає на проміжку від $(-\infty; +\infty)$
Проміжки знакосталості	Функція має негативний знак ($y < 0$) на проміжку $(-\infty; -2)$ і позитивний знак ($y > 0$) на проміжку $(-2; +\infty)$.

Далі я показав як можна знайти розв'язки рівняння

$$\sqrt{x+2} = -x+4$$

Для цього ми побудували два графіка $y = \sqrt{x+2}$ та $y = -x+4$ (рис Е1)

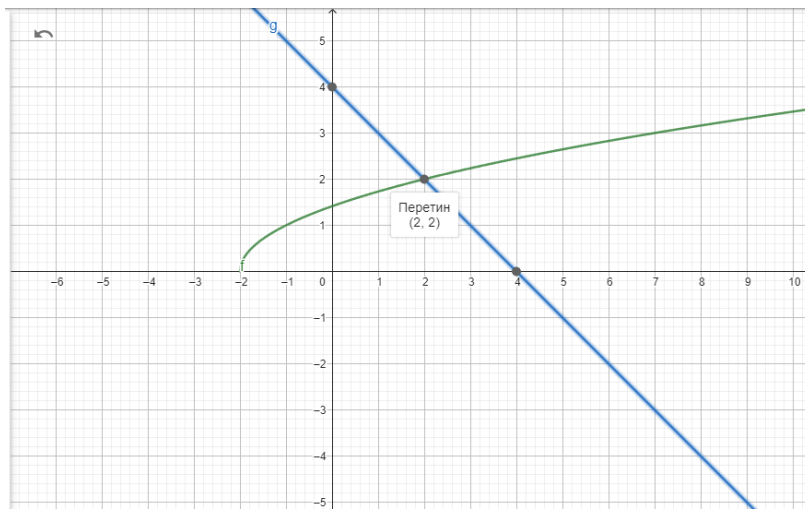


Рис Е1 – Графіки функцій $y = \sqrt{x+2}$ та $y = -x + 4$

І визначили, коренем рівняння є $x=2$

Наступною вправою ми побудували за допомогою GeoGebra дотичну до функції $y = (x + 3)^2 - 1$ і точку А (-3; -2) (рис Е3).

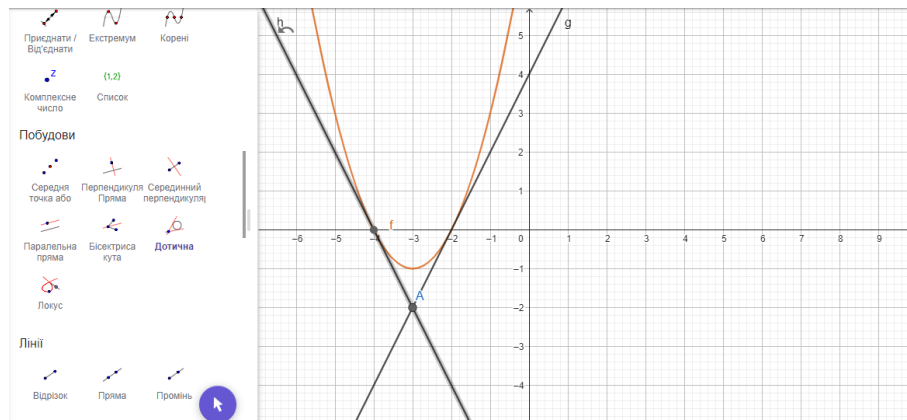


Рис. Е3 – Побудова дотичної до функції $y = (x + 3)^2 - 1$ через точку А (-3; -2) за допомогою GeoGebra

●	$f: y = (x + 3)^2 - 1$	⋮
●	$A = (-3, -2)$	⋮
●	Дотична(A, f) $= g: y = 2x + 4$	⋮
●	$h: y = -2x - 8$	⋮
+	Ввод...	

Рис Е4 – Формула рівняння дотичної

Після чого ми визначили екстремуми функції $y = -x^2 + 2$ (рис Е5).

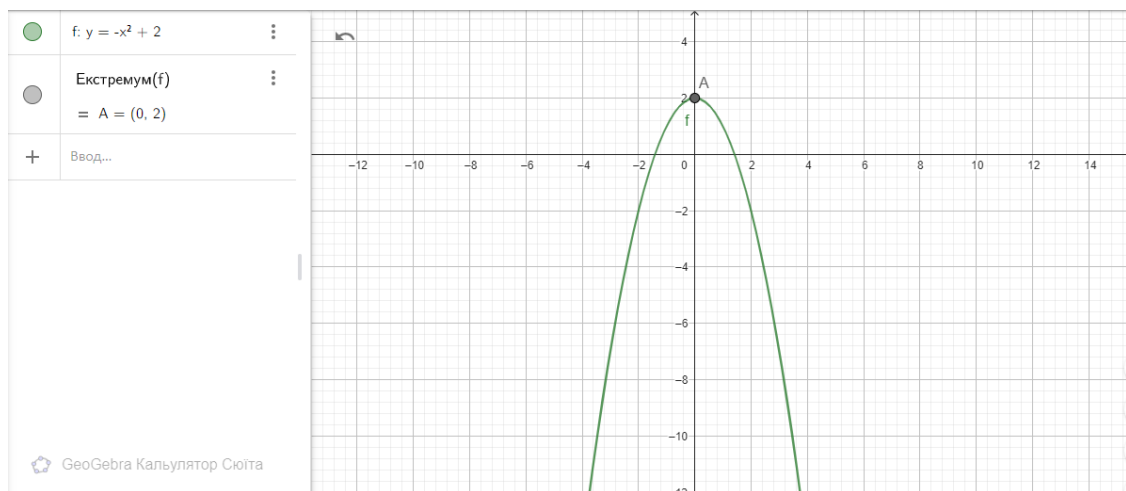


Рис. Е5 – Визначення екстремуму функції $y = -x^2 + 2$ за допомогою додатку GeoGebra

VI Домашнє завдання та підбиття підсумків уроку.

Побудувати функцію $y = x^5 - 3$ та описати властивості.